



## **INVESTIMENTO EM ENERGIA SOLAR: UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

Gustavo Granado Magalhães  
Universidade Estadual de Londrina - UEL  
gustavo\_granadado\_magalhães@hotmail.com

João Paulo Correa de Oliveira Junior  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR  
jp\_jrcorrea@hotmail.com

Lourdes Maria Werle de Almeida  
Universidade Estadual de Londrina - UEL  
lourdes.maria@sercomtel.com.br

Adriana Helena Borssoi  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR  
adrianahborssoi@gmail.com

**Resumo:** O presente relato tem como objetivo apresentar um estudo feito sobre o tempo necessário para o ressarcimento de um investimento em placas solares. O contexto de desenvolvimento do estudo se deu durante a disciplina de Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura em Matemática. Neste sentido, são apresentadas algumas ideias a respeito da perspectiva educacional de Modelagem Matemática, algumas considerações, no que diz respeito ao processo de ensino e aprendizagem e, também, considerações sobre o uso de tecnologias vinculados a esta perspectiva, assim como, algumas considerações como futuros professores. Com o estudo, evidenciamos que, apesar de um alto custo inicial para o investimento, após um período de aproximadamente 5 anos este custo seria recompensado. Além disso, com este relato, buscamos identificar para quais anos do ensino básico seria possível desenvolver esta atividade.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Energia Solar. Recursos Tecnológicos. Educação Matemática.

### **INTRODUÇÃO**

O presente relato é resultado de um estudo realizado no final do ano de 2018, na disciplina de Modelagem Matemática do curso de Licenciatura Matemática em uma universidade estadual paranaense.

A disciplina teve como objetivo a familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática por meio do estudo de textos e atividades já desenvolvidas em anos anteriores, assim como o desenvolvimento de novas atividades que se caracterizam como atividades de Modelagem Matemática. Além de apresentar um olhar educacional sobre como esta poderia ser utilizada como uma perspectiva metodológica de ensino. Apresentaremos, a seguir, algumas compreensões sobre esta perspectiva idealizada por autores que serviram como referencial durante a disciplina.

Primeiramente, entendemos como Modelagem Matemática um conjunto de procedimentos descritivos em que se visa a resolução de uma problemática (situação inicial) por meio de conceitos matemáticos para que se alcance um produto final, podendo esse ser solução da problemática (situação final) ou previsão de determinada situação.

Definindo, entende-se Modelagem Matemática como:

Um processo dinâmico utilizado para obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste essencialmente na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2002, p. 24).

Sendo assim, espera-se como produto de um processo de Modelagem Matemática um modelo matemático, que é descrito por Almeida, Silva e Vertuan (2011, p. 13) como “[...] um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema [...]”.

Cabe destacar que, ao longo da disciplina, diversas atividades foram sendo abordadas de maneira gradual, pois, na perspectiva dos autores citados, isso permite aos alunos terem contato e familiaridade com os diferentes procedimentos e fases do processo de modelagem.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) caracterizam esse conjunto de procedimentos considerando-os fases da Modelagem Matemática, Figura 1, e as nomeia como: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.



**Figura 1** – Fases da modelagem matemática  
Fonte: Almeida; Silva; Vertuan (2012).

A familiarização dos alunos com os procedimentos de modelagem se deu por meio das atividades que, por vezes, já apresentavam algumas das fases realizadas e era exigido dos alunos o desenvolvimento dos procedimentos para a complementação das fases seguintes. Após a resolução dessas diversas atividades e, com o contato com as ideias apresentadas durante o primeiro e segundo semestre, ao final do período letivo do ano de 2018, um estudo autônomo, no sentido de livre escolha do tema, foi solicitado e pôde ser desenvolvido pelos alunos, responsáveis por escolherem um tema para investigação e desenvolverem todas as fases citadas acima, desde a seleção da situação-problema até a validação e interpretação das soluções.

Além disso, entendemos que, ao fazer uso da Modelagem Matemática em sala de aula é de grande importância o uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), que, ao mesmo tempo em que atuam como ferramenta para o estudo do problema em questão, possibilitam a experimentação-com-tecnologia, atualmente valorizada e discutida na Educação Matemática (MALHEIROS, 2004). No final do relato, apresentaremos nossas considerações sobre quais os principais aspectos que consideramos relevante no processo de ensino e aprendizagem e como o uso de ferramentas tecnológicas, especialmente o uso de computadores e softwares, foram fundamentais para que a experiência relatada fosse desenvolvida. Por fim, relatamos algumas considerações como futuros professores, como: para quais anos do ensino básico esta atividade pode ser desenvolvida e porque consideramos que esta atividade despertaria o interesse dos alunos.

