



## UMA TAREFA NO AMBIENTE VIRTUAL: POSSIBILIDADES DE INTERVENÇÃO DO PROFESSOR

Rodrigo Tavares da Silva  
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR/Campus Campo Mourão  
rodrigo.tavares.matematica@gmail.com

Adriana Helena Borssoi  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR/ Campus Londrina  
adrianaborssoi@utfpr.edu.br

**Resumo:** Este texto apresenta uma tarefa desenvolvida no ambiente virtual do GeoGebra, por meio da ferramenta Folha de Trabalho. A tarefa teve por finalidade investigar o conhecimento dos alunos acerca do Teorema Fundamental do Cálculo em uma turma de segundo ano do curso de Ciências Econômicas, de uma universidade pública do interior do Paraná. Foi realizada a implementação da Folha de Trabalho seguindo uma abordagem de Ensino Híbrido, *sala de aula invertida*, com o intuito de analisar e identificar por meio das resoluções, encaminhadas pelos estudantes, na plataforma *on-line* os erros cometidos. Quando as repostas não estavam coerentes com a definição da literatura, buscou-se pela ferramenta comentário, disponível no ambiente virtual, interagir com o estudante, individualmente, objetivando identificar o que não estava compreensível e sanar suas dúvidas, ou então, uma outra alternativa para mostrar os erros, foi retomar em aula os conceitos em uma outra abordagem, por meio de exemplos. Em suma, observou-se que a abordagem híbrida proporcionou comprometimento e envolvimento dos alunos, além de ser um incentivo à autonomia nos estudos. E a interatividade, tanto individual quanto coletivamente, permitiu, por meio do erro, delinear quais encaminhamentos para as próximas aulas.

**Palavras-chave:** Teorema Fundamental do Cálculo. Erro. Ambiente Virtual do GeoGebra.

### APONTAMENTOS INICIAIS

Este trabalho é um recorte de uma dissertação, intitulada “Atividades para o Ensino de Integrais em um Ambiente de Ensino Híbrido” no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT) da UTFPR.

Como parte integrante do mestrado profissional além da dissertação é necessário produzir um produto educacional, o qual deve ser aplicado em condições reais de ensino. Como metodologia para a pesquisa optou-se em seguir os encaminhamentos do Ensino Híbrido (HORN, STAKER, 2015; BACICH, TANZI NETO, TREVISAN, 2015), visto que por meio da abordagem híbrida pode-se promover a implementação do uso da tecnologia com a aula

tradicional. Esse produto é formado por Folhas de Trabalho<sup>1</sup>, as quais estão disponibilizadas na plataforma *on-line* do GeoGebra.

Nesse artigo é apresentada uma das questões que compõe uma das Folhas de Trabalho, para o estudo do Teorema Fundamental do Cálculo. O objeto de análise são as respostas apresentadas pelos estudantes, verificando os erros cometidos.

A referida questão tinha por finalidade avaliar a compreensão dos estudantes do curso de Economia, de uma universidade estadual do interior do Paraná, acerca do Teorema Fundamental do Cálculo, que argumentassem sobre a relação entre a derivada e a primitiva de uma função de uma variável real. Assim, por meio das respostas armazenadas, no ambiente virtual da plataforma do GeoGebra, foram verificadas individualmente cada Folha de Trabalho entregue.

Segundo Brasil (2007),

Um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) é um espaço *on-line* construído para proporcionar interações entre os usuários. Essas interações podem ser variadas, síncronas ou assíncronas de um-para-todos (uma mensagem compartilhada com todos que estão no ambiente, por exemplo, um aviso enviado pelo tutor aos estudantes), de um-para-um (uma mensagem privada enviada a uma pessoa específica, por exemplo, de um aluno para seu tutor) ou de todos para todos (mensagens que podem ser enviadas e visualizadas por todos, por exemplo, as discussões via fórum). Dessa forma, há semelhanças com a sala de aula presencial.

