

O USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DOS PARÂMETROS DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Alessandra Assad Angieski
Instituto Federal do Paraná – Campus Paranaguá
alessandra.assad@ifpr.edu.br

Gilcimar da Cruz Leal
Instituto Federal do Paraná – Campus Paranaguá
gilcimar.leal@ifpr.edu.br

Resumo

O presente trabalho teve como principal objetivo o ensino das variações dos parâmetros das funções trigonométricas em três turmas do 2º ano do Ensino Médio em um colégio público da cidade de Paranaguá/PR. Utilizou-se o *software* livre Geogebra buscando uma aprendizagem mais fluida e dinâmica, fazendo com que os estudantes manipulassem as variações dos parâmetros para a função seno. E para cada um dos parâmetros eles deveriam identificar qual seria a influência deste em quatro principais pontos: domínio, período, imagem e o ponto de interseção do gráfico com o eixo y. Ao término da atividade verificou-se que a maior parte dos estudantes achou o aplicativo de fácil manipulação, que resolver a atividade com o auxílio do *software*, foi muito mais fácil do que resolver com papel, caneta e régua. E que a manipulação das funções tornou mais simples a análise para cada um dos parâmetros. Isso mostra que devemos cada vez mais ter o apoio de ferramentas tecnológicas junto nas aulas de Matemática, de forma a tornar essa disciplina mais leve e atrativa aos olhos dos estudantes.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Funções Trigonômétricas. Geogebra. TDIC.

Introdução

As discussões e pesquisas frente a temática, ensino de Matemática, estão se disseminando cada vez mais, com intuito de procurar caminhos alternativos para o ensino e aprendizagem desta disciplina. E um dos motivos é que a matemática é vista, por muitos estudantes, como uma disciplina difícil de ser compreendida.

Em determinado momento do Grupo de estudos e pesquisas em Expressão Gráfica e/no processo de ensino-aprendizagem, questionou-se como poderia ser lecionado o conteúdo de Funções Trigonômétricas de forma alternativa em turmas do 2º ano do Ensino Médio. Visto a experiência dos docentes em anos anteriores trabalhando este conteúdo de forma tradicional, e não

tendo resultados satisfatórios, iniciou-se uma pesquisa a fim de aprimorar esse processo de conhecimento.

Segundo Valente (1998), o ensino tradicional de matemática não tem produzido resultados satisfatórios e isso acarreta diversos problemas, como por exemplo a evasão escolar, pavor da disciplina dentre outros. Esses fatores devem fazer com que o professor de hoje venha a pensar novos métodos e recursos para ensinar a matemática de uma maneira mais dinâmica e atraente.

E foi a partir destes estudos que surgiu o presente trabalho que teve como objetivo o ensino das variações dos parâmetros nas funções trigonométricas nas turmas de 2º ano do Ensino Médio, em um colégio público da cidade de Paranaguá/PR. Optou-se pelo uso dos recursos digitais, onde as atividades foram realizadas com auxílio do *software* livre Geogebra as quais serão apresentadas na sequência.

Referencial Teórico

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o documento que apresenta as direções da Educação Básica no País. A BNCC expressa o compromisso do Estado Brasileiro com a promoção de uma educação integral e desenvolvimento pleno dos estudantes, voltada ao acolhimento com respeito às diferenças e sem discriminação e preconceitos.

Aos estudantes do Ensino Médio, em específico na área de Matemática e suas Tecnologias, deverá ser garantido o desenvolvimento de competências específicas, e a cada uma dessas competências, são relacionadas habilidades as quais deverão ser alcançadas nesta etapa.

Dentre as habilidades estabelecidas no documento está a EM13MAT404 que tem como objetivo “Identificar as características fundamentais das funções seno e cosseno (periodicidade, domínio, imagem), por meio da comparação das representações em ciclos trigonométricos e em planos cartesianos, com ou sem apoio de tecnologias digitais” (BRASIL, 2018, p.531). É com base nessa habilidade que foi embasada a atividade do presente trabalho.

Dentre as competências da BNCC, na área de conhecimento de Matemática e suas Tecnologias, na Etapa do Ensino Médio, a que embasa o presente trabalho é a competência 5, a qual diz que:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades Matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou

não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, 2018, p.513).

