

## OBJETO DE APRENDIZAGEM ONLINE COM FEEDBACKS PARA A APRENDIZAGEM DE CONCEITOS NECESSÁRIOS PARA O CÁLCULO

Alex Sandro de Castilho  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Guarapuava  
alexs@utfpr.edu.br

André Luis Trevisan  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Londrina  
andrelt@utfpr.edu.br

### Resumo

Neste trabalho, recorte de uma pesquisa maior, apresentamos algumas etapas da concepção de um Objeto de Aprendizagem (OA) *online* com *feedbacks* que possibilitem ao aluno sua autorregulação da aprendizagem, no que diz respeito aos conceitos de Matemática necessários para o Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Este OA foi implementado na Plataforma Farma-Calc, a partir do estudo dos instrumentos de avaliação de matemática do Ensino Médio, nacionais e internacionais, com vinte questões que abordam os estratos de conhecimento matemático (numérico, algébrico e funcional). Ele foi submetido a um teste de avaliação por um grupo de alunos que cursam CDI 1 em uma universidade federal. Os resultados mostram que o OA foi bem aceito pelos alunos e que, na sua percepção, pode auxiliá-los em sua autorregulação da aprendizagem dos conceitos de matemática necessários para o CDI.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Objeto de Aprendizagem.

### Introdução

Este trabalho apresenta parte da pesquisa de doutorado do primeiro autor, desenvolvida em um Programa de Ensino de Ciência e Tecnologia, cujo objetivo é conceber um Objeto de Aprendizagem (OA) com *feedbacks* que possibilitem ao aluno sua autorregulação da aprendizagem, no que diz respeito aos conceitos de Matemática necessários para o Cálculo Diferencial e Integral de funções de uma variável real (CDI 1). No presente artigo apresentamos como se deu a concepção, a construção e uma segunda avaliação do OA implementado em uma plataforma virtual, denominada Farma-Calc.

O público-alvo desta pesquisa são alunos ingressantes em cursos de Engenharia da UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Em geral, ao iniciarem um curso de Ensino Superior, esse perfil de aluno encontra dificuldades em cursar a disciplina de CDI 1. Segundo Zarpelon, Resende e Reis (2017), na UTFPR os maiores índices de insucesso, nos cursos de Engenharia, estão

presentes nas disciplinas oferecidas no primeiro semestre da grade curricular, em específico CDI, e Álgebra Linear e Geometria Analítica. Neste contexto, torna-se cada vez mais relevante um olhar mais atento aos conceitos matemáticos necessários para a aprendizagem de CDI 1, assim como, quais são os recursos e *feedbacks* que o professor pode utilizar para motivar a autorregulação da aprendizagem desses conceitos.

Para organização deste artigo, primeiramente apresentaremos alguns instrumentos de avaliação do conhecimento em Pré-Cálculo e CDI 1, os quais foram a fonte de inspiração para a elaboração do OA proposto. Em seguida, como se deu o processo metodológico da pesquisa, fundamentado no *Design Science Research* (DSR). Por fim, descrevemos brevemente a construção do OA e os resultados da segunda etapa de sua avaliação (uma primeira etapa é descrita em Castilho (2021)).

### **Instrumentos para Avaliação de Conhecimento em Pré-Cálculo e CDI 1**

No que diz respeito às atuais Diretrizes para Engenharia (BRASIL, 2019), elas apontam que o Projeto Pedagógico do Curso (PPC) deve contemplar um conjunto de atividades de aprendizagem que assegure o desenvolvimento das competências, estabelecidas no perfil do egresso, especificando e descrevendo, entre outros, a gestão de aprendizagem do curso que abarque os instrumentos de avaliação das competências desenvolvidas e respectivo conteúdo.

Nessa direção, há uma falta de consenso na literatura, e entre professores que ministram aulas em semestres iniciais de cursos da área de Exatas, quanto à relação das disciplinas matemáticas e o desenvolvimento das competências mencionadas nas Diretrizes, assim como de quais conteúdos e do que seria uma “matemática básica”, ou que conceitos efetivamente explorar em um curso de Pré-Cálculo como “base” para o CDI 1. Sendo assim, buscou-se na literatura um respaldo teórico que possibilitasse fundamentar esta proposta, cujos detalhes podem ser consultados em Castilho, Trevisan e Marczal (2022). O Quadro 1. mostra algumas bases teóricas e também instrumentos de avaliação internacionais e nacionais que serviram como base para a elaboração do OA.

#### **Quadro 1.** Bases teóricas e instrumentos de Avaliação de Conceitos de Matemática.

<p><b>Prontidão de Conceitos de Cálculo</b> - o instrumento explora três habilidades de raciocínio primárias (proporcional, quantitativo e covariacional) fundamentais na aprendizagem e no uso de conceitos necessários para a aprendizagem de CDI. Inclui, ainda, a compreensão de vários tipos de funções que surgem da análise de padrões de variação em dados (CARLSON; MADISON; WEST, 2015).</p>
--

<p><b>Estratos do conhecimento Matemático</b> - o modelo define quatro níveis de competência que tratam dos estratos do conhecimento matemático, a saber: estrato numérico, estrato racional, estrato algébrico e estrato</p>
---

funcional. Cuevas-Vallejo, Pineda e Reyes (2018) descrevem as especificidades desses estratos e as dificuldades ligadas às suas mudanças e apontam uma hierarquia entre eles correspondendo à ordem em que são apresentados.

**Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM)** - foi instituído em 1998 com o objetivo de “avaliar o desempenho escolar dos estudantes ao término da educação básica” (BRASIL, 2021a). Em 2009, o exame passou a ser utilizado como mecanismo de acesso ao Ensino Superior, por meio do Sistema de Seleção Unificada (Sisu) e do Programa Universidade para Todos (ProUni).

**Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb)** - é um conjunto de avaliações externas em larga escala que permite ao Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC) realizar um diagnóstico da Educação Básica brasileira e de fatores que podem interferir no desempenho do estudante (BRASIL, 2021b).

**Prova Brasil** - é uma avaliação para diagnóstico, em larga escala, desenvolvida pelo INEP. Tem o objetivo de avaliar a qualidade do ensino oferecido pelo sistema educacional brasileiro a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos (BRASIL, 2021c). Os testes são aplicados no quinto e nono ano do Ensino Fundamental e os estudantes respondem questões de Língua Portuguesa e Matemática, com foco na leitura e na resolução de problemas, respectivamente.

**Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA)** - é um estudo comparativo internacional realizado a cada três anos pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). O programa proporciona informações sobre o desempenho dos estudantes, dentro da faixa etária dos 15 anos, que já terminaram as fases de educação básica obrigatória na maioria dos países, o que inclui dados sobre seus conhecimentos prévios e suas atitudes em relação à aprendizagem dentro e fora da escola (BRASIL, 2021d).

Fonte: Adaptado de Castilho, Trevisan e Marczal (2022).

A importância de se analisar os exames citados anteriormente faz-se necessária devido a vários fatores. Primeiramente, a UTFPR, por meio da Deliberação nº 04/2009 de 24 de abril de 2009 do Conselho Universitário, aprovou a adesão ao Sisu como acesso aos cursos superiores, exclusivamente pela nota do ENEM, em substituição do processo vestibular (UTFPR, 2009). Assim, compreender o processo avaliativo do ENEM, deve levantar questões que corroborem para a formulação e desenvolvimento do objeto de aprendizagem proposto.

Em segundo lugar, a comparação entre exames, nacionais e internacionais, que avaliam conceitos de matemática adquiridos pelos alunos durante sua vida escolar, proporciona a elaboração de um produto educacional que seja bem fundamentado, mas adequado às necessidades e dificuldades encontradas por nossos acadêmicos ao entrarem no Ensino Superior. Por fim, estes exames serviram como base para a elaboração das questões e *feedbacks* propostos no produto educacional.

## **Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC)**

No Ensino Superior, em particular, no Ensino de CDI, o uso de TDIC e as mudanças que elas estão gerando nos últimos anos tem levantado muitas discussões no meio acadêmico, como a

necessidade de novas abordagens metodológicas e estratégias para incorporar essas ferramentas em sala de aula como recurso didático (SANTOS; REIS; SILVA, 2020). Os autores apontam que a intersecção CDI/TDIC como recurso didático-pedagógico em sala de aula pode favorecer os processos de ensino e de aprendizagem dos conteúdos das disciplinas, possibilitando potencializar e ressignificar a construção dos conhecimentos matemáticos.

Para Trevisan, Fonseca e Palha (2018), as TDIC podem contribuir para a compreensão de conceitos matemáticos, pois possibilitam a visualização, reflexão e deduções para refinar o conhecimento. Os autores defendem que, por si só, nenhuma tecnologia garante tais processos, sendo necessário um cuidadoso planejamento para sua utilização, em especial, na elaboração, aplicação e no refinamento de tarefas que façam uso desse recurso, configurando a importância da atividade para a aprendizagem de determinado conteúdo matemático, mais especificamente, as conexões com a integralização da disciplina de CDI. Hening, Borssoi e Trevisan (2021) fazem uma reflexão sobre como uma proposta de trabalho com uma tarefa exploratória pode proporcionar a colaboração entre estudantes de CDI, bem como potencialidades das TDIC nesse processo de ensino.

Sobre o uso de TDIC no Ensino de CDI, algumas lacunas de investigação podem ser destacadas, da qual destacamos a necessidade da compreensão sobre o uso de TDIC e sua relação com processos de aprendizagem (SANTOS; REIS; SILVA, 2020), e a concepção e uso de TDIC que proporcionam a criatividade, o senso crítico e os movimentos interativos entre alunos e professores (FLORES; ROSÁRIO LIMA; MÜLLER, 2018). Em ambos os trabalhos citados, os autores ressaltam a escassez de pesquisas envolvendo a utilização de TDIC na disciplina de CDI como recurso pedagógico, reforçando a importância de um olhar mais atento para essa questão, e um estudo mais aprofundado sobre o tema. Neste trabalho, procuramos apresentar a construção de um OA voltado para os conceitos matemáticos necessários para a aprendizagem de CDI disponibilizado em uma plataforma *online*.

