

UM ESTUDO DE TRIGONOMETRIA COM AUXÍLIO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS

Francielle Silva Gardin
Universidade Estadual de Londrina
fran.gardin@hotmail.com

Fernanda Boa Sorte Rocha
Universidade Estadual de Londrina
fernanda.sorte@uel.br

André Lima Rodrigues
Universidade Estadual de Londrina
andrelr1@hotmail.com

Resumo

Este trabalho relata a experiência de professores de matemática em início de docência com a ferramenta *Padlet* e o *software* de geometria dinâmica GeoGebra para o estudo de trigonometria em um contexto de formação continuada. A experiência foi realizada com 6 professores num grupo de estudos *online* que se reúne semanalmente por duas horas para discutir aspectos da prática docente, conteúdos matemáticos e outros assuntos relativos ao interesse mútuo dos participantes. O trabalho revela a importância de professores de matemática vivenciarem processos formativos que aliem as tecnologias digitais aos conteúdos matemáticos e de refletirem sobre a utilização desses recursos durante o próprio processo de aprendizagem ou retomada do conteúdo. As ferramentas se mostraram potenciais para os processos de visualização das representações gráficas, para a dinamicidade, a interação entre todos os presentes e conexões entre diferentes tipos de representações, como a algébrica e a gráfica.

Palavras-chave: Educação Matemática. Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação. Formação continuada de professores.

Introdução

Um dos desafios atuais para a formação de professores é uma formação pedagógica que atenda às reais demandas da prática educativa. Nesse sentido, Nóvoa (2007) defende a formação centrada nas práticas e na análise das próprias práticas. Na formação continuada este dilema se acentua, haja vista a necessidade dos professores debaterem e encontrarem caminhos para superação dos desafios diários que assolam a Educação Básica, como a inserção da tecnologia nos processos de ensino e de aprendizagem, que pode ser utilizada como um meio para potencializar e qualificar os processos formativos e educativos (SÁ; ENGLISH, 2014).

Nessa etapa de formação, é necessário que a utilização das tecnologias digitais da informação e comunicação (TDIC) possibilite que os professores articulem as linguagens e características de tecnologias digitais às especificidades das ações didático-pedagógicas e do

trabalho com o conteúdo matemático (SÁ; ENGLISH, 2014). Essa articulação pode ser ainda mais difícil para professores em início de docência, pois esse é um período em que os dilemas enfrentados pelos professores parecem ainda mais desafiadores.

De acordo com Marcelo (2022), o início de docência envolve problemas de adaptação, relacionamentos, motivações, avaliações e outras tensões vivenciadas. Com o objetivo de abrir um espaço de aprendizado e colaboração entre professores de matemática em início de docência, um grupo de estudos *online* foi constituído pelo terceiro autor deste trabalho em agosto de 2022, do qual as duas primeiras autoras fazem parte junto com outros três professores de matemática da Educação Básica em início de docência.

Dentre as ações realizadas em 2023 nesse grupo, destaca-se o estudo de trigonometria, feito por meio da ferramenta *Padlet* e do *software* de geometria dinâmica GeoGebra, visando atender a demanda de conteúdo a partir de recursos digitais. Assim, o objetivo deste trabalho é relatar a experiência de professores em início de docência com essas ferramentas para o estudo de trigonometria em um contexto de formação continuada.

A tecnologia na formação de professores

O mundo está em constante mudança e, cada vez mais, os professores vêm se deparando com novas exigências em relação ao ensino e à aprendizagem para atender às demandas atuais da sala de aula. Com a presença das tecnologias digitais nas vidas da maioria dos estudantes, um dos desafios enfrentados pelos professores é a inserção das TDIC nos processos de ensino e de aprendizagem.

Na formação inicial, os futuros professores podem obter uma visão positiva do uso de tecnologias digitais da informação e comunicação em sala de aula, contudo a formação continuada se mostra indispensável para que eles se atualizem e busquem novas fontes de informação sobre o tema (PONTES; BARBOSA, 2020). Durante suas aulas, é necessário que o professor tenha segurança no que se refere ao uso dessas tecnologias e ao conteúdo matemático ensinado por meio delas, pois isso está diretamente relacionado com o impacto que a utilização das TDIC pode ter na aprendizagem dos estudantes.