Em relação ao uso das tecnologias, para Limeira (2020)

Os avanços tecnológicos vivenciados nos últimos anos têm influenciado de forma significativa a área da educação. As tecnologias digitais necessitam ser vistas pelo professor como uma aliada, que junto ao conhecimento científico proporcionem aos alunos processos educativos mais dinâmicos, atrativos e que possibilitem aprendizagens mais significativas (LIMEIRA, 2020).

A tecnologia educacional é todo recurso que facilite o processo de ensino aprendizagem. Portanto, é inequívoco afirmar que essa ferramenta auxilia o educador em seu trabalho, cabendo a esse profissional o papel de mediação para que o uso desse recurso seja significativo (GÓES; GÓES, 2015, p. 117).

Por isso, é necessário que os docentes sejam/estejam cada vez mais capacitados para a utilização dessas tecnologias em sala de aula, de forma a mediar o ensino de conteúdos matemáticos com o auxílio das tecnologias, sendo necessárias ações de formação continuada a esses profissionais.

O uso das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) em sala de aula tem se tornado cada vez mais promissor, visto que estamos cada vez mais conectados. De acordo com Sampaio e Leite (2013) “se as tecnologias fazem parte da vida do aluno fora da escola (e isto acontece cada vez mais e das mais diversas formas), elas devem fazer parte também de sua vida dentro da escola”.

As tecnologias utilizadas na escola, podem ser aquelas que estão presentes em nossa rotina diária, de forma que sejam inseridas no ambiente escolar para mediar os processos de ensino e aprendizagem, visto que são tecnologias já conhecidas pelos estudantes, assim facilitando a aproximação das tecnologias utilizadas neste processo. Para Kenski (2010)

As mídias, como tecnologias de comunicação e de informação, invadem o cotidiano das pessoas e passam a fazer parte dele. Para seus frequentes usuários, não são mais vistas como tecnologias, mas como complementos, como companhias, como continuação de seu espaço de vida (KENSKI, 2010, p. 21).

No presente trabalho definiu-se que seria utilizado o *software* Geogebra por ser de acesso livre e possível de ser utilizado em aparelhos celulares, assim os estudantes conseguem ter fácil acesso ao aplicativo.

O GeoGebra, é um dos *softwares* mais conhecidos na área da Matemática, é um *software* livre de geometria dinâmica e interativa (GDI) e foi criado pelo austríaco Markus Hohenwarter, como seu trabalho de mestrado e posteriormente em sua tese de doutorado, em 2011. Esse *software*

tem como propósito o desenvolvimento do ensino e aprendizagem no campo da Matemática em seus diversos níveis de ensino.

Nascimento (2012), afirma que o uso do *software* proporciona:

[...]uma nova metodologia para auxiliar a tecnologia já habitualmente utilizada (quadro Negro e papel), possibilitando que o docente inteire e tenha outra forma de ensino e um novo ambiente de caráter laboratorial, onde possibilitará na prática estudada. [...] desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Assim, o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si (NASCIMENTO, 2012, p. 128).

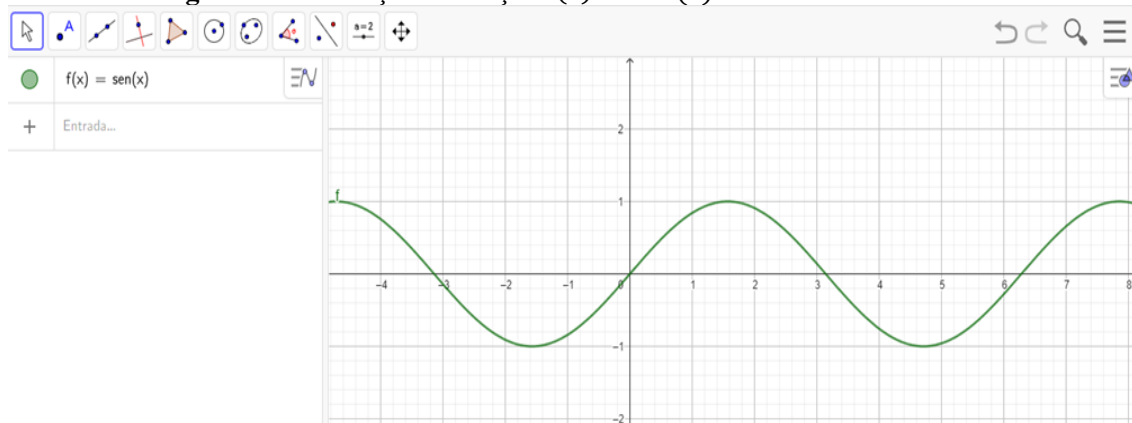
Com a intenção de tornar o aprendizado mais significativo optou-se pela utilização deste *software* para a realização da atividade que será apresentada neste trabalho. O ambiente do Geogebra permite que os estudantes possam experimentar os parâmetros das funções trigonométricas de forma mais dinâmica. Se o mesmo trabalho fosse realizado de forma tradicional, mecânica, utilizando papel, régua e caneta, levaria muito mais tempo, e causaria desânimo e desmotivação dos estudantes. Já com a utilização do *software* Geogebra obtivesse um retorno positivo.