### **Objeto de Aprendizagem**

Assumimos aqui que um OA pode ser visto como um recurso cognitivo para auxiliar e ampliar o ensino e a aprendizagem com características peculiares, dentre as quais destacam-se a reusabilidade, a granularidade, a acessibilidade e a interoperabilidade (MARCZAL, 2014). A reusabilidade está ligada ao seu tamanho: quanto menor, mais fácil de ser reutilizado. Deve-se, porém, tomar cuidado para que sejam pequenos e com relevância de conteúdo. A granularidade objetiva que o OA seja uma unidade modular que possa ser combinada para formar unidades maiores. A acessibilidade visa a

determinar como um OA pode ser encontrado e acessado, e é desejável que isso ocorra pela Internet. A interoperabilidade diz respeito à utilização do OA em diversas plataformas e sistemas operacionais (MARCZAL, 2014).

Para que nosso OA atendesse tais características, foram feitas as seguintes considerações:

- I. **Reusabilidade e granularidade** - o OA foi elaborado com vinte questões divididas em três grupos do estrato de conhecimento matemático (numérico, algébrico e funcional). Além de disponibilizar todo o material usado como *feedback* para consulta posterior;
- II. **Acessibilidade e interoperabilidade** - o OA foi implementado em uma plataforma *online* denominada Farma-Calc, esta plataforma pode ser utilizada em qualquer sistema operacional.

A plataforma Farma-Calc, utilizada nesta pesquisa, é um produto derivado da Ferramenta de Autoria para a Remediação de Erros com Mobilidade na Aprendizagem (FARMA) de Marczal (2014), que propõe a remediação de conteúdos matemáticos por meio de *feedbacks*. Este trabalho vislumbra a Farma-Calc como uma alternativa às dificuldades e necessidades supracitadas sobre o desempenho dos alunos em CDI.

### ***Feedbacks***

Como um dos objetivos do OA é proporcionar a autorregulação da aprendizagem por meio de um OA com *feedbacks*, faz-se necessário definir ou apresentar as características de um *feedback*. Segundo Paiva (2003, p. 2) um *feedback* pode ser definido como: “a reação à presença ou ausência de alguma ação com o objetivo de avaliar ou pedir avaliação sobre o desempenho no processo de ensino-aprendizagem e de refletir sobre a interação de forma a estimulá-la, controlá-la ou avaliá-la”.

Costa et al. (2016) propõem a classificação dos *feedbacks* em duas classes: (i) *feedbacks* como informações fornecidas ao estudante sobre o seu desempenho e (ii) *feedbacks* como informações que modelam o conhecimento do estudante, auxiliando em sua aprendizagem. Os autores referem-se ao *feedback* como um recurso pedagógico que pode despertar nos estudantes uma ação reflexiva e que contribua para sua aprendizagem.

Nesse contexto, vários autores exploram a ideia do uso de *feedbacks* em ambientes virtuais para o ensino de Matemática. Melo, Lima e Canto Filho (2018) apresentam uma proposta de uso de vídeo-*feedbacks* em atividades desenvolvidas na disciplina de Matemática do Ensino Médio. O objetivo de utilizar vídeo-*feedbacks* imediatos era promover a melhoria do desempenho do aluno de forma personalizada. No contexto de ensino remoto, Nóbriga e Dantas (2021) apresentaram uma proposta de atividade a ser realizada no GeoGebra e que contenha exercícios com *feedbacks*

automáticos. O artigo tem por objetivo provocar na comunidade acadêmica reflexões e debates sobre o uso de materiais didáticos com *feedbacks* automáticos no ensino de Matemática.

Leite, Marczal e Pimentel (2013) propõem a remediação de erros por meio de *feedbacks* que se utilizam de Múltiplas Representações Externas em Objetos de Aprendizagem implementados na FARMA. Os autores apresentam a aplicação do Objeto de Aprendizagem Pitágoras e discutem que o OA permitiu que os alunos aprofundassem seus conhecimentos conceituais usando as conexões.

Sendo assim, neste trabalho os tipos de *feedbacks* adotados foram de cunho teórico, papéis complementares, mudança de representação e resolução passo a passo. Tais *feedbacks* estão fundamentados na Teoria de Múltiplas Representações Externas (AINSWORTH, 2006), Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL; MORETTI, 2018) e de pesquisas correlatas.

### **Procedimentos Metodológicos**

A investigação que motivou este artigo é de natureza qualitativa e de cunho interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994), orientada pelas diretrizes do *Design Science Research - DSR* (DRESCH; LACERDA; ANTUNES, 2015). Seguindo as diretrizes da DSR, neste trabalho apresentaremos o processo de construção do artefato completo (Objeto de Aprendizagem) com todos os seus elementos (questões e *feedbacks*) e uma segunda etapa de avaliação/validação do OA, esta foi realizada com alunos voluntários que cursavam a disciplina de CDI 1 do curso de Engenharia Mecânica da UTFPR. A captação de dados foi feita por meio de uma entrevista gravada em áudio; questionário pré e pós teste; gravação de tela e áudio durante a utilização do OA, via *Google Meet*. Devido ao grande volume de dados coletados e com os ajustes feitos na primeira avaliação do OA (CASTILHO; TREVISAN; MARCZAL, 2022), foram escolhidos apenas 7 alunos para esta fase de avaliação.