A plataforma *on-line* do GeoGebra pode ser caracterizada como um ambiente virtual de aprendizagem, pois, por meio dela é possível propor tarefas cujas respostas dos estudantes são armazenadas e podem ser acessadas pelo professor. O ambiente permite também interatividade entre aluno e professor, ou entre os alunos e o professor por meio de comentários. O intuito foi utilizar dessas ferramentas para coletar dados e verificar as possíveis incompreensões dos conceitos pelos estudantes.

Essa alternativa para implementação da tecnologia no ambiente educacional que pode contribuir com o processo de ensino e aprendizagem, sanando dificuldades e mantendo um contato mais próximo com os alunos. Sanuga e Carvalho (2015, p. 141) mencionam que “com o avanço das tecnologias digitais e a consequente facilidade de acesso à informação, a escola já não é única fonte de conhecimento disponível para as pessoas”. Por isso o uso consciente e direcionado de computadores, *smartphones*, *tablets* podem proporcionar aprendizagem em qualquer lugar e a qualquer hora.

---

<sup>1</sup> Atualmente esse recurso do GeoGebra é denominado como “Atividade”, disponível na plataforma *on-line* do GeoGebra para disponibilizar tarefas permitindo armazenamento de materiais e interatividade entre os usuários.

Considerando os recursos que podem ser explorados na plataforma do GeoGebra foi proposta uma Folha de Trabalho por meio da qual pretendemos analisar a compreensão dos alunos, a partir de suas respostas, e refletir sobre como os erros podem ser explorados em sala de aula pelo professor no encaminhamento de uma próxima aula.

Na próxima seção são apresentados alguns apontamentos para compreender o que é o Ensino Híbrido, assim como, alguns modelos de abordagem híbrida, principalmente a *sala de aula invertida*, que foi a abordagem feita na Folha de Trabalho para o Teorema Fundamental do Cálculo.

### ENSINO HÍBRIDO: ALGUNS APONTAMENTOS

O chamado Ensino Híbrido, assim traduzido do inglês “*blended learning*”, sugere combinar momentos que o aluno estuda presencialmente em sala de aula com outros em que o estudo pode se dar virtualmente. Para Porvir (2013) o *Blended learning* é

[...] a combinação de momentos em que o aluno estuda sozinho, virtualmente, com outros em que a aprendizagem ocorre de forma presencial, valorizando a interação entre alunos e professores. Apesar de serem momentos diferentes, o objetivo do aprendizado híbrido é que esses dois momentos sejam complementares e promovam uma educação mais eficiente, interessante e personalizada. (PORVIR, 2013)

Para Horn e Staker (2012), o Ensino Híbrido é uma nova proposta de ensinar e aprender. Os autores instituem e caracterizam quatro modelos: *Rotação*, *Flex*, *à la carte* e *virtual enriquecido*.

O modelo de *rotação* é subdividido em quatro tipos: *rotação por estações*, que a organização com tarefas a serem desenvolvidas em que pelo menos uma das estações deve ser *on-line*; *laboratório rotacional*, que combina o ensino presencial (tradicional, ou seja, uso da lousa, anotações no caderno e aula expositiva do professor) com o *on-line*; *sala de aula invertida*, que inverte o modelo tradicional de ensino, os conceitos podem ser disponibilizados virtualmente, como, por exemplo, por vídeos, textos, *applet*, figura, tutoriais, entre outros; e a *rotação individual*, em que a organização é dada de acordo com o ritmo do estudante.

A tarefa sobre o Teorema Fundamental do Cálculo que será discutida nesse texto foi proposta na abordagem *sala de aula invertida*.

Para Andrade e Souza (2016) na abordagem da *sala de aula invertida*, traduzida do inglês “*flipped classroom*”, o tempo na sala de aula é reservado para atividades de

aprendizagem, com tutoria de um professor, considerando que os conteúdos foram vistos de modo *on-line*.

Andrade e Souza (2016) comentam que, nessa abordagem híbrida, a sala de aula é utilizada para a realização de exercícios, atividades em grupo ou realização de projeto. Os referidos autores salientam que o aluno aprende de forma mais personalizada, pois o professor aproveita melhor o tempo de aula para tirar dúvidas e estimular discussões.

