



DIFERENCIAÇÃO DOS CONCEITOS DE INFINITO ATUAL E INFINITO POTENCIAL EM REVISTAS BRASILEIRAS

Fernanda Kelly da Silva Siqueira
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
ferkellysilva@hotmail.com

João Henrique Lorin
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
joaohenrique.lorin@unespar.edu.br

Resumo: Este artigo é parte de uma investigação no programa de iniciação científica na Unespar. O conceito de infinito permeia história da matemática, assumindo duas concepções, infinito potencial e infinito atual, nesse sentido, nosso objetivo neste trabalho é investigar abordagens relacionadas ao conceito de infinito em revistas brasileiras nos últimos dez anos, além disso, apresentamos uma síntese histórica e epistemológica destes conceitos, buscando, a partir disso, fazer uma diferenciação entre eles. Para esse trabalho, foram investigados artigos científicos de periódicos científicos online brasileiros nos últimos dez anos, resultando em uma análise de 08 artigos, os quais foram lidos na íntegra e categorizados em seus objetivos gerais. A unitarização constitui-se em duas: Ensino-Aprendizagem do conceito de infinito na matemática e Abordagens acerca da natureza do infinito.
Palavras-chave: Epistemologia. Infinito Atual. Infinito Potencial. Estudo Bibliográfico.

INTRODUÇÃO

Infinito... Em quais representações mentais esta palavra nos induz? Em números enormes? Algo imensurável? O amor divino? Um universo sem fim? O fato é que estas representações são diversas, precisamente porque o conceito do infinito possui uma base histórica com conflitos e obstáculos. O conceito de infinito sempre foi questionável para a mente humana, principalmente entre matemáticos, filósofos, poetas, físicos e teólogos, e esses questionamentos não são novos, conseguimos encontrar discussões acerca do infinito desde civilizações antigas como, por exemplo, a egípcia e a babilônica.

A história do Infinito, ou seja, a história do conceito de Infinito, não é somente uma história da Matemática; é antes uma história da evolução do pensamento científico e de como é possível se pensar em algo que transcende qualquer possibilidade de compreensão (MORRIS, 2003, p. 10).

Nossa discussão será voltada para o infinito na matemática e para a constituição dos conceitos de infinito atual e potencial. Nesse sentido, apresentaremos uma discussão acerca da natureza do infinito, para isso, optamos por um estudo histórico-epistemológico para identificar e descrever a mudança desses conceitos. Descrevemos a história desses conceitos,

desde os pré-socráticos que tinham a necessidade de pensar sobre a natureza dos entes matemáticos, dos números irracionais no século VI a.C., até Cantor e sua teoria dos conjuntos no século XIX. Conclui com uma discussão com o propósito de investigar como está a produção científica a respeito da diferenciação dos conceitos de infinito atual e infinito potencial nos últimos dez anos, para essa, optamos por trazer os principais apontamentos das pesquisas brasileiras.

A intenção de investigar artigos e relatos de experiência publicados em periódicos de revistas online foi o de fazer um levantamento quantitativo e qualitativo dos textos e o que os mesmos tratam, com base em seus objetivos gerais, a fim de contribuir com todos aqueles que anseiam discutir o conceito de infinito. Uma vez que, detalhamos nossos procedimentos metodológicos adotados, com destaque para uma categorização acerca das principais características encontradas em nosso corpus de pesquisa.

RECORTE HISTÓRICO DO CONCEITO DE INFINITO

As primeiras discussões em torno do infinito aparecem na antiguidade grega entre os pré-socráticos, Segundo Machado (2013) era conhecido como o apeíron: aquilo que não apresenta forma ou limite, logo, o que não tem começo e nem fim, em oposição a tudo que é limitado (péras). Desta definição temos que o infinito era considerado como algo ilimitado. Porém essa definição permaneceu por bastante tempo, chegando até as escolas de Pitágoras (582-500 a.C) e o de Parmênides (515-450 a.C).