#### **Processo de Construção do OA**

O artefato proposto foi concebido para ser um OA composto por questões que usam *feedbacks*, os quais devem possibilitar ao aluno uma autorregulação de sua aprendizagem em relação aos conceitos de Matemática necessários para a aprendizagem de CDI.

Para tanto, em seu desenvolvimento, foi utilizada uma versão da ferramenta de autoria FARMA, denominada Farma-Calc, que foi desenvolvida como alternativa às abordagens pedagógicas tradicionais no ensino de Matemática, por meio de *feedbacks* imediatos a partir dos erros. Em



específico, a tese da qual este artigo é recorte, tem por objetivo conceber um OA com *feedbacks* que possibilitem ao aluno a autorregulação da sua aprendizagem, no que diz respeito aos conceitos de Matemática necessários para o CDI 1. Em particular, propõe a validação, avaliação, divulgação e disponibilização do artefato supracitado.

O OA construído é composto por um conjunto de questões elaboradas a partir do Instrumento de Prontidão de Conceitos de Cálculo - CCR (CARLSON; MADISON; WEST, 2015), bem como em outras questões (baseadas no ENEM, Prova Brasil e Pisa) que contemplam os estratos do conhecimento matemático (CUEVAS-VALLEJO; PINEDA; REYES, 2018). O conjunto de questões foi dividido em três grupos que abordam os estratos de conhecimento matemático, a saber: estrato numérico, estrato algébrico e estrato funcional.

***Estrato Numérico*** - Neste estrato, foram escolhidas 5 questões. Dentre elas 3 de raciocínio aritmético (Q1, Q2 e Q3), com foco nas habilidades de efetuar as quatro operações com números inteiros (adição, subtração, multiplicação, divisão); efetuar operações que envolvam potenciação e radiciação com números inteiros; resolver problemas simples do cotidiano utilizando as quatro operações com números inteiros.

Segundo a matriz da Prova Brasil de 2011 uma grande parcela da população de alunos não domina essas habilidades, errando subtração e potenciação envolvendo números negativos. Para um melhor desenvolvimento dessas habilidades, sugere-se a realização de atividades com números inteiros, inicialmente apenas com uma operação e posteriormente mesclando as quatro operações básicas. Além disso, reconhecer regularidades numéricas ou geométricas evidencia a importância do estudo de funções lineares que estão relacionadas à resolução de problemas simples do cotidiano.

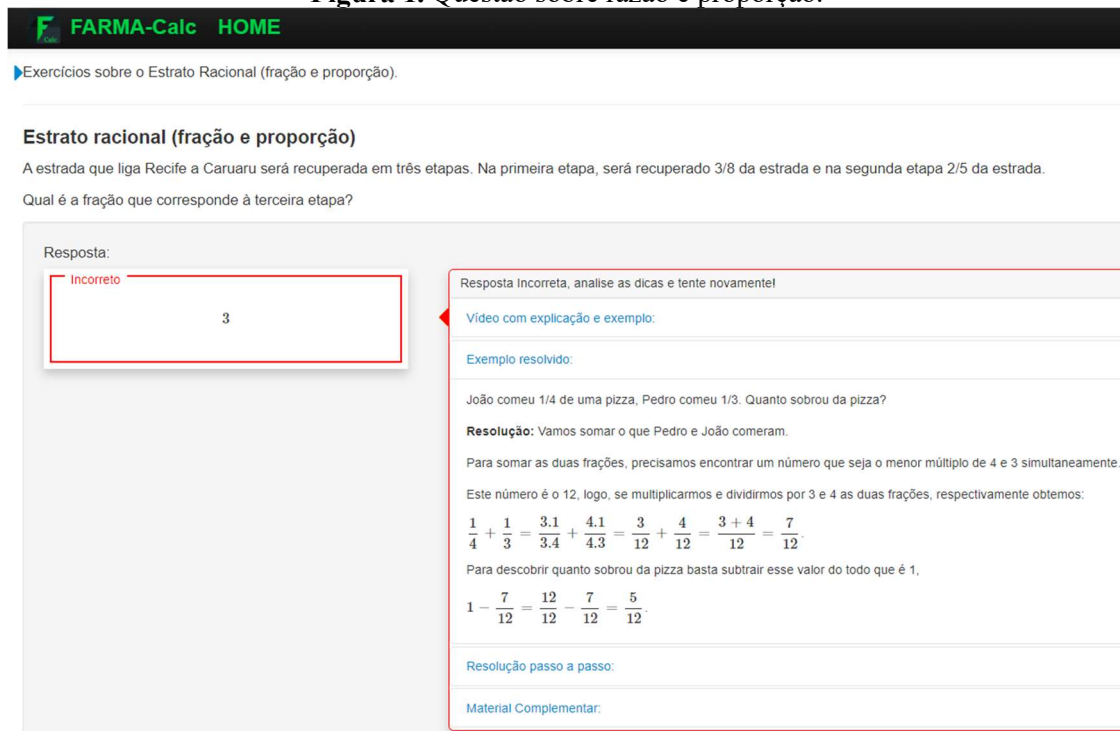
Em seguida, o estrato numérico pôde ser ampliado, incluindo também o estrato racional, duas questões (Q4 e Q5 - Figura 1) com foco nas habilidades de reconhecer frações em diversas representações e diferentes significados, como por exemplo, partes de um inteiro, resultado de uma divisão, operador e razão; resolver problemas utilizando-se das cinco operações com números racionais; efetuar cálculos de expressões com diferentes representações dos números racionais e envolvendo as operações básicas do conjunto  $Q$ ; resolver problemas que envolvam variação proporcional entre grandezas expressas por números racionais.