Na seção a seguir será apresentada a atividade que foi aplicada em três turmas do 2º ano do Ensino Médio em uma escola pública da cidade de Paranaguá/PR com o objetivo de ensinar as variações dos parâmetros das funções trigonométricas, em específico na função seno.

Apresentando a proposta

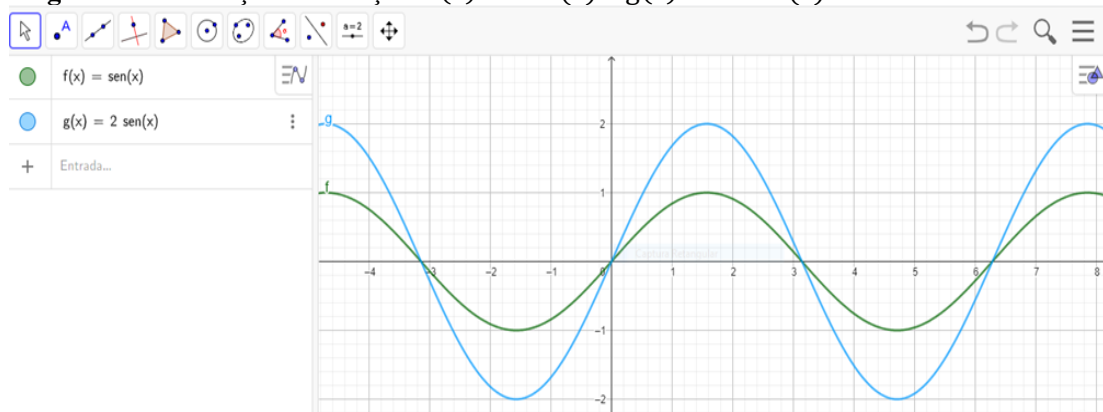
Em um primeiro momento da aula foi explorado o aplicativo do Geogebra, mostrando suas funcionalidades e quais seriam os principais pontos que seriam utilizados para realização da atividade. É importante ressaltar que os docentes não interferiram na realização desta proposta, de forma a instigar a autonomia dos estudantes para a realização das próximas construções gráficas e suas análises.

Visando fazer os estudantes investigarem qual a influência dos parâmetros *a*, *b*, *c* e *d* na função $f(x) = b + a \cdot \text{sen}(cx + d)$ iniciou-se a proposta construindo o gráfico da função $f(x) = \text{sen}(x)$, no *software* Geogebra e recapitulando alguns conceitos como domínio, imagem e período de uma função trigonométrica.

Figura 1: Construção da função $f(x) = \text{sen}(x)$ no software GeoGebra


Fonte: Os autores

A Figura 1, apresenta a construção da função $f(x) = \text{sen}(x)$ e, a partir desse gráfico, procurou-se investigar a influência do parâmetro a na função $f(x) = a \cdot \text{sen}(x)$. Assim, a primeira questão foi a construção da função $g(x) = 2 \cdot \text{sen}(x)$.