Para que o professor tenha cada vez mais segurança, é preciso que ele vivencie o processo de integração¹ da tecnologia no ensino, participando de atividades que os deem oportunidades de vivenciar e observar métodos de ensino com as tecnologias digitais, de compartilhar preocupações e

¹ Para Bittar, Guimarães e Vasconcelos (2008), além de inserir as tecnologias digitais, ou seja, equipar as escolas com computadores e tomá-los como instrumentos estranhos à prática pedagógica, utilizando-os em situações incomuns, é preciso integrá-las no ensino, de forma que elas representem um meio importante para a aprendizagem.

experiências e de explorar novas ideias com especialistas e com os pares (BAYLOR; RITCHIE, 2002; BITTAR; GUIMARÃES; VASCONCELOS, 2008).

Desse modo, faz-se necessário que processos de formação inicial e continuada de professores de matemática considerem momentos em que os professores vivenciem o uso de tecnologias digitais como instrumentos para aprender matemática, de modo que tais experiências contribuam para suas futuras práticas docentes.

A experiência relatada neste trabalho diz respeito a vivência de professores em início de docência em um estudo de trigonometria com o auxílio de recursos digitais. No decorrer desse processo, buscou-se articular o uso dos recursos tecnológicos com o conteúdo matemático em pauta.

Relato da experiência

O presente relato é resultado de alguns encontros destinados à discussão do conteúdo trigonometria em um grupo de estudos *online* coordenado pelo terceiro autor, em que a primeira e a segunda autoras são participantes.

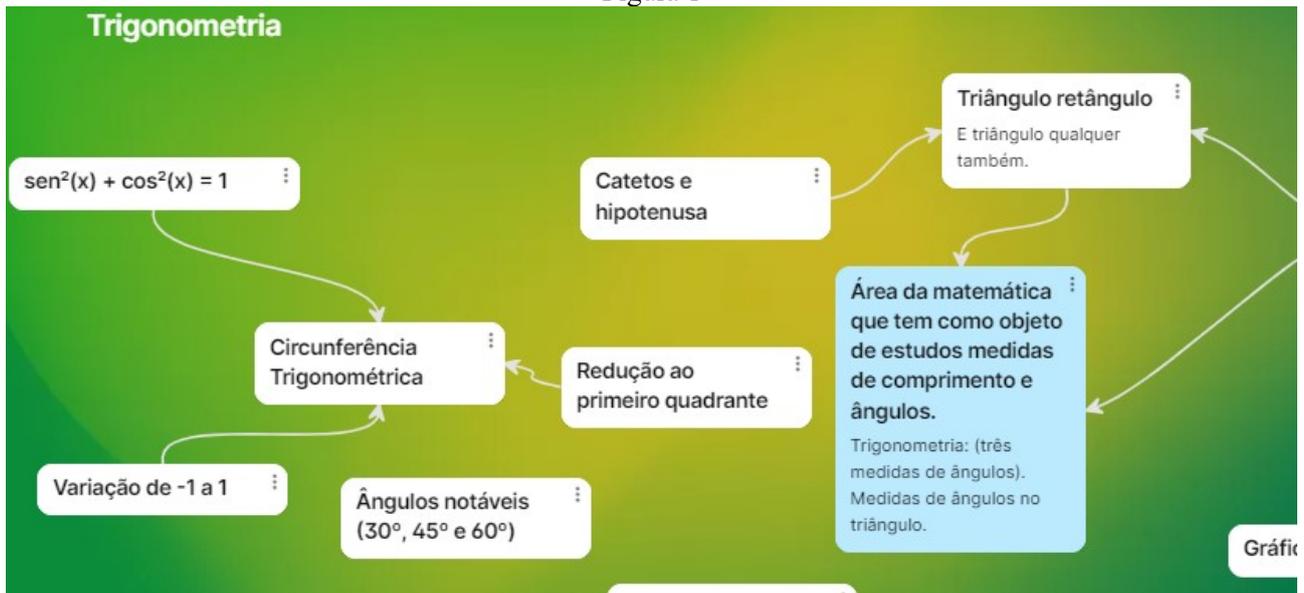
O grupo de estudos, composto pelo professor coordenador e cinco professores em início de docência, constitui um espaço colaborativo para discussões e compartilhamento de ideias e experiências, com encontros semanais de duas horas por meio da plataforma *online* Google Meet, destinada a videochamadas. Os assuntos abordados são negociados entre os participantes de acordo com seus interesses e já envolveram discussões a respeito de práticas de sala de aula, desenvolvimento neurológico na adolescência, educação matemática para a paz e autonomia.