Na seção seguinte apresenta-se algumas considerações sobre o erro, mencionando como pode ser visto para construção do conhecimento e não apenas como uma classificação dos alunos.

### **COMPREENDENDO O ERRO**

Para Silva (2008) o erro faz parte da construção do conhecimento, nesse viés, o professor e o estudante são os responsáveis pela aprendizagem. E juntos contribuem para a construção do conhecimento e para apropriação de conceitos.

Entretanto, Luckesi (1995) indica que o enfoque predominante da avaliação é centrado na aprovação/reprovação dos alunos, o que implica em apenas realizar uma classificação, limitando-a em determinar um conceito avaliativo do estudante por meio de nota, o que atualmente ainda se observa. O autor complementa que a avaliação precisa estar preocupada com a transformação, e que assim estará preocupada com a aprendizagem do estudante.

Para Silva (2008) é necessário mudar o conceito de avaliação, a qual ainda está limitada a erros e acertos, para uma outra concepção avaliativa que seja contínua e integrada, que possibilite o pensar sobre o pensar, para professores e alunos.

Em uma perspectiva construtivista, o conhecimento é uma organização feita por esquemas mentais do sujeito, e o erro está totalmente vinculado nesse processo. Assim o erro pode ser considerado como uma inadequação de esquemas, sendo necessário reconstruí-los e/ou reformulá-los, como uma oportunidade de revisão e avanço. (SILVA, 2008)

Pelas considerações de Silva (2008), percebe-se a necessidade de ver o erro como uma reflexão sobre o conhecimento do aluno e assim proporcionar momentos que permitam repensar sobre sua compreensão. O professor pode lançar mão de alternativas que permitam rever as incompreensões, o que pode contribuir com a revisão de conceitos.

Silva (2013) comenta que o erro é o conflito gerado entre os conhecimentos que o estudante já possui e a incorporação de novos que vão sendo elaborados. Nesse viés, os novos

conhecimentos podem ser motivados pela intervenção do professor, por meio de questionamentos e interações.

A seguir apresenta-se a implementação da tarefa, descrevendo como foi aplicada a Folha de Trabalho, a abordagem híbrida utilizada e como foi feita a análise da resolução dos alunos.

### EXPLORANDO O ERRO EM AULA

A questão que será discutida no texto faz parte da Folha de Trabalho disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/dbgh8ams>>. Ao todo eram cinco questões, as quais poderiam ser respondidas explorando um *applet*.

O intuito da Folha de Trabalho era verificar a compreensão dos estudantes sobre o Teorema Fundamental do Cálculo. E a abordagem para essa atividade foi seguindo os encaminhamentos da *sala de aula invertida* (BACICH, TANZI NETO e TREVISAN, 2015).

Ao todo foram 22 resoluções enviadas pelos estudantes, envolvidos na pesquisa. Os alunos em questão cursavam a disciplina de Matemática Aplicada à Economia, com uma carga horária anual de 72 horas-aulas; a ementa da disciplina compreende os conceitos de funções, limites, derivada e integral, que são tópicos de Cálculo Diferencial e Integral.

Nesse encaminhamento, discutir sobre o Teorema Fundamental do Cálculo é essencial para que os estudantes possam verificar a relação existente entre a primitiva e a derivada de uma função. Assim, cada uma das respostas foi analisada quanto a compreensão dos conceitos estudados na disciplina. Para isso, cada uma das resoluções foi classificada como: suficiente, caso correspondesse adequadamente aos conceitos; ou, insuficiente, caso a resposta não apresentasse consistência teórica (ANTON, 2014; GUIDORIZZI, 2001).

A questão que foi analisada, individualmente, está representada na Figura 1.