Da escola de Parmênides, destacamos seu discípulo Zenão de Eleia. Nas primeiras tentativas de entender o infinito, a matemática e a filosofia foram levadas a paradoxos, segundo Lorin & Nogueira (2015, p.124), “Zenão, objetivando mostrar aos matemáticos da época as incoerências decorrentes da tentativa de se completar grandezas contínuas com um número infinito de pequenas partículas, apresentou alguns paradoxos”. Esses paradoxos permitiam antagonismos lógicos da consideração do infinito, com isso, “contribuiu para que emergisse uma tendência no cenário filosófico grego a fugir de uma abordagem quantitativa do infinito, eliminando-o sistematicamente dos raciocínios matemáticos” (CARAÇA, 1975, p.197).

O paradoxo mais conhecido de Zenão, segundo Aczel (2003), é o de Aquiles e a tartaruga. Zenão narra uma hipotética corrida disputada pelo herói grego e uma tartaruga. Como a velocidade do mítico Aquiles é muito maior que a da lenta tartaruga, essa recebe uma vantagem, começando a corrida alguns metros à frente da linha de largada de Aquiles. Zenão

concluiu que Aquiles, por maior que seja o tempo da prova, jamais ultrapassaria a tartaruga, pois se começasse em uma posição a_1 e a tartaruga em, quando ele atingisse o ponto $a_2 = t_1$ a tartaruga estaria em t_2 , quando ele atingisse o ponto $a_3 = t_2$ a tartaruga estaria em t_3 , e este processo continuaria indefinidamente, e, dessa forma, a tartaruga estaria sempre à frente.

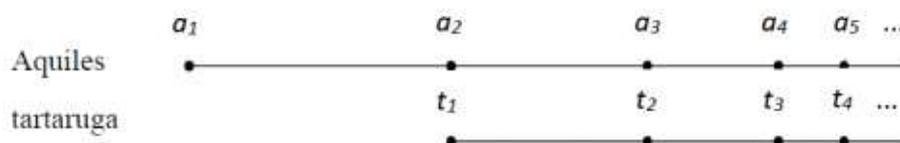


Figura 1: Posições relativas de Aquiles e a tartaruga durante a corrida

Fonte: (STEWART, 2006, p. 6)

O infinito se estabelece como uma categoria filosófica na obra de Aristóteles (384-322 a.C), mas não ainda como um *objeto matemático*, Aristóteles admitiu a possibilidade de se descrever o infinito de dois modos, em ato e em processo, porém para ele o infinito não possui uma “existência física”, mas uma realidade matemática, assim, considera que uma sucessão pode ser aumentada diversas vezes por adições ou multiplicações sucessivas, ou diminuída quantas vezes possa por divisões sucessivas (infinito potencial); o que é totalmente diferente da consideração de uma totalidade formada por infinitas partes (um infinito atual) (LORIN, 2018).

Assim, seja por redução (divisão), seja por adição, o infinito existe apenas potencialmente. Contudo, findo em algum momento arbitrário o processo de adição ou de divisão, o que se obtém, de fato, como objeto atualizado por esse processo, é sempre uma magnitude finita, nunca infinita. Isto é, seja in concreto, seja in abstracto, o infinito atual não existe para Aristóteles. (SANTOS, 2008, p. 62).

A concepção de Aristóteles a respeito do infinito na matemática permanece na Idade Média, donde a ideia de infinito atual é considerada, porém sob a forma de um poder absoluto, atributo ou essência apenas de Deus, representando o distanciamento do plano divino com o plano humano. Segundo Machado (2013) os maiores representantes dessa concepção foram Santo Agostinho (354-430) e São Tomás de Aquino (1225-1274).

Nos séculos XVI e XVII, questionamentos acerca das concepções aristotélicas deram-se em um cenário de profundas mudanças sociais, culturais, políticas e econômicas, resultando, na necessidade de cálculos mais precisos, na matemática com uma crescente autonomia de simbolismo e novas concepções de número provenientes do desenvolvimento da álgebra (MACHADO 2013).

Foi no século XVII que Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried Leibniz (1646-1716) desenvolverem simultânea e independentemente suas versões sobre o cálculo infinitesimal, porém, ambos não souberam definir o que eram exatamente estas quantidades infinitamente pequenas. Quase um século depois, por decorrência deste fato, Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), eliminou o conceito de infinitésimo, substituindo-o pela ideia de limite. Entretanto, ao mesmo tempo em que os limites resolveram o problema dos infinitesimais, trouxe dúvidas sobre a natureza dos números irracionais e dos números reais, precisando então retomar as discussões a respeito do infinito (MACHADO, 2013).