Em 2023, um dos estudos realizados foi a respeito do conteúdo trigonometria, motivado pela dificuldade de alguns professores, bem como pelo interesse de aprofundamento em tópicos do assunto. Para esse estudo, foram destinados 5 encontros, ocorridos entre abril e maio.

No primeiro encontro desse período, utilizou-se a ferramenta *online* Padlet que, de acordo com um tutorial elaborado pela Secretaria Geral de Educação a Distância da Universidade Federal de São Carlos (2018, p. 2), “[...] permite a criação de um mural ou quadro virtual dinâmico e interativo para registrar, guardar e partilhar conteúdos multimídia. Funciona como uma folha de papel, onde se pode inserir qualquer tipo de conteúdo [...] juntamente com outras pessoas”.

Utilizando a ferramenta *Padlet*, foi proposto aos professores participantes que, de maneira simultânea, construíssem um único esquema (Figura 1) com palavras ou pequenas frases do que sabiam sobre trigonometria. As anotações realizadas seriam ponto de partida para o estudo e discussão do conteúdo.

Figura 1



Fonte: os autores.

Uma das primeiras anotações realizadas no quadro *online* foi sobre o que era trigonometria e, a partir disso, com o auxílio da ferramenta de pesquisa do Google, os participantes do encontro buscaram a etimologia² da palavra e a caracterizaram como uma “Área da Matemática que tem como objeto de estudos medidas de comprimento e ângulos em triângulos”. Partindo disso, à medida em que lembravam de algum aspecto do conteúdo, os professores foram construindo o quadro e outras questões surgiram, como qual a razão pela qual a circunferência trigonométrica tem medida de raio igual a 1 e se considera-se apenas triângulos retângulos ou quaisquer tipos de triângulos.

O uso da ferramenta *Padlet* proporcionou que todos os professores pudessem expor suas ideias e impressões sem julgamentos, de modo que a construção do esquema foi realizada em conjunto e através de uma discussão que contou com a participação efetiva de todos, oportunizando que fossem ouvidos e que contribuíssem de maneira efetiva para a realização de um levantamento inicial dos tópicos que poderiam direcionar o estudo.

Além das discussões sobre aspectos teóricos do conteúdo, outro ponto suscitado pela construção do quadro foi a resolução de tarefas envolvendo diferentes tópicos do conteúdo, sendo que os próximos encontros foram destinados a isso. Destaca-se um episódio de estudo e discussão a respeito dos parâmetros da função trigonométrica seno, motivado pela resolução de uma das questões propostas, que apresentamos na figura a seguir.

² Fonte: https://igeo.ufrgs.br/museudetopografia/images/acervo/artigos/Breve_historia_da_trigonometria.pdf

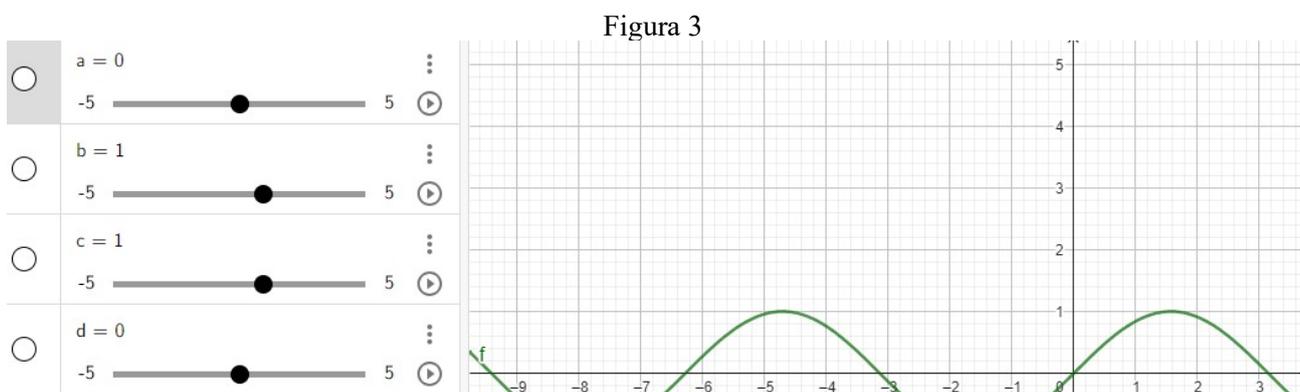
Figura 2

O período da função dada por $y = 3 \cdot \text{sen}\left(2\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$ é:				
a) $\frac{1}{2}$	b) $\frac{\pi}{2}$	c) 2π	d) 1	e) $\frac{\pi}{4}$