Nas questões propostas neste grupo, o raciocínio aritmético corresponde ao conhecimento dos números e das operações aritméticas, que incluem números inteiros e racionais (CUEVAS-VALLEJO *et al.*, 2018). Já o estrato racional representa o domínio das operações com razões e proporções, bem como o produto e o quociente dos números racionais.

**Estrato Algébrico** - O estrato algébrico inclui reconhecer e analisar padrões, estudar e representar relações, fazer generalizações e analisar como as coisas mudam. Ele também contém os sistemas matemáticos de sinais; resoluções de equações e manipulação de expressões que incluem variáveis e parâmetros, como cálculo com letras ou cálculo formal.

No estrato algébrico foram escolhidas 6 questões (Q6 à Q11) relacionadas às habilidades de identificar a expressão algébrica que representa a função que rege os dados indicados em uma tabela dada; efetuar cálculos de expressões algébricas em diferentes contextos, em particular resolver problemas em que seja necessário utilizar uma equação de 2º grau; construir a equação de uma reta; resolver problemas em que seja necessário utilizar uma equação de 1º ou 2º grau; resolver problemas que envolvam um sistema de equações com duas incógnitas; identificar as expressões algébricas que representam um problema envolvendo desigualdades para encontrar a solução de uma inequação.

**Figura 1.** Questão sobre razão e proporção.



**FARMA-Calc HOME**

▶ Exercícios sobre o Estrato Racional (fração e proporção).

**Estrato racional (fração e proporção)**

A estrada que liga Recife a Caruaru será recuperada em três etapas. Na primeira etapa, será recuperado 3/8 da estrada e na segunda etapa 2/5 da estrada. Qual é a fração que corresponde à terceira etapa?

Resposta:

Incorreto

3

Resposta incorreta, analise as dicas e tente novamente!

[Vídeo com explicação e exemplo:](#)

**Exemplo resolvido:**

João comeu 1/4 de uma pizza, Pedro comeu 1/3. Quanto sobrou da pizza?

**Resolução:** Vamos somar o que Pedro e João comeram.

Para somar as duas frações, precisamos encontrar um número que seja o menor múltiplo de 4 e 3 simultaneamente. Este número é o 12, logo, se multiplicarmos e dividirmos por 3 e 4 as duas frações, respectivamente obtemos:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 4} + \frac{4 \cdot 1}{4 \cdot 3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{3+4}{12} = \frac{7}{12}$$

Para descobrir quanto sobrou da pizza basta subtrair esse valor do todo que é 1,

$$1 - \frac{7}{12} = \frac{12}{12} - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

[Resolução passo a passo:](#)

[Material Complementar:](#)

Fonte: O próprio autor.

**Estrato Funcional** - O estrato do raciocínio funcional é uma atividade cognitiva do raciocínio matemático que permite estabelecer relações de dependência funcional, além de relações aritméticas e algébricas que podem ser aplicadas a vários contextos. Devem ser escolhidas questões que



envolvem habilidades de raciocínio proporcional, covariacional e quantitativo. Tendo em vista que este estrato possui conceitos fundamentais de CDI, as 9 questões (Q12 à Q20) escolhidas para este grupo estão fundamentadas nas diretrizes da Taxionomia CCR de Carlson et al. (2015).

As habilidades a serem avaliadas são: reconhecer variáveis e parâmetros em funções reais; pensar sobre como os valores da saída de  $f(x)$  mudam enquanto observa as mudanças ocorridas em  $x$ ; relacionar duas variáveis que estão mudando juntas; visualizar a função como um processo e identificar e aplicar procedimentos e cálculos algébricos apropriados; estabelecer relações proporcionais (raciocínio proporcional) entre duas variáveis; compreender a ideia de taxa constante de variação; construir uma fórmula algébrica da taxa média de variação de uma situação contextual; compreender, representar e resolver problemas envolvendo funções lineares, polinomiais não-lineares e exponenciais, com aplicação em contexto específicos; reconhecer a representação algébrica ou gráfica de uma função logarítmica e associá-la a uma função exponencial; reconhecer a representação gráfica de duas funções e reconhecer a necessidade de compor duas funções para obter uma nova função; compreender as ideias de medida de ângulo e radianos; conceituar uma medida de ângulo em relação ao comprimento de arco; compreender as funções seno e cosseno representando a covariação de uma medida de ângulo.