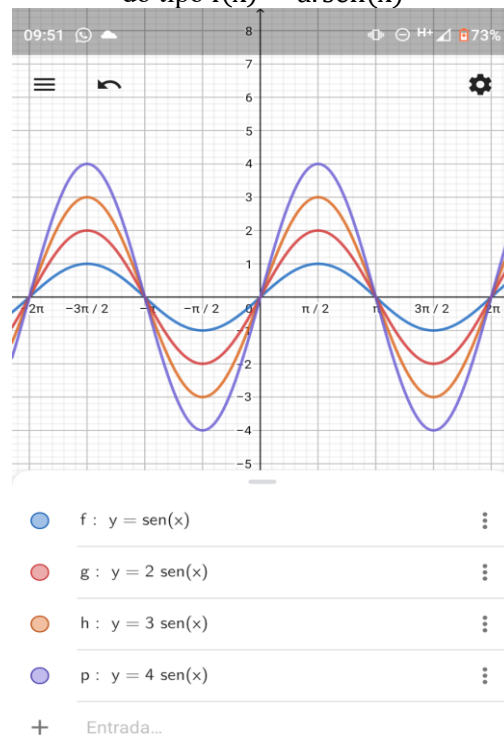
Figura 2: Construção das funções $f(x) = \text{sen}(x)$ e $g(x) = 2 \cdot \text{sen}(x)$ no software GeoGebra


Fonte: Os autores

Na Figura 2, é apresentada a construção das funções $f(x) = \text{sen}(x)$ e $g(x) = 2 \cdot \text{sen}(x)$. E, a partir disso, questionou-se os estudantes sobre o domínio, período, imagem e onde o gráfico intercepta o eixo y da função $g(x)$.

Após notar que os estudantes compreenderam os conceitos apresentados até o momento, eles mantiveram as construções das funções $f(x)$ e $g(x)$ e incluíram os gráficos $h(x) = 3 \cdot \text{sen}(x)$ e $p(x) = 4 \cdot \text{sen}(x)$ e responderam novamente as questões sobre o domínio, período, imagem e onde o gráfico intercepta o eixo y para cada uma das funções.

Figura 3: Construção das funções f , g , h e p no software GeoGebra - Influência do parâmetro a na função do tipo $f(x) = a \cdot \text{sen}(x)$



Fonte: Estudante A

Após consolidar os conceitos apresentados, perguntou-se qual a influência do parâmetro a na função do tipo $f(x) = a \cdot \text{sen}(x)$. A Figura 4 a seguir, mostra a resposta de um estudante, o qual indica que o parâmetro a , afeta a imagem das funções.

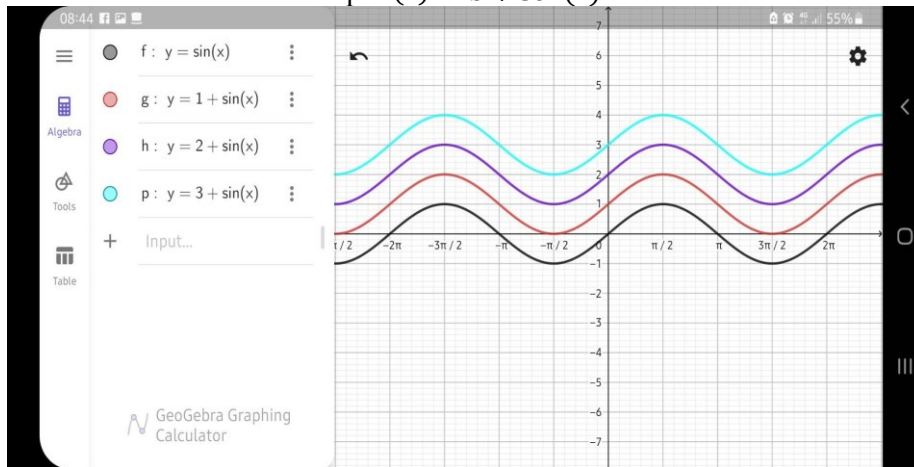
Figura 4: Resposta do estudante B - Conclusão sobre a influência do parâmetro a na função do tipo $f(x) = a \cdot \text{sen}(x)$.

Conclusão: O que se pode afirmar das funções do tipo $f(x) = a \cdot \text{sen}(x)$?
Concluímos que apenas a imagem das funções mudam em função do a .

Fonte: Estudante B

Após concluir a ideia do parâmetro a , iniciou-se a segunda atividade que investiga o parâmetro b na função do tipo $f(x) = b + \text{sen}(x)$ e, para isso, construíram as funções $f(x) = \text{sen}(x)$, $g(x) = 1 + \text{sen}(x)$, $h(x) = 2 + \text{sen}(x)$ e $p(x) = 3 + \text{sen}(x)$ e perguntou-se sobre o domínio, período, imagem e onde o gráfico intercepta o eixo y . Na Figura 5, abaixo é apresentada a construção desses gráficos por um estudante.