Fonte: FGV - SP

Inicialmente, os professores pensaram no período da função seno e lembraram que cada parâmetro adicionado alterava o gráfico da função de uma forma. Com isso, decidiram investigar os parâmetros de uma função seno do tipo $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = a + b\text{sen}(cx + d)$, utilizando o GeoGebra *online* que “[...] é um *software* dinâmico de matemática para todos os níveis de educação que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em uma única plataforma.” (GEOGEBRA, 2023, n.p.).

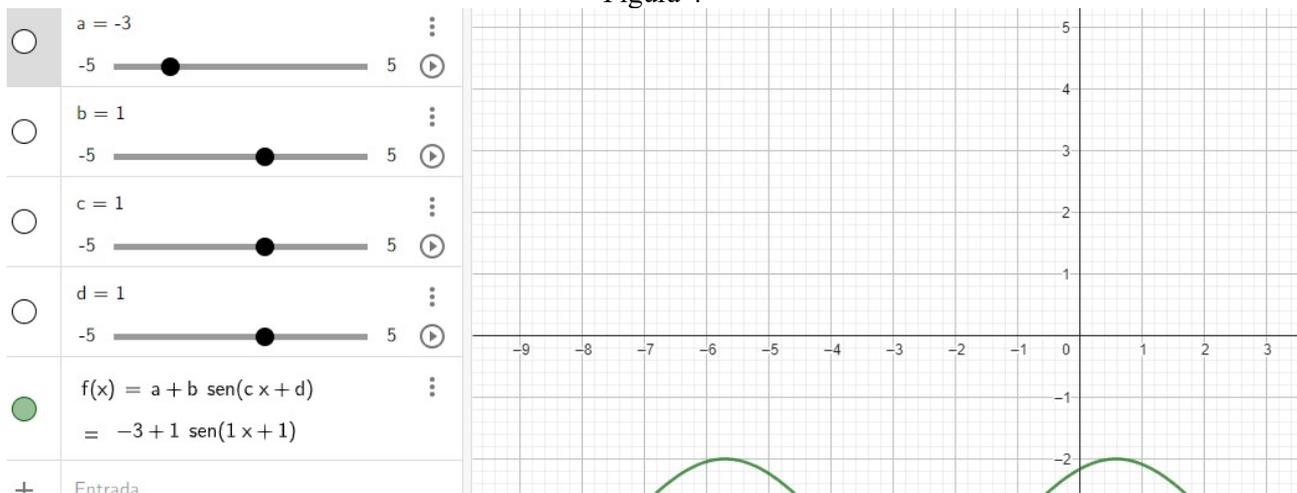
Ao plotar a função genérica, cuja lei de formação é $f(x) = a + b\text{sen}(cx + d)$, na janela de álgebra do GeoGebra, o *software* automaticamente criou os controles deslizantes para os parâmetros a , b , c e d . Inicialmente, todos parâmetros da função assumiram valores iguais a 1, entretanto, para fins de análise, os professores modificaram os valores para $a = 0$, $b = 1$, $c = 1$ e $d = 0$, como apresentado na figura a seguir.



Fonte: os autores.

A partir disso, movimentando os controles deslizantes, realizou-se observações do comportamento do gráfico ao alterar o valor de cada um dos parâmetros. Ao movimentar o parâmetro a da função, observou-se que o gráfico desloca-se verticalmente. Em relação ao gráfico da Figura 3, se $a < 0$, o deslocamento é de $|a|$ unidades para baixo, e se $a > 0$, de a unidades para cima. Como exemplo, tem-se a Figura 4 em que $a = -3$ implica no deslocamento do gráfico, verticalmente, em 3 unidades para baixo.