A título de exemplo, consideremos uma questão na qual o estudante deve “definir a área,  $A$ , de um círculo em função do comprimento,  $c$ , de sua circunferência”. Ele deve, inicialmente, reconhecê-la como um comando para relacionar duas variáveis que estão mudando juntas, bem como ter a capacidade de identificar as variáveis a serem relacionadas nessa situação. Deve lembrar as fórmulas para a área e perímetro de um quadrado e ver essas fórmulas/funções como processos que mapeiam valores de uma variável para valores de outra variável.

Após a escolha as questões, deu-se o processo de escolha dos *feedbacks* que seriam associados a cada uma delas. Neste trabalho apresentamos os tipos de *feedbacks* utilizados no OA para a melhoria do conhecimento do estudante e que auxiliaram na sua aprendizagem dos conceitos matemáticos necessários para o CDI, os quais serão fornecidos automaticamente por meio da interação com o OA na plataforma Farma-Calc, como exemplo na Figura 2.

**Figura 2.** Exemplo de questão com *feedback* de exemplo similar.

**FARMA-Calc HOME**

Exercícios sobre reconhecimento de parâmetros.

**Reconhecimento de parâmetros**

Seja  $f(x) = x^2 + 2x$  uma função dada.

Determine  $y = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ , onde  $h$  é uma constante (valor numérico).

**Observação:** Simplifique  $y$  de forma que sua resposta seja uma expressão algébrica:  $y = \dots$

Resposta:

Incorreto

2

Resposta incorreta, analise as dicas e tente novamente!

[Exemplo 1 - Substituição de variável:](#)

[Exemplo 2 - Função racional:](#)

Simplifique a expressão  $y = \frac{(x+h)^2}{h}$ .

$$y = \frac{(x+h)^2}{h} \rightarrow y = \frac{x^2 + 2 \cdot x \cdot h + h^2}{h} \rightarrow y = x^2 + 2 \cdot x + h$$

[Vídeo sobre divisão de polinômio:](#)

[Representação gráfica:](#)

[Resolução passo a passo:](#)

[Material Complementar:](#)

Fonte: O próprio autor.

Os tipos de *feedbacks* adotados nesta pesquisa foram fundamentados na Teoria de Múltiplas Representações Externas (AINSWORTH, 2006), Teoria dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL; MORETTI, 2018) e de pesquisas correlatas. Estes *feedbacks* podem ser classificados como:

- **Teórico** - definições matemáticas do conceito abordado na questão;
- **Mudança de Representação** - apresentação de outros registros de representação para o mesmo conceito, como exemplos similares, representação gráfica;
- **Papéis Complementares** - explicação curta da questão ou sugestão de vídeo com abordagem dos conceitos,
- **Conteúdo Complementar** - materiais didáticos em arquivo digital com definições, propriedades, exemplos e listas de exercícios sobre o conceito abordado na questão;
- **Resolução Passo a Passo** - forma de resolução dirigida de uma questão cujos passos são previamente estabelecidos pelo professor.

A partir de um protótipo inicial, uma primeira versão do OA foi avaliada por dois grupos, um deles formado por dois professores de CDI e também pesquisadores da Educação Matemática (denominados especialistas), e outro formado por 7 professores da Educação Básica e Ensino

Superior, que resultou em uma validação e aprimoramento do OA, como descrito em Castilho, Trevisan e Marczal (2022).

Com o OA concluído e implementado, foi realizada uma segunda avaliação com um grupo de 7 estudantes de CDI da UTFPR, com objetivo de analisar a percepção do público-alvo sobre o OA e suas potencialidades como recurso didático para a autorregulação da aprendizagem de conceitos matemáticos necessários para o CDI, além de coletar dados para calibração da estrutura do OA.

### **Resultados da Segunda Avaliação**

Descreveremos aqui os resultados da segunda avaliação do OA, a qual faz parte do processo metodológico da DSR usado na elaboração da tese do primeiro autor deste artigo. Para tanto, a avaliação foi realizada com cada estudante individualmente e dividida em três momentos: entrevista preliminar com o grupo focal; observação durante a utilização do OA; e entrevista com o grupo focal após o teste do OA.

**Entrevista preliminar com o grupo focal** - tinha por objetivo levantar dados sobre a afinidade dos estudantes com a matemática e se os conteúdos aprendidos no Ensino Médio auxiliam na aprendizagem de CDI.

*E2: É importantíssimo! Se você não tiver esse conhecimento de operação de fração do mais elementar você não pode chegar “numa” questão de cálculo e conseguir resolver. Questões como, ... alguma coisa que está multiplicando algo dentro dos parênteses e você já abre como polinômio ... se você não tiver essas sutilezas, essa visão, você não consegue resolver as questões. Se não tiver as operações de exponenciação e radiciação simplesmente não flui! A fração também é uma coisa da dor de cabeça. Tem umas questões simples envolvendo frações e polinômios ... A questão mais elementar que tem no livro, se você olhar a questão e não ver que é algo simples e como faria isso ou aquilo.*

Em geral, os estudantes relataram suas dificuldades com os conteúdos de matemática vistos no Ensino Médio e a sua importância para o aprendizado de CDI. Outro aspecto observado foi a dificuldades que eles encontram em relacionar os conteúdos do Ensino Médio com o Ensino Superior.