Figura 5: Construção das funções f , g , h e p no software GeoGebra - Influência do parâmetro b na função do tipo $f(x) = b + \text{sen}(x)$



Fonte: Estudante C

Ao término da atividade, os estudantes concluíram qual a influência do parâmetro b na função do tipo $f(x) = b + \text{sen}(x)$. A Figura 6 a seguir mostra que o estudante observou as mudanças na imagem, conforme o parâmetro b $[b-1, b+1]$, e também que a interseção do gráfico com o eixo y , está de acordo com o parâmetro b $(0, b)$.

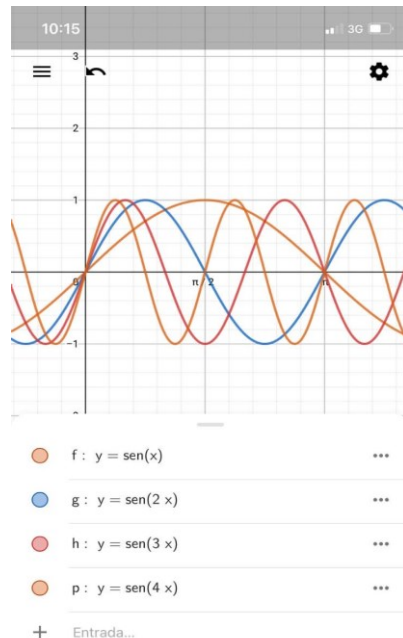
Figura 6: Resposta do estudante D - Conclusão sobre a influência do parâmetro b na função do tipo $f(x) = b + \text{sen}(x)$.

Conclusão: O que se pode afirmar das funções do tipo $f(x) = b + \text{sen}(x)$?
Imagem = $[b-1, b+1]$ e o gráfico intercepta o eixo $y = b$ $[0, b]$

Fonte: Estudante D

Finalizada a análise do parâmetro b , iniciou-se a terceira atividade que tratou do parâmetro c na função do tipo $f(x) = c \cdot \text{sen}(x)$ e, para isso, os estudantes construíram as funções $f(x) = \text{sen}(x)$, $g(x) = \text{sen}(2 \cdot x)$, $h(x) = \text{sen}(3 \cdot x)$ e $p(x) = \text{sen}(4 \cdot x)$ e perguntou-se novamente sobre o domínio, período, imagem e onde o gráfico intercepta o eixo y . A Figura 7 a seguir mostra a construção da atividade 3, e na Figura 8 é apresentada a conclusão de um estudante, em relação ao parâmetro c . O qual concluiu que o parâmetro c interfere no período da função $f(x) = \text{sen}(c \cdot x)$.

Figura 7: Construção das funções f , g , h e p no software GeoGebra - Influência do parâmetro c na função do tipo $f(x) = \text{sen}(c \cdot x)$



Fonte: Estudante E

Figura 8: Resposta do estudante F - Conclusão sobre a influência do parâmetro c na função do tipo $f(x) = \text{sen}(c \cdot x)$

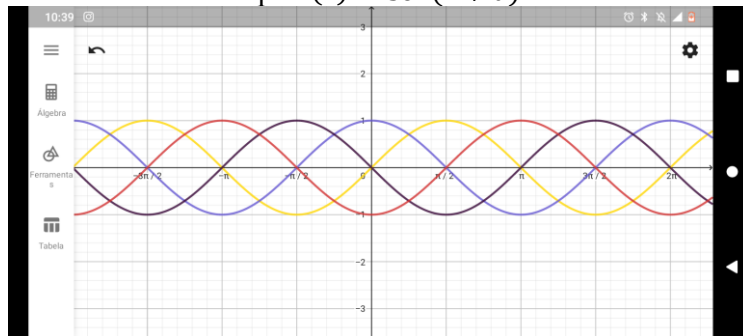
Conclusão: O que se pode afirmar das funções do tipo $f(x) = \text{sen}(c \cdot x)$?

O período depende do c . O período se altera pois o c é o denominador da divisão que ocorre entre $\frac{2\pi}{c}$.