Figura 4

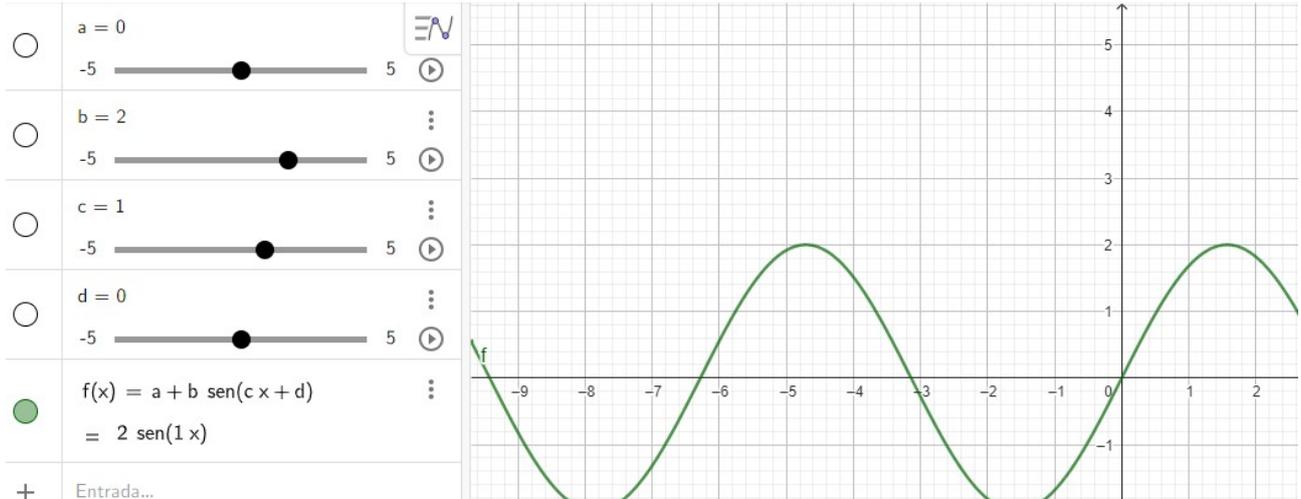


Fonte: os autores.

Após essa discussão, os professores retornaram o parâmetro a ao valor inicial, como na Figura 3, e iniciaram uma análise do comportamento do gráfico quando alterado o parâmetro b . Movimentando o controle deslizante, percebeu-se que quando $b = 0$, o gráfico se torna uma reta, uma vez que b multiplica $\operatorname{sen}(cx + d)$, resultando em uma função constante.

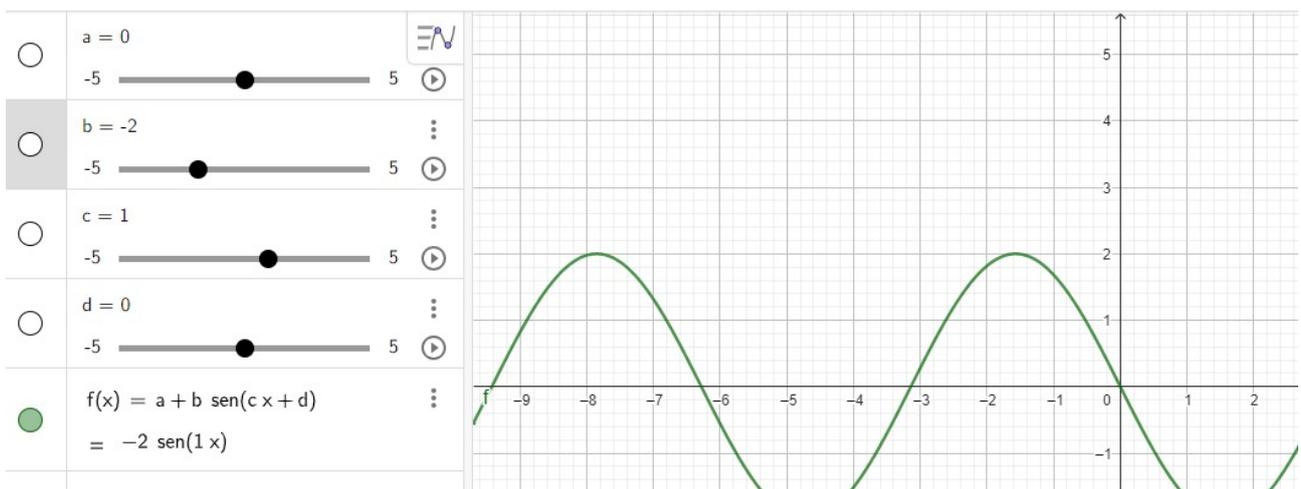
Para valores de $b \neq 0$, os professores observaram que o gráfico amplia-se ou comprime-se verticalmente, mais especificamente, comprimindo a sua amplitude de modo diretamente proporcional ao valor de $|b|$ que se aproxima de zero, e ampliando-se à medida que o parâmetro b , em módulo, tende a valores cada vez maiores. Assim, concluiu-se que a alteração do parâmetro b relaciona-se com a variação da amplitude da função, influenciando em seus valores máximo e mínimo. Outra observação realizada pelos professores em início de docência, provocada pela observação do comportamento do gráfico no GeoGebra, é que quando o valor de b muda de positivo para negativo, o gráfico reflete em relação ao seu eixo de simetria (Figuras 5 e 6).