**Observação durante a utilização do OA** - neste momento o pesquisador observou alguns características ou comportamentos apresentados pelos estudantes durante o uso do OA na plataforma Farma-Calc, como dificuldades na utilização da plataforma; passividade dos alunos; as interações e interpretações dos alunos com o OA (questões claras e objetivas? os *feedbacks* mostram-se promissores?); e a condução da atividade pelo professor.

Os alunos mostraram alguma dificuldade inicial pelo fato de a plataforma Farna-Calc ser uma novidade para todos, mas com pequenas intervenções do pesquisador todos conseguiram compreender como era o uso do OA. Ele mostrou-se atrativo aos alunos, tanto ao navegarem pela plataforma como na interação e interpretação das questões e *feedbacks*. No entanto, alguns problemas foram encontrados, como erro de digitação e manipulação da aba de resolução “Passo a Passo”.

**Entrevista com o grupo focal após o teste do OA** - por fim, os alunos responderam questões que versavam sobre a utilização de um OA *online* para a aprendizagem dos conceitos de matemática “básica” necessários para o CDI.

Pergunta 1: Mudou alguma coisa sua relação/visão com a disciplina de matemática depois dessa nova maneira de trabalho?

*E4: Sim! Porque aqui dá várias opções (feedbacks) para achar a mesma resposta, e aí você pode procurar aquela que você tem mais afinidade. Muitas vezes que você vai buscar num livro, só tem aquilo ali e pronto. Não tem outra opção né.*

Os alunos apontam que as várias opções de *feedbacks* auxiliam na compreensão e resolução de uma questão, além de terem mais autonomia e tempo para realizar a atividade.

Pergunta 2: O que mais você gostou no OA?

*E1: Eu gostei muito da forma que ela é feita, como o passo a passo é feito e não é aquela aprendizagem que você se sente mal ao pegar ela. Ela te ajuda mas a olhar a conta e não se perder, eu gostei também da forma que é colocada as questões, que vai evoluindo com o tempo e não é temporizado.*

Em geral, pela análise das respostas, os alunos mostram interesse pela resolução “Passo a Passo” e a opção de *feedbacks* apresentados quando cometem um erro. Por fim os alunos foram questionados sobre quais contribuições você acha que o OA pode trazer para sua aprendizagem de Matemática (ou CDI).

*E1: Pode ajudar muitos alunos, pois a gente bate muito na trave, a gente reprova muito! ... Isso pode auxiliar os alunos de CDI a ter uma certa facilidade de a gente não chegar tão “cru”, chegar a gente entendendo. É claro que o 1º semestre é um tempo da gente aprender a estudar na universidade. A gente não está acostumado com um tanto de trabalhos, conteúdos e provas. A plataforma pode ajudar bastante nesse requisito.*

*E3: Pela facilidade né. Vou dar um exemplo, as coisas que eu dancei em cálculo ... Sobre os conteúdos terem fácil acesso, sabe? A Farma, por exemplo, você dá um click na resposta errada e tem lá as coisas, vídeo, conteúdo complementar. Você pode colocar um vídeo da matéria, como o conteúdo de matrizes para o aluno que quer se aprofundar.*

*E5: Acho que várias, porque é uma forma mais... mais... interativa!... posso aprender sem a ajuda do professor!*

Olhando para esses comentários podemos observar que o OA foi bem aceito pelos alunos e que, na sua percepção, pode auxiliá-los em sua autorregulação da aprendizagem de conceitos de matemática.

### Considerações Finais

Neste trabalho procuramos apresentar parte das etapas de concepção de um OA com feedbacks que possibilitem ao aluno sua autorregulação da aprendizagem, no que diz respeito aos conceitos de Matemática necessários para o Cálculo Diferencial e Integral 1. O OA foi submetido a um teste de avaliação por um grupo de alunos de CDI 1 da UTFPR, e os resultados se mostraram satisfatórios em relação às suas potencialidades como um instrumento de autorregulação da aprendizagem dos conceitos de matemática necessários para a aprendizagem de CDI.

Os próximos passos da pesquisa serão, após os ajustes finais no OA, uma última avaliação com uma turma completa de CDI de um curso de Engenharia da UTFPR, a fim de termos um instrumento bem calibrado para ser utilizado como um produto educacional para alunos ingressantes nos cursos de exatas nas universidades brasileiras.

### Referências

ADJIAGE, R.; PLUVINAGE, F. Strates de compétences en mathématiques. **Reperes IREM**, Nancy, v. 88, p. 43-72, 2012.

AINSWORTH, S. DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. **Learning and instruction**, v. 16, n. 3, p. 183-198, 2006.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos, Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Exame Nacional do Ensino Médio (Enem)**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). 2021a. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem>>.

BRASIL. **Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAED)**. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). 2021b. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb>>.