Fonte: Estudante F

Findada as reflexões quanto ao parâmetro c , a quarta atividade que tratou do parâmetro d na função do tipo $f(x) = \text{sen}(x + d)$ e, para isso, os estudantes construíram as funções $f(x) = \text{sen}(x)$, $g(x) = \text{sen}(x + \frac{\pi}{2})$, $h(x) = \text{sen}(x + \pi)$ e $p(x) = \text{sen}(x + \frac{3\pi}{2})$ e perguntou-se novamente sobre o domínio, período, imagem e onde o gráfico intercepta o eixo y . A Figura 9 a seguir mostra a construção da atividade 4 pelo estudante G.

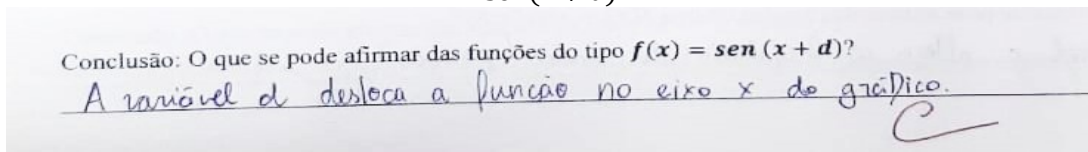
Figura 9: Construção das funções f , g , h e p no software GeoGebra - Influência do parâmetro d na função do tipo $f(x) = \text{sen}(x + d)$



Fonte: Estudante G

A Figura 10, a seguir, apresenta a conclusão que o estudante H obteve a respeito da variação do parâmetro d na função $f(x) = \text{sen}(x + d)$, onde demonstrou que este parâmetro desloca a função no sentido horizontal.

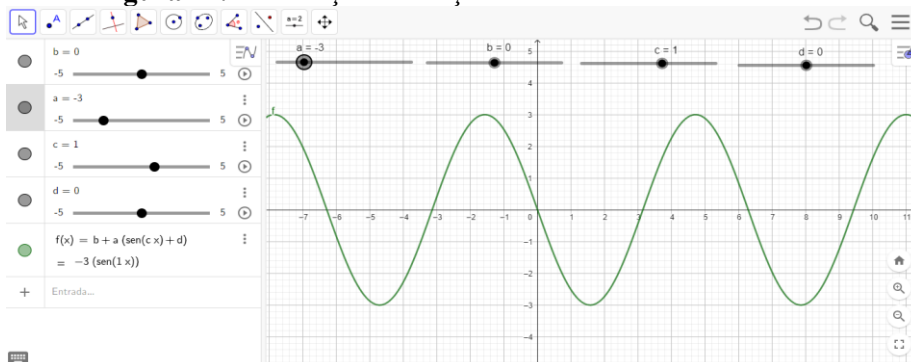
Figura 10: Resposta do estudante H - Conclusão sobre a influência do parâmetro d na função do tipo $f(x) = \text{sen}(x + d)$



Fonte: Estudante H

Posteriormente a realização das atividades por parte dos estudantes. Os docentes apresentaram a ferramenta do controle deslizante do *software* GeoGebra. Criou-se a função $f(x) = b + a \cdot \text{sen}(cx + d)$ e, após apertar o “play”, o estudante pode perceber a dinamicidade e a interatividade oferecido pelo *software*.

Figura 11: Construção da função usando o controle deslizante



Fonte: os autores

Concluída essa atividade, que abordou apenas a função seno, os docentes ainda abriram para discussão e investigação, por parte dos estudantes, as variações dos parâmetros para a função cosseno.

Resultados

Após discussões acerca dos parâmetros a , b , c , e d e suas influências numa função trigonométrica, questionou-se os estudantes sobre os pontos positivos e negativos do *software* Geogebra. Nas Figuras 12, 13 e 14, a seguir, são apresentadas respostas de três estudantes.

Figura 12: Resposta do estudante I - Opinião sobre a atividade e utilização do aplicativo

O que você achou desta atividade? (Pontos positivos, pontos negativos, a utilização do software,...)

Achamos bem bacana, diferente das matérias de sempre, pois trabalhamos com software e em grupo, além de aprender de forma prática sobre a teoria aprendida em sala.

Fonte: Estudante I

Figura 13: Resposta do estudante J - Opinião sobre a atividade e utilização do aplicativo

O que você achou desta atividade? (Pontos positivos, pontos negativos, a utilização do software,...)

Nós achamos perfeita, porque foi simples, mas praticamos o conteúdo, tanto que decoramos o que é período, imagem, etc e não foi uma atividade chata porque foi diferente.