A tradição filosófica de tratar o infinito pela concepção aristotélica do ser em potencial começa a ser rompida. Segundo (Moreno; Waldegg, 1991), foi necessário admitir o infinito enquanto adjetivo para que o infinito atual pudesse ser constituído. Entretanto fez-se necessário que novos objetos (conceituais) fossem concebidos e estes são os conjuntos (LORIN, 2018, p. 44).

O infinito ganha uma nova história com Bernhard Bolzano (1781-1848), ao defender o infinito atual em Paradoxos do infinito (1851). “Na visão de Bolzano, a matemática trata de conjuntos abstratos, portanto, os critérios de validação para a existência dessas coleções infinitas tinha que ser nova, isto é, baseada principalmente em sua natureza não contraditória. Esse foi um passo decisivo para se abandonar a validação empírica” (LORIN, 2018).

Bolzano adotou um conceito sintético de conjunto; isto é, um conjunto é concebido como um todo, sem qualquer necessidade de se pensar em separado cada elemento (MORENO e WALDEGG, 1991). A partir dessa concepção, ele tenta estabelecer conexões com conjuntos infinitos. Bolzano tentou estabelecer um critério de comparação entre conjuntos infinitos, todavia, considerou que a existência de uma bijecção entre tais conjuntos não era suficiente para considerá-los com o mesmo cardinal.

Quando dois conjuntos são infinitos, pode haver uma relação tal que, por um lado é possível associar cada elemento do primeiro conjunto com algum elemento do segundo de tal forma que nenhum elemento dos dois conjuntos fique sem associação e também que nenhum dos elementos tenha mais que uma associação, e por outro lado é possível que um conjunto possa conter o outro como uma parte de si (Bolzano, 1991, p. 64).

Segundo Lorin (2018), a mudança conceitual se consolida com Cantor que estendeu os estudos de Bolzano e, desenvolveu sua teoria dos conjuntos, que revolucionou a matemática e trouxe o infinito atual como real objeto matemático, definindo-o e estabelecendo suas propriedades. Além disso, Georg Cantor, diferentemente de Bolzano, baseou o seu critério de comparação acerca da existência de uma relação bijetora entre os conjuntos a serem

comparados, assim, mostrou que os conjuntos infinitos possuem diferentes cardinalidades e que a quantidade de pontos de um espaço é independente de suas dimensões.

METODOLOGIA

Buscamos esta revisão bibliográfica com o propósito de investigar como está a produção científica a respeito da diferenciação dos conceitos de infinito atual e infinito potencial, além disso, serviu de base para a continuidade dos estudos propostos em nossa iniciação científica.

A revisão bibliográfica realizada pode ser descrita em três etapas. Na etapa inicial, houve o levantamento dos periódicos científicos brasileiros com foco em Educação e Educação Matemática. Esse levantamento foi decorrente de um mapeamento realizado em janeiro de 2012 por Mariele Josiane Fuchs, no que se refere às principais revistas da área de Educação Matemática, qualificados pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) com os extratos A1 a B5. Deste levantamento, obtivemos uma lista contendo 47 periódicos científicos de publicação online, além das revistas encontradas nesse mapeamento, utilizamos, incluímos mais 11 periódicos que também tinha o foco em educação matemática, porém não estavam contidos no levantamento. Deste modo, totalizando 58 periódicos científicos de publicação online, com os quais realizamos as buscas para encontrar os textos. Apresentamos a seguir (QUADRO 01) o levantamento:

| Levantamento de periódicos científicos | | | |
|--|--|--|--|
| 1-Revista ZETETIKÉ | 2-Boletim de Educação Matemática - BOLEMA | 3-Educação Matemática em Revista | 4- Revista Educação Matemática Pesquisa |
| 5- Revista Brasileira de História da Matemática – RBHM | 6- Educação & Sociedade – Revista de Ciência da Educação | 7- Revista Educação e Pesquisa | 8- Boletim GEPEM Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática |
| 9- Contexto & Educação – Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências | 10- Revista Contrapontos | 11- Revista história da Educação | 12- Reflexão e Ação |
| 13- Revista da Faculdade de Educação – FAED | 14- Revista de Educação PUC-Campinas | 15- Caminhos da Educação Matemática em Revista | 16- Ciência & Ensino |
| 17- Ciência & Educação | 18- Cadernos CEDES | 19- Educação em Revista | 20- Cadernos de Educação |