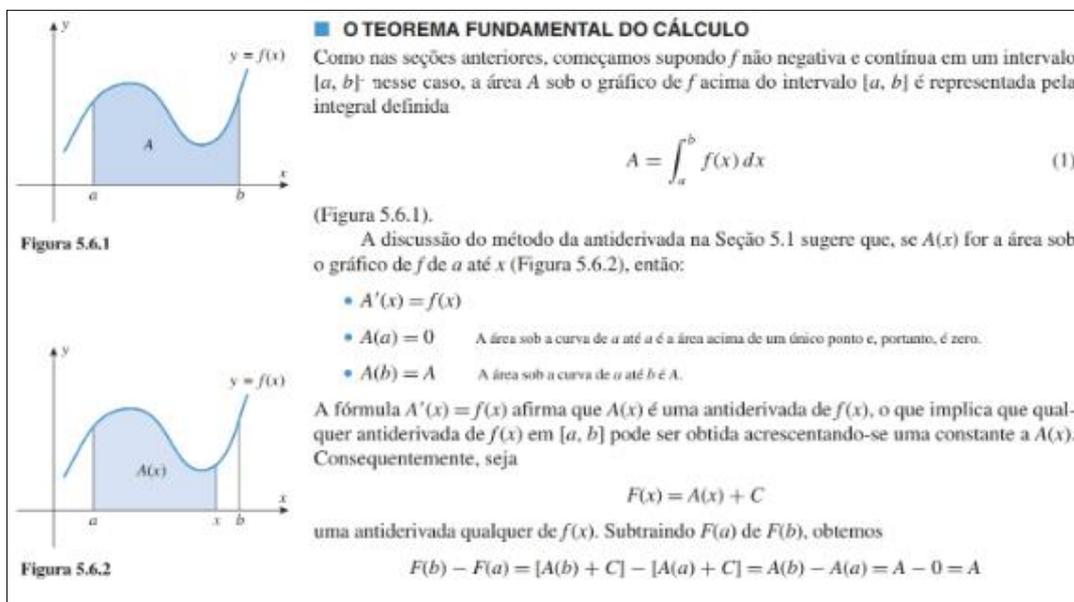


4) Escreva, com suas palavras, sobre o Teorema Fundamental do Cálculo.

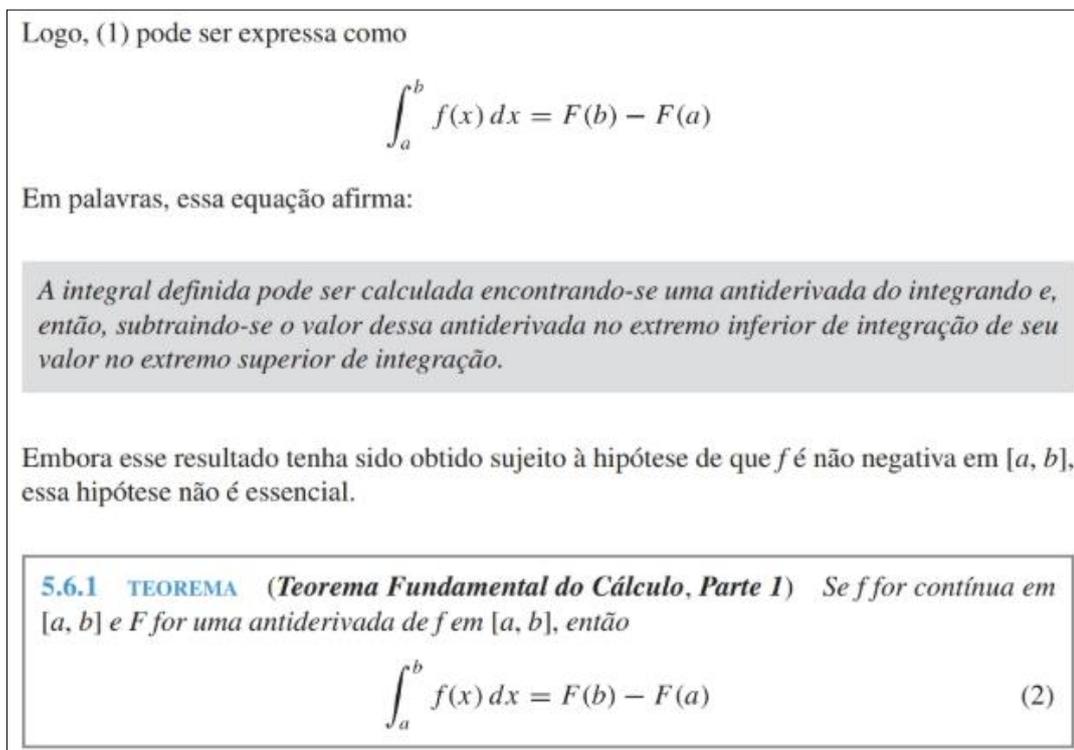
**Figura 1** – Questão sobre o Teorema Fundamental do Cálculo proposta na Folha de Trabalho