Fonte: Estudante J

Figura 14: Resposta do estudante K - Opinião sobre a atividade e utilização do aplicativo

O que você achou desta atividade? (Pontos positivos, pontos negativos, a utilização do software,...)

Aprendemos a mexer no Geogebra, é uma atividade diferente do convencional. Foi interessante pois além de dialogar sobre a atividade com os colegas, trabalhamos juntamente com o aplicativo.

Fonte: Estudante K

Na Figura 15 observamos o relato de um dos estudantes, onde este descreve justamente a facilidade da utilização do aplicativo para observar as variações dos parâmetros da função $f(x) = b + a \cdot \text{sen}(cx + d)$.

Figura 15: Resposta do estudante L - Opinião sobre a atividade e utilização do aplicativo

O que você achou desta atividade? (Pontos positivos, pontos negativos, a utilização do software,...)

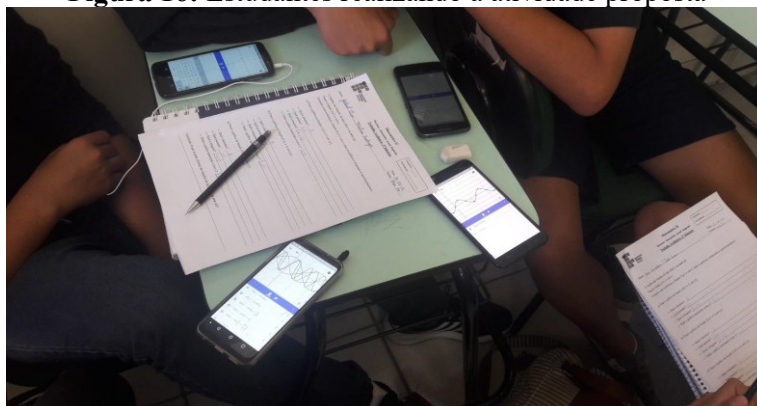
Gostamos por ser uma atividade bem interativa, o aplicativo facilitou bastante a compreensão e nos permitiu ter a mudança que estava com a modificação a função, precisava que seria muito mais dinâmica com o aplicativo

Fonte: Estudante L

Podemos perceber, pelas respostas dos estudantes, que a utilização do aplicativo foi bastante próspera entre os estudantes de forma geral. Os estudantes relataram a dinamicidade das aulas, como o principal ponto positivo.

Considerações Finais/Conclusão

Após a análise das atividades, e leitura da opinião dos estudantes, observou-se que a interação com o aplicativo Geogebra, promoveu uma aprendizagem mais significativa sobre o conteúdo abordado e que os estudantes indicaram que a aula foi mais dinâmica e proveitosa comparada a uma aula expositiva. Na Figura 16 é apresentada a imagem da interação dos estudantes durante a atividade.

Figura 16: Estudantes realizando a atividade proposta

Fonte: os autores

Como reflexões acerca da utilização do software em aulas os autores deste trabalho estão realizando pesquisas e organizando materiais para que outros conteúdos também sejam abordados com as tecnologias de forma a cativar e motivar os estudantes para as aulas de Matemática que por muitos deles e, muitas vezes, é vista como uma disciplina difícil de ser compreendida. E é isso que procuramos desmistificar, tornando essa disciplina mais leve e atrativa.

Referências

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Governo Federal, 2018.

GOÉS, A. R. T; GOÉS, H. C. **Ensino da matemática: concepções, metodologias, tendências e organização do trabalho pedagógico**. Curitiba: Intersaberes, 2015.

KENSKI, V. M. **Tecnologias e Ensino Presencial e a Distância**. Campinas: Papirus, 2010.

LIMEIRA, L. G. S. **A utilização das TDICs como estratégia de ensino e seus desafios ao processo de aprendizagem**. 2020. 14 f. Artigo de conclusão de curso (Licenciado em Pedagogia). Curso de Pedagogia. Universidade de Passo Fundo, Soledade, RS, 2020.

NASCIMENTO, E.G.A. Avaliação do uso do software geogebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola. **Actos de la Conferencia Latinoamericana de Geogebra**. Uruguai, 2012.

SAMPAIO, M. N.; LEITE, L. S. **Alfabetização tecnológica do professor**. 10. ed. Petrópolis: Vozes, 2013.

VALENTE, J. A. (org.). **Computadores e conhecimento: repensando a Educação**. Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 2ª edição, 1998.