| | | | |
|---|---|--|--|
| 21- Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista | 22- IMPULSO – Revista de Ciências Sociais e Humanas | 23- Perspectivas da Educação Matemática | 24- Educação Matemática em Foco |
| 25- Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática | 26- Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia – RBECT | 27- Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática – JIEEM | 28- Acta Scientiae - Revista de Ensino de Ciências e de Matemática |
| Levantamento de periódicos científicos | | | |
| 29- EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana | 30- Educación y Educadores – Scientific Electronic Library Online | 31- Educar em Revista | 32- Educere |
| 33- Revista Brasileira de Educação | 34- Alexandria – UFSC | 35- Diálogos (Maringá) | 36- Educação (Rio Claro – Online) |
| 37- Experiências em Ensino de Ciências | 38- Interações (UCDB) | 39- Interface | 40- Investigações em Ensino de Ciências |
| 41- Paradigma | 42- Práxis Educativa | 43- Quadrante | 44- Revista Portuguesa Educação |
| 45- Educação (Santa Maria) | 46- Revista Iberoamericana de Educacion | 47- Revista Mexicana de Investigación Educativa | 48- Hipátia |
| 49- Linhas Críticas | 50- Modelagem na Educação Matemática | 51- REMATEC | 52- Revista Internacional de Pesquisas em Educação Matemática |
| 53- Revista Metáfora Educacional | 54- Revista Paranaense de Educação Matemática | 55- Revista Brasileira de Educacao Especial | 56- Revista Educação Especial |
| 57- Revista Educação Especial em Debate | 58- Scientiae Studia | | |

Quadro 1 – Levantamento de revistas brasileiras
Fonte: os autores

Na segunda etapa, definimos um critério de escolhas de documentos, para isso, usamos dois critérios como base: o período de publicação de textos e como realizar a seleção. Decidimos inicialmente buscar textos publicados nos últimos cinco anos (2014 a 2018), com palavras chaves como “infinito”, “infinito potencial”, “infinito atual”, “epistemologia do infinito”, “infinitesimal” e “George Cantor”, porém, com esse curto período de publicação foi identificado poucos textos que se encaixava nestes critérios estabelecidos. Sendo assim, decidimos aumentar o período de publicação de texto, aumentamos de cinco para dez anos (2009 a 2018). Feita a busca, encontramos 10 artigos que se encaixavam nos critérios estabelecidos. Posteriormente foram produzidos resumos, nos quais, foram destacados os seguintes aspectos: objetivos de cada texto, materiais e procedimentos metodológicos utilizados, principais resultados alcançados e o que pode se concluir de cada texto.

A terceira etapa constituiu-se em uma nova filtragem dos artigos, com base nos resumos das leituras dos documentos. Essa filtragem selecionou apenas os textos que tinham o infinito como um de seus objetos de estudo, totalizando de 08 textos para a nossa análise. Apresentamos a seguir uma tabela que apresenta os 08 textos selecionados. Vale ressaltar que todos os trabalhos são datados entre os anos de 2009 e 2018, o que já nos traz uma primeira inferência, a de que no Brasil possuímos uma carência de publicações em periódicos acerca do assunto.

Tabela 1 – Relação dos textos selecionados

| Título | Periódico Científico | Autores |
|---|---|--|
| Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas acerca del Infinito | Boletim de Educação Matemática - BOLEMA | José Carrilo e Miguel Montes |
| Infinito: uma realidade à parte dos alunos do Ensino Secundário | Boletim de Educação Matemática - BOLEMA | Patrícia Alexandra da Silva Ribeiro Sampaio |
| A essência da infinitude do conjunto dos números primos | Revista Eletrônica de Educação Matemática | Luciana Maria Da Silva, Esdras Jafet Aristides da Silva |
| A noção de infinito em livros didáticos do Ensino Básico | Revista Educação Matemática Pesquisa - Pontifícia Universidade de São Paulo | Silvio Joaquim Lopes |
| Aporética do Infinito: [des]caminhos na matemática e na pintura | ALEXANDRIA | Rosilene Beatriz Machado, Débora Regina Wagner, Cláudia Regina Flores, Cássia Aline Schuck |
| Cómo piensan los estudiantes el infinitesimal antes de iniciar un curso de análisis matemático? | PARADIGMA | Carmen Valdivé, Sabrina Garbin |
| PEIRCE E CANTOR: um estudo preliminar sobre continuidade e infinitesimais | Revista Brasileira de História da Matemática | Maria de Lourdes Bacha, Fumikazu Saito |
| O "salto arquimediano": um processo de ruptura epistemológica no pensamento matemático | Scientiae Studia | José Carlos Cifuentes |