Os conceitos esperados nas respostas dos alunos estão representados na Figuras 2 e 3. Embora não tenham sido discutidos com antecedência, os estudantes poderiam utilizar:

videoaula e materiais, que foram disponibilizados com a Folha de Trabalho, ou então, poderiam realizar uma busca na *internet*.



**Figura 2** – Definição do Teorema Fundamental do Cálculo (a)  
Fonte: Anton (2014, p. 362)



**Figura 3** – Teorema Fundamental do Cálculo (a)  
Fonte: Anton (2014, p. 363)

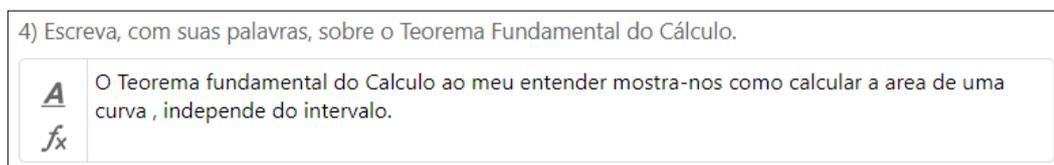
Para preservar o anonimato dos estudantes, as respostas foram nominadas seguindo uma numeração: E1 (estudante 1), E2 (estudante 2), assim por diante. Ao todo foram analisadas 22 Folhas de Trabalho, dessas verificou-se que: seis não responderam a tarefa; sete apresentaram respostas suficientes, ou seja, mostraram conhecimento sobre o Teorema Fundamental do Cálculo; nove apresentaram respostas insuficientes.

Neste texto são discutidas quatro respostas (E4, E11, E13, E20), identificadas como insuficientes, com o intuito de mostrar os encaminhamentos para explorar o erro em cada caso. Tais soluções foram assim classificadas por não permitirem identificar fragmentos dos conceitos (ver Figura 2 e 3) do conteúdo, ou por não ter ficado clara a compreensão do estudante.

Nas respostas que foram identificados os erros (LUCKESI, 1995; SILVA, 2008; SILVA, 2013) cometidos pelos estudantes, foi encaminhado um *feedback*, por meio da plataforma *on-line* do GeoGebra, na forma de um comentário na Folha de Trabalho ou então na aula, retomando os conceitos não compreendidos.

O E11, por exemplo, argumentou que o Teorema Fundamental do Cálculo “mostra como calcular a área de uma curva, independe do intervalo”, essa conjectura mostra que a compreensão dos conceitos, por esse estudante, está associada a que qualquer curva  $f(x)$  representa uma área, que identificamos como um erro que deveria ser melhor investigado.

Assim, foi encaminhado, por meio da ferramenta comentários da plataforma do GeoGebra, questionamentos para que o E11 justificasse sua resposta. O intuito era que o estudante concluísse que nem sempre a integral serve para calcular a área (isso ocorre quando se delimita uma região cuja função seja não-negativa, em um intervalo fechado), e mesmo que curva não tem área (é importante se expressar corretamente se referindo à área da região abaixo da curva, limitada pelo eixo em um intervalo fechado e que a função seja não-negativa).

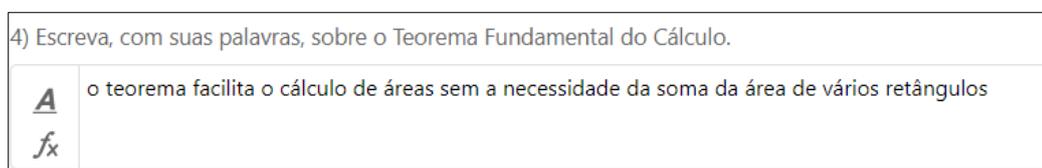


**Figura 4** – Solução dada pelo estudante E11  
Fonte: autores

E20 que menciona a utilização da primitiva para determinar a área de regiões, sem a necessidade de dividir em vários retângulos para obter o resultado (Figura 5). Neste caso, possivelmente o estudante se refira a possibilidade de não precisar usar o processo de

aproximação por soma de Riemann, mas apenas considera a integral como um método para encontrar a área.