## A ATIVIDADE DESENVOLVIDA

Participaram deste estudo, quatro alunos, dentre eles os dois primeiros autores desse texto, em que foi desenvolvido uma atividade de Modelagem Matemática sobre um possível investimento em placas solares para a utilização na casa de um dos integrantes do grupo.

Como aspecto inicial, ocorreram algumas discussões sobre impactos socioambientais de usinas hidrelétricas. Por exemplo, barrar um rio significa, fundamentalmente, alterar o ciclo de um ecossistema, desalojar comunidades, prejudicar a qualidade da água, interromper a reprodução de peixes e influenciar negativamente todos os componentes das corredeiras de um manancial. Não apresentaremos considerações acerca desta abordagem, porém os fatores ambientais nos foram instigantes para a escolha do tema.

Neste caminho, definimos a seguinte situação-problema para ser estudada: Qual o tempo necessário para o ressarcimento da instalação, em um domicílio onde residem três adultos em Londrina, de um sistema fotovoltaico (energia solar) conectado à rede de distribuição de energia da COPEL (Companhia Paranaense de Energia Elétrica)?

A partir deste problema, iniciamos a coleta de dados analisando as contas de energia, do mês de março a novembro de 2018, da casa da Maria, integrante do grupo em que simularíamos a instalação do sistema, obtendo um consumo médio mensal de energia elétrica de 240 Quilowatt hora (kWh). Ainda, durante a análise das contas, organizamos em uma tabela, o custo do quilowatt pago à COPEL incluindo custo de geração, transporte, distribuição e impostos, como a seguir:

**Tabela 1** – Preço Mensal Energia Elétrica

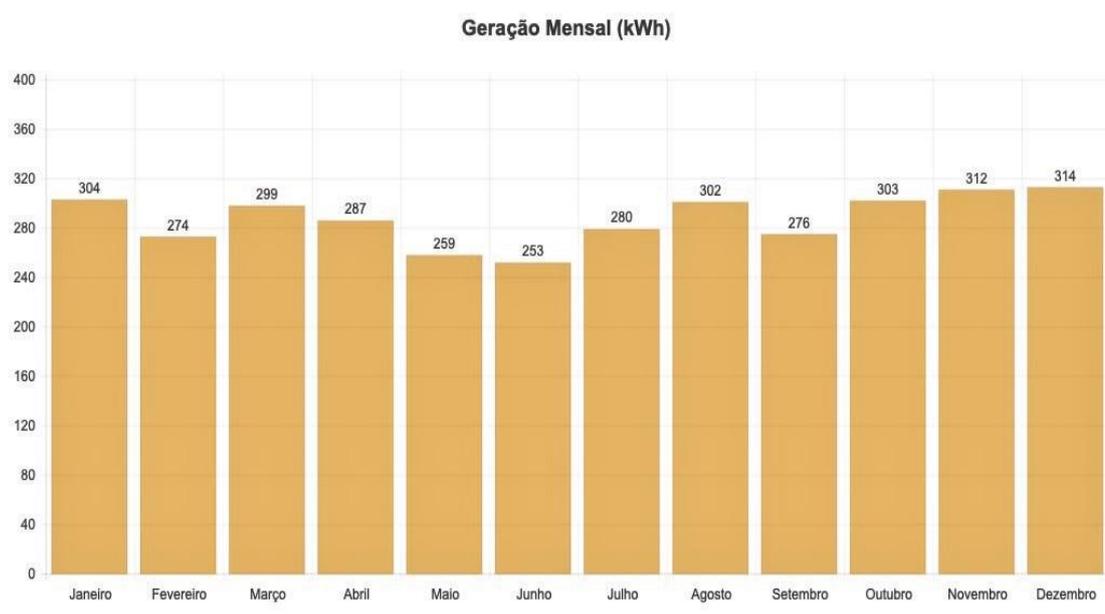
<b>Mês</b>	<b>Preço (R\$)</b>
Março	0,68
Abril	0,66
Maio	0,66
Junho	0,68
Julho	0,69
Agosto	0,76
Setembro	0,77
Outubro	0,79
Novembro	0,82

Fonte: os autores

Além dos dados já evidenciados na Tabela 1, contatamos uma empresa especializada para entendermos melhor como funciona o sistema. Ele é simples: placas fotovoltaicas, feitas de silício ou outro material semicondutor, captam a luz solar movimentando elétrons que geram eletricidade para as residências. Ainda mais, foi feito uma simulação de instalação dos painéis solares na casa e, de acordo com uma empresa especializada, que nos forneceu algumas informações, evidenciamos as simplificações feitas por nós.