Fonte: dos autores

Para que pudéssemos realizar nossa investigação, com base nos objetivos das revistas selecionadas, elaboramos Unidades Temáticas de Contexto (UC) que Bardin as define como,

A unidade de contexto serve de unidade de compreensão para codificar a unidade de registro e corresponde ao segmento da mensagem, cujas

dimensões (superiores à unidade de registro) são ótimas para que se possa compreender a significação exata da unidade de registro (BARDIN, 2004, p. 107).

Seguindo orientação de Bardin (2004), fizemos a unitarização¹ dos artigos encontrados em duas unidades de contexto, são elas: UC-1: *Ensino-Aprendizagem do conceito de infinito na matemática* e UC-2: *Abordagens acerca da natureza do infinito*. Acreditamos que a partir dessas duas unidades, é possível abranger, sob nosso olhar, as principais características abordadas nos artigos. Passamos então à descrição dessas duas Unidades de Contexto.

A Unidade de Contexto UC-01: *Ensino-Aprendizagem do conceito de infinito na matemática*, foi elaborada a fim de reunir os artigos que apresentam discussões a respeito do ensino e da aprendizagem dos conceitos de *infinito potencial* e/ou *infinito atual*.

A Unidade de Contexto UC-02: *Abordagens acerca da natureza do infinito*, foi elaborada com o intuito de reunir os artigos que apresentam abordagens a respeito da natureza do conceito de infinito, sejam elas, por meio de abordagens históricas, filosóficas ou epistemológicas.

UNITARIZAÇÃO DAS REVISTAS

UC-01: ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE INFINITO NA MATEMÁTICA

Avaliar a história do infinito é importante, uma vez que os obstáculos gerados na formalização de seus conceitos tem um caráter formativo para o modo de pensar matemática. As transformações no decorrer da história trazem grandes desafios para o ensino e aprendizagem matemática, principalmente para a contextualização da noção de infinito atual, uma vez que somos levados a olhar o infinito em sua forma potencial, e isso resulta em alunos que não fazem ideia do uso correto do infinito. Ao longo dos documentos analisados podemos perceber uma falta da diferenciação dos conceitos, tantos pelos alunos, como pelos professores.

O trabalho “Conocimiento Especializado del Professor de Matemáticas acerca del Infinito”, de Miguel Montes e José Carrillo, (2017), desenvolve uma prática que mostra diferentes maneiras em que um professor, pode refletir, conhecer e usar o infinito, categorizando-os através do modelo de conhecimento especializado do professor de matemática - MTSK. O trabalho teve uma análise na vida de um professor, cujo pseudônimo

¹ O uso do termo *unitarização* é utilizado pelo fato de adotarmos as definições de Unidades de Contexto para a análise dos objetivos.

Aaron, professor esses que tinha um conhecimento sobre o infinito apenas na sua forma potencial, assim foi explorado o conhecimento do infinito do professor, na perspectiva do conhecimento profissional, com uma visão interpretativa, não baseada na avaliação do conhecimento sobre o mesmo, mas na exploração de sua complexidade. A partir desse método MTKS, pode se identificar e fazer Aaron refletir e o conhecer o infinito não só como potencial e ensinar os dois conceitos aos seus alunos, pois mesmo que ele via o infinito como potência, alguns de seus alunos viam o infinito como ato.