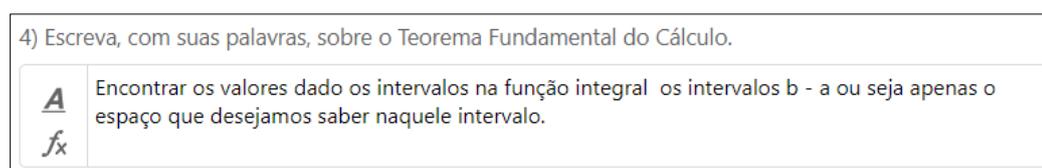
Para o E20, foi encaminhado um *feedback*, por meio da ferramenta comentário, para que identificasse que nem sempre a região abaixo de uma curva, limitada por um intervalo fechado, representa uma área. Em aula, foram exploradas algumas funções, por meio de exercícios, em que pelo menos em parte da região delimitada as imagens das funções fossem negativas, com o intuito de discutir os conceitos do Teorema Fundamental do Cálculo.



**Figura 5** – Solução dada pelo estudante E20

Fonte: autores

Já a resposta dada pelo E13 (Figura 6) não deixa em claro qual a compreensão sobre os conceitos quando ele menciona “espaço que desejamos saber naquele intervalo”. Se o espaço refere-se a área abaixo da curva ou apenas como o resultado para a integral limitada por um intervalo fechado. A opção para essa conjectura foi sugerir, por meio da ferramenta comentário, que o aluno fosse mais específico em sua argumentação, que justificasse de uma forma mais clara o que compreende por “espaço que desejamos saber naquele intervalo”. No entanto, não houve retorno do estudante.

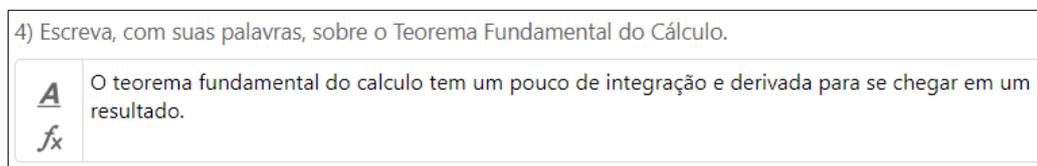


**Figura 6** – Solução dada pelo estudante E13

Fonte: autores

Um outro erro que foi percebido foi na resposta do E4 (Figura 7), que não deixa claro se o Teorema Fundamental do Cálculo foi compreendido, pois, em sua resposta apenas menciona que “o teorema fundamental do cálculo tem um pouco de integração e derivada”, entretanto não fica explícito se o estudante percebeu como estão relacionados os conceitos de integral e derivada. Pela ferramenta comentário, o estudante foi instigado a argumentar sobre

sua resposta, como não houve um retorno dele, na aula, o estudante mencionou ter acessado o material e a videoaula, e que isso o levou a dar essa resposta na plataforma.



**Figura 7** – Solução dada pelo estudante E4  
Fonte: autores

Por meio das respostas dos estudantes percebe-se que ficaram lacunas nas conjecturas apresentadas, e que seria necessário explorá-las e dar um *feedback*. Embora as respostas tivessem relação com os conceitos do Teorema Fundamental do Cálculo (ver Figura 2 e 3) ainda não foram suficientes para identificar se estes estudantes realmente compreenderam os conceitos.