Figura 5



Fonte: os autores.

Figura 6



Fonte: os autores.

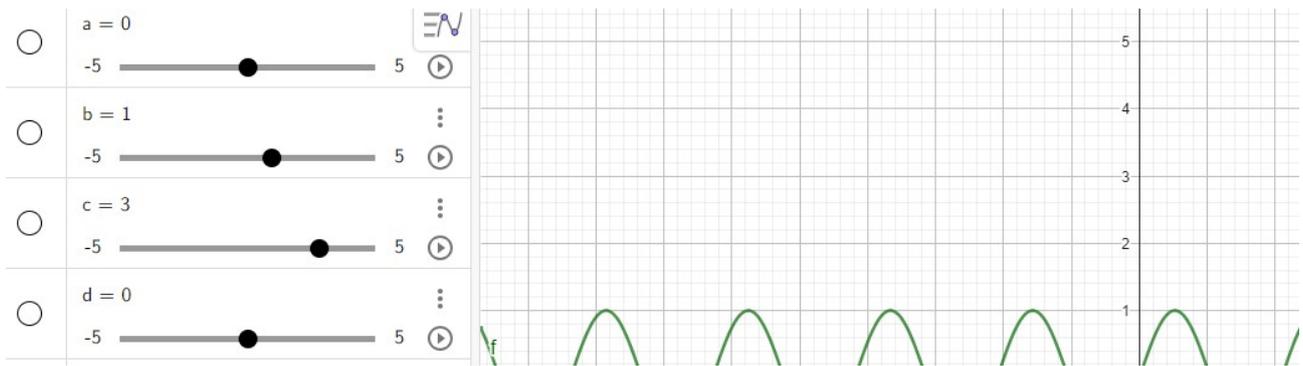
Por fim, os professores analisaram se a alteração dos valores do parâmetro a interferia no parâmetro b e concluíram que não há influências mútuas. Após essas análises, retornaram-se todos os parâmetros para os valores iniciais (Figura 3) e, na sequência, analisou-se o comportamento do gráfico quando se altera o parâmetro c .

Ao movimentar o controle deslizante de c , foi possível observar certa similaridade com o comportamento do gráfico em relação a modificação do parâmetro b : o gráfico também expande ou comprime, entretanto, horizontalmente. Para $c = 0$, o gráfico se torna uma reta em $c = 0$, uma vez que $\operatorname{sen}(cx) = \operatorname{sen}(0) = 0$.

Para valores de $c \neq 0$, o gráfico expande ou comprime horizontalmente (Figura 7), alterando o período da função. Um dos professores presentes na discussão lembrou que existe uma fórmula