No artigo “Infinito: uma realidade à parte dos alunos do Ensino Secundário” de Sampaio (2009) é apresentada uma pesquisa realizada em Portugal para identificar e caracterizar concepções de alunos do Ensino Secundário (Ensino Médio no Brasil) sobre o infinito. Os dados foram colhidos por meio de um questionário e a questão de investigação foi: “Há diferenças em relação às variáveis: ano escolar e interpretação da noção de Infinito, entre os alunos do ensino secundário”? O que se pode compreender através dos questionários foi que os alunos dos últimos anos, possuíam um conhecimento maior, em relação ao infinito, o que já responde a pergunta que norteia o artigo, porém, o que mais chama atenção é que os alunos entendem que existem vários conjuntos infinitos, porem a cada conjunto eles aplicam propriedades contraditórias, vão de acordo com suas intuições e não entendem a cardinalidade dos infinitos. Eles manejam mais facilmente o conceito de infinito potencial, do que, o conceito de infinito atual.

Um artigo que remete muito sobre como o infinito está sendo tratado e diferenciado na atualidade é “A noção de infinito em livros didáticos de ensino Básico” de Silvio Joaquim Lopes (2011). Nele temos um levantamento da abordagem ao período escolar que compreende desde a educação infantil ao ensino médio. Seguindo os conceitos de Brosseau, Lopes (2011) analisa três livros de educação infantil, cinco livros de educação fundamental I, quatro destinados à educação fundamental II e um livro de volume único do ensino médio. E a partir dessa análise é possível afirmar que mesmo não se constituindo um tópico presente na grade curricular e mesmo não ficando explicitado, a noção de infinito está presente em todos os anos e praticamente em todos os conteúdos da escola básica, muitas das vezes como infinito potencial, com aquela ideia de sempre mais um, porém não deixa de conter noções explícitas do infinito atual. Contudo Lopes sugere uma possibilidade de se introduzir a noção de infinito como um tópico na Educação Básica, o qual poderia ser introduzido na grade de conteúdo, assim como matrizes, determinantes, entre outros. Esse tópico trataria com um maior grau de profundidade todas as possibilidades levantadas neste estudo. Esse tópico poderia ser denominado, por exemplo, de “A noção de Infinito”.

Saindo da educação básica e de como é estudados esses conceitos através de livros didáticos, chegamos ao ensino superior através do artigo “Cómo piensan los estudiantes el infinitesimal antes de iniciar un curso de análisis matemático?” de Carmen Valdivé e Sabrina Garbin, (2013). Aqui é apresentada a ideia de aproximar os esquemas conceituais que evocam estudantes anteriores antes de iniciar um curso de Análise Matemática I, aplicado um questionário, perceberam-se que os alunos possuíam conhecimentos sobre o infinitesimal associado a uma razão, um aumento, uma diferença, um símbolo, um indivisível e uma função e esses conhecimentos evocam uma variedade de esquemas pré-conceituais associadas à noção, e são semelhantes às ideias encontradas na evolução histórica da noção de infinitesimal.

Foi possível identificar que os artigos que estão relacionados ao ensino dos conceitos de infinito potencial e atual, têm como objetivo mostrar obstáculos epistemológicos, sendo assim, a diferenciação desses conceitos não foi difícil apenas historicamente, o peso que o conceito carregou com esses conflitos percorrem atualmente no ensino e na maneira de como entendemos o infinito. Também é possível afirmar, considerando os artigos investigados, que a noção de infinito atual na matemática ainda é pouco presente no ensino, apesar de estar implícito em muitos outros conceitos.

UC-2: ABORDAGENS ACERCA DA NATUREZA DO INFINITO

O conceito de infinito teve suas raízes em questões filosóficas, segundo Lorin (2018, p. 39): “discussões a respeito da natureza de conceitos tais como o de espaço, o de tempo, e da matéria contribuíram para que os filósofos gregos da Antiguidade abordassem o infinito”. As concepções matemáticas que se deram em relação ao infinito, possibilita a compreensão de que nossa visão é educada por meio de práticas visuais, as quais influenciam o modo como nos relacionamos e concebemos este conceito e também, possivelmente, outros conhecimentos matemáticos.

Um estudo histórico sobre o infinito nos fornece parâmetros para uma conceptualização, visto que filósofos, matemáticos, físicos, teólogos, artistas, todos estes se debruçaram alguma vez sobre o assunto. Por séculos este tema tão controverso suscitou de dúvidas e questões tão grandes, que um estudo nos ajuda a entender infinito. Esta unidade apresenta abordagens epistemológicas e discussões acerca da diferenciação dos conceitos de infinito atual e potencial.