Ao analisar as respostas dos alunos percebeu-se que o ambiente virtual do GeoGebra associado a abordagem de sala de aula invertida possibilita ao professor perceber a necessidade de intervenção, seja para que os erros possam ser corrigidos, seja para sinalizar a necessidade de tornar mais clara sua compreensão. A intervenção do professor por meio do ambiente virtual amplia as possibilidades de contribuir para a aprendizagem dos alunos devido aos recursos de interatividade como comentários de *feedback*. Mesmo que os alunos não interajam em resposta virtualmente o encontro presencial permite ao professor retomar os tópicos que não foram compreendidos, no intuito de sanar as dúvidas.

### ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Entendemos que no Ensino Superior é necessário promover a discussão acerca dos conceitos do Cálculo Diferencial e Integral, e que esse olhar sobre a compreensão dos conceitos acaba passando despercebido quando os alunos são avaliados seguindo um sistema de classificação, limitado em aprovação/reprovação.

Nesse viés, o erro pode ser compreendido como uma oportunidade para o professor intervir e investigar os estudantes, buscando alternativas que possam sanar as dúvidas e/ou incompreensões, seja individualmente, analisando cada aluno, ou coletivamente, verificando o que não ficou claro para a maioria da turma.

A implementação da plataforma *on-line* do GeoGebra permitiu investigar e analisar as possíveis incompreensões dos alunos, em que o erro identificado nas resoluções enviadas permitiu delinear os encaminhamentos a serem realizados, seja apontando questionamentos para que o aluno identifique seu erro, ou por meio das respostas verificar quais pontos deveriam ser retomados na aula.

Esperamos que a pesquisa apresentada sobre a exploração do erro do aluno possa contribuir em futuros estudos, no âmbito da Educação Matemática, voltado para o Ensino Superior.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, M. C. F.; SOUZA, P. R. **Modelos de Rotação do Ensino Híbrido: estações de trabalho e sala de aula invertida**. E-tech: Tecnologias para competitividade Industrial, Florianópolis, v. 9, n. 1, 2016.

ANTON, H; BIVENS, I; DAVIS, S. **Cálculo: volume 1**. Tradução Claus Ivo Doering. – 10. ed. - Porto Alegre: Bookman, 2014.

BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. M. Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação. BACICH, TANZINETO e TREVISANI, L.; A.; F. M. (Org.). **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.

BRASIL. **Ministério da Educação. Referenciais para elaboração de material didático para EaD no Ensino Profissional e Tecnológico**. 2007. Disponível em: <http://www.etcbrasil.mec.gov.br/>

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. Um curso de Cálculo-Volume 1. **Rio de Janeiro. LTC–Livros Técnicos e Científicos. 5ª edição**, 2001.

CHRISTENSEN, C. M.; HORN, M. B.; STAKER, H.; HORN, M. B; STAKER, H. **Blended: usando a inovação disruptiva para aprimorar a educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.

LUCKESI, C. C. **Prática escolar: do erro como fonte de castigo ao erro como fonte de virtude**. Disponível em: [http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias\\_08\\_p133-140\\_c.pdf](http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_08_p133-140_c.pdf)  
Acesso em: 10 de janeiro de 2019.

PORVIR. **Ensino Híbrido ou Blended Learning**. 2013. Disponível em: <http://porvir.org/ensino-hibrido-ou-blended-learning/>  
Acesso em 20 de maio de 2018.

REZENDE, W. M. **Ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica**. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SANUGA, A.; CARVALHO, C. S. As tecnologias digitais no ensino híbrido. In: BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. M. (Org.). **Ensino Híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.

SILVA, A. G. O. **Aprendizagem consciente: o relatório da reflexão dos erros (RRE) como alternativa pedagógica**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2013.

SILVA, A. P. **A modalidade EaD semipresencial e a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral**.

Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita

Filho” - Faculdade de Ciências, Bauru/SP, 2017.

SILVA, E. M. D. **A virtude do erro: uma visão construtiva da avaliação**. In: Estudos sobre avaliação Educacional, v. 19, n. 39, jan./abr. 2008.

SILVA, R. T.; BORSSOI, A. H. **Um Estudo sobre as possibilidades do ensino híbrido para o cálculo diferencial e integral**. In: XIV Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2017, Cascavel: UNIOESTE. Diversidade e Educação Matemática: desafios e perspectivas, 2017. v. 1. p. 1- 13