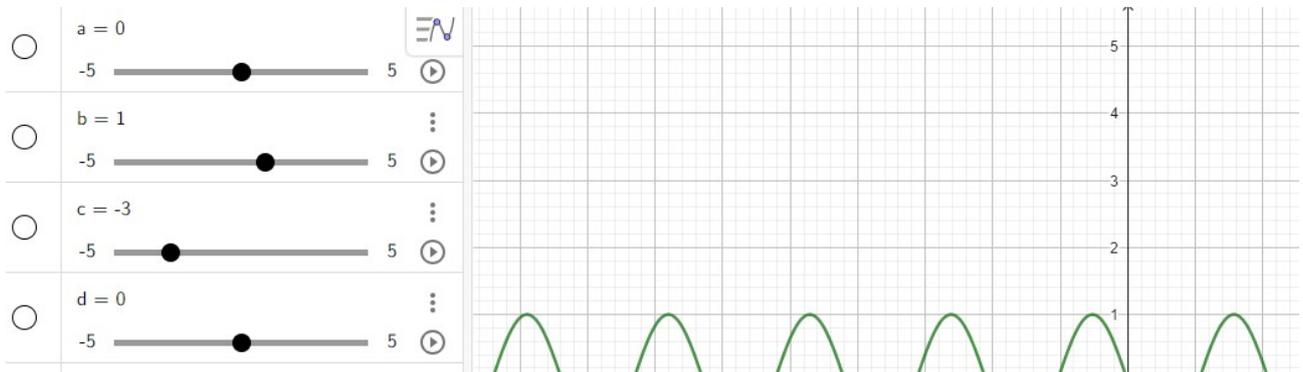
usada para calcular o período da função a partir do valor do parâmetro c : $P = \frac{2\pi}{|c|}$. À medida que os valores de $|c|$ se distanciam de zero, o gráfico fica cada vez mais comprimido e, nos casos em que $c < 0$, há uma reflexão em relação ao eixo das ordenadas (Figuras 7 e 8).

Figura 7



Fonte: os autores.

Figura 8



Fonte: os autores.

Com esses últimos apontamentos, os professores concluíram que conseguiriam resolver a questão inicial (Figura 2). Como se tratava de encontrar o período da função $y = 3 \cdot \text{sen}\left(2\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$, os professores identificaram que bastava utilizar a fórmula do período, substituindo c por 2π . Portanto, $P = \frac{2\pi}{|c|} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$. Uma das observações feitas pelos professores foi a de que, sabendo a funcionalidade de cada parâmetro, questões que parecem complexas se mostram simples e práticas de resolver, além de ser possível atribuir significado à tarefa.

Mesmo com a questão inicial já resolvida, os professores resolveram continuar a investigação para compreender as modificações realizadas a partir do parâmetro d . Assim, voltando o parâmetro c para o seu valor inicial, $c = 1$, e movimentando o controle deslizante de d , foi

possível observar que o gráfico desloca-se $|d|$ unidades horizontalmente. Se $d > 0$, o deslocamento é de d unidades para a esquerda, e se $d < 0$, desloca-se $|d|$ unidades para a direita. Como exemplo, tem-se a Figura 9 em que $d = -3$ implica no deslocamento do gráfico, horizontalmente, em 3 unidades para a direita.

Figura 9



Fonte: os autores.

De forma análoga, as análises poderiam ser feitas em relação à função trigonométrica cosseno. A partir das análises realizadas no encontro, os professores puderam retomar e compreender a modificação gráfica que ocorre ao realizarem alterações nos parâmetros de uma função do tipo $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = a + b \operatorname{sen}(cx + d)$, e refletirem a respeito de como o uso do GeoGebra e da interação dinâmica proporcionada pela ferramenta foi crucial para que o processo de visualização fosse atingido de modo eficaz. Assim, consideraram também que em sala de aula o auxílio deste recurso pode ser potencial para o processo de ensino e para a aprendizagem dos estudantes.

Considerações Finais

Após a experiência relatada neste trabalho, foi possível observar que realizar um estudo sobre o conteúdo trigonometria, utilizando ferramentas digitais em um grupo de estudos *online*, oportunizou momentos de reflexão para os professores que, além de retomarem ou aprenderem sobre tópicos de trigonometria, vivenciaram um modo de utilização de duas ferramentas digitais que podem se aliar ao processo de ensino para contribuir para aprendizagem dos estudantes.

A ferramenta *Padlet*, por apresentar um caráter dinâmico, possibilitou que os professores em início de docência estabelecessem conexões entre seus conhecimentos prévios do conteúdo e as informações pesquisadas, registrando suas observações no quadro compartilhado. Durante a elaboração do quadro, realizaram-se diversas reflexões e discussões entre os participantes, o que é

considerado relevante para o processo de aprendizagem, já que se conceitua a aprendizagem matemática como uma atividade social, para além de ser uma atividade pessoal, sendo necessário um ambiente em que os aprendentes possam compartilhar suas estratégias e ideias, evocando a reflexão (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2010).