Dos documentos analisados, “Aporética do Infinito: [des]caminhos na matemática e na pintura”, (2013) de Rosilene Beatriz Machado, Débora Regina Wagner, Cláudia Regina Flores e Cássia Aline Schuck, explora alguns aspectos da trajetória histórica e epistemológica do conceito de infinito, a fim de refletir sobre a natureza do conhecimento matemático. Neste, a arte é tomada como lugar potencial para exercitar o pensamento matemático.

No trabalho “PEIRCE E CANTOR: um estudo preliminar sobre continuidade e infinitesimais”, de Maria de Lourdes Bacha e Fumikazu Saito, traz um estudo sobre continuidade dos infinitesimais em um contexto filosófico, uma vez que, Peirce tenha um lugar de destaque na história da filosofia, da semiótica e da lógica. As considerações de Peirce sobre a continuidade se apoiam profundamente em conhecimentos matemáticos, elas não são puramente matemáticas. Seus trabalhos trazem não apenas considerações matemáticas, mas também filosóficas, metafísicas e lógicas, além de sofrerem a influência de seu trabalho como cientista. Enquanto Cantor e seus seguidores tentavam limitar o contínuo, Peirce tentou mostrar que não se podia restringir o contínuo porque ele era verdadeiramente geral e nunca totalmente determinado. Para Peirce, a continuidade não era apenas importante, mas era “de primordial importância”, influenciando todos os domínios da vida, da psicologia à história, da filosofia à biologia. A continuidade era necessária não só para explicar o espaço, tempo e movimento, mas também a evolução, o desenvolvimento psicológico, a própria ciência, enfim seria um caminho para a verdade filosófica, mas também para a verdade científica em todas as áreas.

“A essência da infinitude do conjunto dos números primos” de Luciana Maria Da Silva e Esdras Jafet Aristides da Silva, (2017), busca estudar e encontrar a resposta para a questão que norteia o artigo “quão grande é o conjunto dos números primos?” e para isto foi feito um estudo com várias demonstrações do teorema de Euclides, relacionando várias áreas da matemática. Temos Euclides como marco inicial as ideias do Teorema Fundamental da Aritmética e prova por absurdo para definir números primos, a partir desta ideia nomes como, Hermite, Kummer e Stieljes, demonstraram a infinitude dos números impares. Mais tarde, Euler Polya e Schorn elaboraram e organizaram suas ideias para desenvolver o teorema de Euclides, chegando assim ao esperado uma demonstração que prova a infinitude dos primos.

“Salto arquimediano”: um processo de ruptura epistemológica no pensamento matemático, de José Carlos Cifuentes, (2011), traz o conceito de “salto arquimediano ” como um processo de argumentação não dedutiva em matemática que produz uma ruptura epistemológica na direção de dar objetividade a certos fatos matemáticos, um desses fatos é o

processo de ruptura epistemológica da passagem do infinito potencial ao infinito atual, que permite dar conteúdo objetivo à teoria dos conjuntos infinitos e das cardinalidades.

Podemos perceber que nesta categoria que enquanto objeto matemático, a discussão sobre o infinito sempre esteve atrelada às questões filosóficas impostas em diferentes épocas. Não somente a filosofia e a matemática interessaram-se pelo infinito. No campo das artes, é possível encontrar expressões desse conceito de maneiras bastante variadas. Tomando o infinito como um fenômeno derivado da cultura visual, da mentalidade e das concepções de mundo que se colocam em diferentes momentos históricos, e este elemento foi concebido e representado no contexto da pintura em alguns movimentos artísticos específicos.

Há também uma preocupação pela a história e o estudo do conceito de infinito, porem essa busca não permanece apenas nas fundamentações teóricas. Trabalhos como os anteriores mostra uma preocupação que vai além da existência do infinito atual e potencial, mostra que existe uma preocupação continua sobre o infinitesimal e como é trabalhado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa aqui designada baseou-se em uma revisão bibliográfica que analisou textos disponíveis nos periódicos de revistas online com foco em educação e educação matemática, publicados nos últimos dez anos que tratam da diferenciação dos conceitos de infinito atual e infinito potencial.