BRASIL. **Prova Brasil**. Ministério da Educação. 2021c. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/prova-brasil/apresentacao>>.

BRASIL. **Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (Pisa)**. Ministério da Educação. 2021d. Disponível em: <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa>>.

BRASIL. **Conselho Nacional de Educação**. (2019, 24 de abril). Resolução CNE/CES 2/2019, publicada em 26 de abril de 2019. Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia (seção 1, pp. 43 e 44). Brasília, DF: Diário Oficial da União.

CARLSON, M. P.; MADISON, B.; WEST, R. D. A study of students' readiness to learn calculus. **International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education**, v. 1, n. 2, p. 209-233, 2015.

CASTILHO, A. S.; TREVISAN, A. L.; MARCZAL, D. Conception of Learning Objects with Feedback for Self-Regulation of Learning Mathematical Concepts Necessary for Differential and Integral Calculus. **Acta Scientiae**, v. 24, n. 7, p. 176-201, 2022.

CASTILHO, A. S. Objetos de Aprendizagem com Feedbacks para a Regulação de Conceitos Matemáticos Necessários para a Aprendizagem de Cálculo. In: **Anais do Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**. Anais...Campina Grande (PB) UEPB, 2021.

COSTA, E. B. et al. An Approach that Support Multiple Linked Representations Within an Intelligent Tutoring System for Helping Students to Develop Skills on Designing Digital Circuits. In: **New Advances in Information Systems and Technologies**: v. 2. Cham: Springer International Publishing, p. 255-264, 2016.

CUEVAS-VALLEJO, C. A.; PINEDA, M. D.; REYES, M. M. Una propuesta para introducir el pensamiento funcional y concepto de función real, antes de un curso de cálculo diferencial. **Revista Logos, Ciencia & Tecnología**, v. 10, n. 2, p. 20-38, 2018.

DRESCH, A.; LACERDA, D. P.; ANTUNES JUNIOR, J. A. V. **Design science research**: método de pesquisa para avanço da ciência e tecnologia. Porto Alegre: Bookman, 2015.

DUVAL, R.; MORETTI, M. T. Como analisar a questão crucial da compreensão em Matemática? **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 13, n. 2, p. 1-27, 2018.

FLORES, J. B.; ROSÁRIO LIMA, V. M.; MÜLLER, T. J. O uso das Tecnologias da Informação e Comunicação no ensino de Cálculo Diferencial e Integral: reflexões a partir de uma metanálise. **Abakós**, Belo Horizonte, v. 6, n. 2, p. 21-35, 2018.

HENING, R.; BORSSOI, A.; TREVISAN, A. A Colaboração em uma Tarefa De Cálculo Diferencial e Integral de Mais de uma Variável em um Ambiente de Ensino Remoto. In: **Anais do Encontro Paranaense de Tecnologia em Educação Matemática - EPTM**, Brasil, ago. 2021. Disponível em:

<<http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPTM/ieeptm/paper/view/1517>>



LEITE, M. D.; MARCZAL, D.; PIMENTEL, A. R. Objeto de Aprendizagem Pitágoras: uma aplicação do uso de Múltiplas de Representações Externas na Remediação de Erros Matemáticos. **In: Anais Workshop de Desafios da Computação Aplicada à Educação (Desafie!), 2., 2013, Maceió-AL. Anais [...].** Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2013. p. 1434-1442.

MARCZAL, D. **Farma**: uma ferramenta de autoria para objetos de aprendizagem de conceitos matemáticos. 174 f. Tese (Doutorado em Ciência da Computação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

MELO, J. N. B.; LIMA, J. V.; CANTO FILHO, A. B. Feedback imediato em ambientes informatizados através de vídeos na disciplina de matemática. **Informática na educação: teoria & prática**, v. 21, n. 2 Mai/Ago, 2018.

NÓBRIGA, J. C. C.; DANTAS, S. C. Uma Proposta de Atividade com Feedbacks Automáticos no GeoGebra. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 34, p. 1-21, 2021.

PAIVA, V. L. M. O. Feedback em Ambiente Virtual. In: LEFFA, V. (Org.) **Interação na aprendizagem das línguas**. Pelotas: EDUCAT, 2003.

SANTOS, G. M. T.; REIS, J. P. C.; SILVA, M. M. Tecnologias digitais na educação superior: reflexões acerca da disciplina de cálculo diferencial e integral I. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 8, p. 55191-55201, 2020.

TREVISAN, A. L.; FONSECA, M. O. S.; PALHA, S. A. G. Proposição de tarefas com TDIC em aulas de Cálculo. **Revista Diálogo Educacional**, v. 18, n. 58, p. 713-738, 2018.

UTFPR. **Deliberação nº 04/2009 de 24 de abril de 2009**. Deliberações do Counci. Univ. Tec. Federal do Paraná, 2009. Disponível em:  
<<http://www.utfpr.edu.br/documentos/conselhos/counci/deliberacoes/2009>>

ZARPELON, E.; RESENDE, L. M. M.; REIS, E. F. Análise do desempenho de alunos ingressantes de engenharia na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. **Interfaces da educação**, v. 8, n. 22, p. 303-335, 2017.