O uso do *software* GeoGebra proporcionou a participação ativa dos professores durante a investigação dos comportamentos do gráfico da função após a variação dos quatro parâmetros, auxiliando-os a interpretar geometricamente os valores presentes no enunciado da questão. Além disso, o *software* possibilitou que os professores em início de docência identificassem possíveis dúvidas que os alunos poderiam ter a partir de suas próprias dúvidas e das dúvidas dos colegas, oportunizando a reflexão e discussão de formas pelas quais a ferramenta poderia ser usada em sala de aula para potencializar os processos formativos e educativos.

Após a experiência, os professores participantes do projeto relataram que a articulação das discussões com as tarefas propostas, mediadas pelo uso das tecnologias digitais, os ajudaram a ter mais segurança para usar esses recursos em sala de aula, isso porque eles também puderam hipotetizar sobre alguns aspectos do processo de aprendizagem dos estudantes. Além disso, alguns professores que não se identificavam com o conteúdo puderam vê-lo de uma forma diferente da tradicional, modificando alguns bloqueios quanto ao conteúdo.

Desse modo, a utilização desses recursos digitais atrelada às discussões e reflexões foram potenciais para a aprendizagem dos professores e para oportunizar que eles vivenciassem o uso dessas tecnologias para o ensino de trigonometria, de modo a refletirem a respeito das suas potencialidades, como a contribuição para a visualização, o caráter dinâmico e as conexões estabelecidas entre registros algébricos e gráficos.

Considera-se, então, que socializar essa experiência pode ser profícuo para que outros professores de matemática tenham acesso à dinâmica realizada e às ferramentas utilizadas, de modo a refletirem a esse respeito e a adaptarem a proposta para utilizações em suas práticas docentes futuras. Ressalta-se, com isso, a importância de processos formativos em que os professores vivenciem o uso das tecnologias digitais aliados à prática e ao estudo de conteúdos matemáticos.

Referências

BAYLOR, Amy L.; RITCHIE, Donn. What factors facilitate teacher skill, teacher morale, and perceived student learning in technology using classrooms? **Computers and Education**, Vol 39 (4), p. 395-414, 2002.

BITTAR, Marilena; GUIMARÃES, Sheila D.; VASCONCELLOS, Mônica. A integração da tecnologia na prática do professor que ensina matemática na educação básica: uma proposta de

pesquisa-ação. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. V3.8, p.84-94, UFSC: 2008.

GEOGEBRA. **O que é o GeoGebra?** In: GeoGebra - Aplicativos Matemáticos. 2023. Disponível em: <https://www.geogebra.org/about>. Acesso em: 11 de jul. de 2023.

MARCELO, Carlos. Prólogo. In: MARCELO, C. et al. (Eds.). **Programas de apoio e indução ao professor iniciante**. São Paulo: Annablume, 2022. p. 13-15.

NÓVOA, Antonio. (2007). **Desafios do trabalho do professor no mundo contemporâneo**. São Paulo: Sinpro - SP.

PONTES, Ana Paula Florêncio Ferreira; BARBOSA, Pedro Lucio. O professor de matemática frente às tecnologias e as dificuldades em integrá-las na sala de aula. **Ensino em Foco**, Salvador, v.3 , n.8 , p. 33-47, dez. 2020.

SA, Ricardo Antunes de; ENGLISH, Estela. Tecnologias digitais e formação continuada de professores. **Educação**. Porto Alegre [online]. 2014, vol.37, n.01, pp.63-71. ISSN 1981-2582. SÃO PAULO. [Secretaria Geral de Educação a Distância da Universidade Federal de São Carlos]. **Tutorial Padlet: Criando murais**. São Paulo: Universidade Federal de São Carlos, 2018. Disponível em: <https://inovaeh.sead.ufscar.br/wp-content/uploads/2019/04/Tutorial-Padlet.pdf>. Acesso em 11 de jul. de 2022.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, Marja. Reform under attack – Forty Years of Working on Better Mathematics Education thrown on the Scrapheap? No Way! In: SPARROW, L.; KISSANE, B.; HURST, C. (Eds.). **Proceedings of the 33th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**. Fremantle: MERGA. 2010.