Pretendeu-se proporcionar uma análise qualitativa, visto que seus resultados foram expressos por meio de duas Unidades de Contexto que discutem e exemplificam como os conceitos de infinito têm sido abordados nos textos que o citam. As unidades constituídas foram: Ensino-Aprendizagem do conceito de infinito na matemática e Abordagens acerca da natureza do infinito.

Consideramos que o infinito é discutido na atualidade, principalmente nos periódicos que discutem sobre a educação e ensino da matemática. Há uma grande preocupação em como o conceito está sendo trabalhados em sala de aula, principalmente em quebrar os obstáculos epistemológicos que os alunos e professores têm em considerar o infinito atual, com isso, os periódicos buscam trazer maneiras de quebrar essas barreiras. Enfim, com o presente texto, esperamos contribuir com todos aqueles que almejam diferenciar e entender o infinito potencial e atual, de maneira geral, ou mesmo fornecer auxílio para pesquisas que tratem especificamente do Infinito, tornando o tema mais conhecido e, conseqüentemente, cada vez mais presente no cotidiano das aulas de Matemática e nas pesquisas.

REFERÊNCIAS

- ACZEL, A.O. **O mistério do Aleph: a matemática, a cabala e a procura do infinito**. 1ª ed. Rio Grande do Sul: Editora Globo, 2003.
- AMADEI, F.L. **O infinito: um obstáculo no estudo da matemática**. 2005. 122f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC, São Paulo, 2005.
- BACHA, M. L; SAITO, F. Peirce e Cantor: Um estudo preliminar sobre Continuidade e Infinitesimais. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 14, n. 28, p. 1-23, mar. 2014.
- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Trad. Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2004.
- BOLZANO, B. **Las paradojas del infinito**. México: Mathema, 1991.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Gráfica Brás Monteiro Ltda, 1975
- CARRILO, J; MONTES, M. Conocimiento Especializado del Professor de Matemática acerca del Infinito. **BOLEMA**, v.31, n.57, p. 114-134, jan./abr. 2017.
- CIFUENTES, J. C. O "salto arquimediano": um processo de ruptura epistemológica no pensamento matemático. **Scientiae Studia**, v. 9, n. 3, p. 645-667, 2011.
- DA SILVA, L.M; DA SILVA, E.J.A. A essência da infinitude do conjunto dos números primos. **REVEMAT**, v. 12, n. 1, p. 51-62, 2017.
- FUCHS, M.J. Revistas na Área de Educação e Educação Matemática: Espaços para Socialização. In: Grupo de Estudos em Educação Matemática, jan.2012, Ijuí. Ijuí: UNIPAMPA, 2012. Disponível em: <http://cursos.unipampa.edu.br/cursos/licenciaturaemmatematicaitaqui/files/2012/05/Mapeamento-de-Revistas-MARIELE-JOSIANE-FUCHS.1.pdf>. Acesso em: 01 jun. 2019.
- LORIN, J.H. **Relações entre teoremas-em-ação e obstáculos epistemológicos do conceito de infinito**. 2018. 181 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018.
- LORIN, J.H.; NOGUEIRA, C. M I. Do paradigma pitagórico ao paradigma euclidiano: um estudo histórico sob a ótica epistemológica kuhniiana. **RPEM - Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 4, n.7, p.113-134, 2015.
- LOPES, S.J. A noção de infinito em livros didáticos de ensino Básico. **Educação Matemática e Pesquisa**, v. 13, n. 3. 2011.

MACHADO, R. Aporética do Infinito: [des]caminhos na matemática e na pintura. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 6, n. 1, p. 283-317, abr. 2013.

MORENO, L. E.; WALDEGG, G. The conceptual evolution of actual mathematical infinity. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 3, p. 211-231, 1991.

SAMPAIO, P. A. S. R. Infinito: uma realidade à parte dos alunos do Ensino Secundário. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 22, n. 32, p. 123 – 146, 2009.

SANTOS, E. E. **O Infinito de Georg Cantor: uma revolução paradigmática no desenvolvimento da matemática**. Campinas, 2008. Tese (doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Filosofia e Ciências Humanas, 2008.

VALDIVÉ, C., GARBIN, S. Cómo piensan los estudiantes el infinitesimal antes de iniciar un curso de análisis matemático. **PARADIGMA**, v.32, n.1, p. 117-144. 2013.