Recebemos um gráfico (Figura 1) que demonstra a geração mensal de energia das placas em kWh, levando em conta os fatores típicos da região de Londrina citados abaixo, em que se encontra a casa da Maria, que também nos serviram como simplificações:

- Inclinação do telhado: 23,31°C, devido a latitude do local.
- Face das placas voltadas para o norte.
- Não há sombras interferindo nas placas.
- Temperatura média anual: 22,17°C.
- Radiação média local: 4,92 kWh/m<sup>2</sup>/dia.

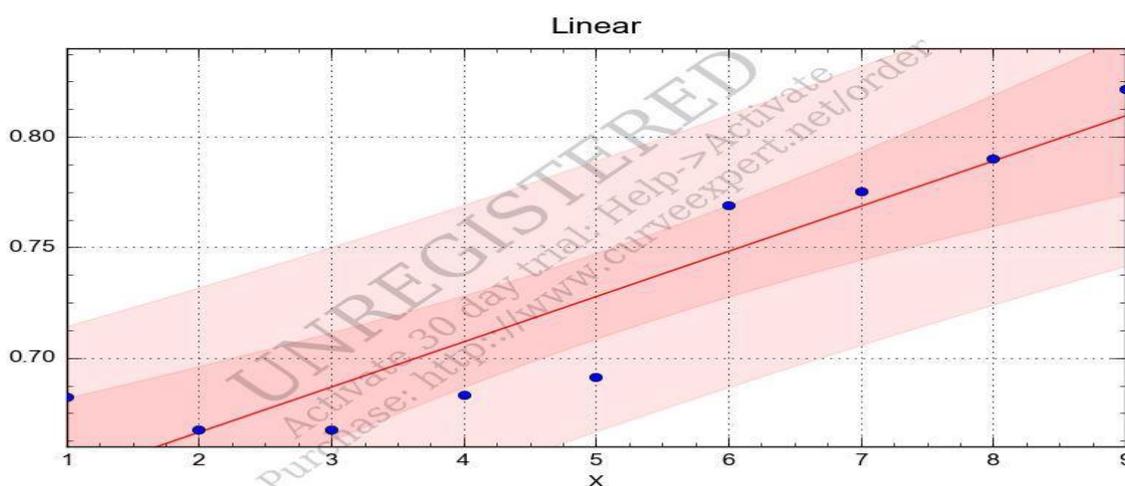


**Figura 1** – Geração Mensal de Energia pelas Placas Solares  
Fonte: empresa especializada

Deste modo, sabe-se que para suprir os gastos energéticos da residência da Maria é necessário a utilização de seis placas *FV CANADIAN 144 CELLS 395W 1500V*, ocupando uma área de 13,24 m<sup>2</sup> e um inversor de 3.0 kWp totalizando um custo de R\$18.500,00. A empresa

ainda informou que é estimado que o ressarcimento ocorra em 4,5 anos com uma geração média mensal de 288,58 kWh.

Além das simplificações citadas, desconsideramos as bandeiras tarifárias da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEL), fizemos um ajuste linear do valor do kWh fornecido pela COPEL, Figura 2. Desse modo, verificamos que o valor da tarifa atingiria valores que consideramos, inicialmente, exorbitantes, por isso consideramos o custo do kWh como sendo R\$0,82174 (constante) verificado no último mês considerado.



**Figura 2** – Crescimento do Preço do kWh  
Fonte: os autores

Para darmos continuidade com o desenvolvimento da atividade, consideramos como hipótese que: a manutenção das placas acontece de 15 em 15 anos; as placas produzirão sua capacidade máxima de energia; e fatores externos não interferirão na placa.

De acordo com os dados obtidos, com as hipóteses e simplificações consideradas, podemos estabelecer o custo do kWh produzidos pelas placas solares e pela COPEL, assim, seja:

- t: tempo em meses
- G(t): custo do kWh da COPEL
- S(t): custo da energia elétrica produzida pelas placas solares do mês 1 ao mês “t”

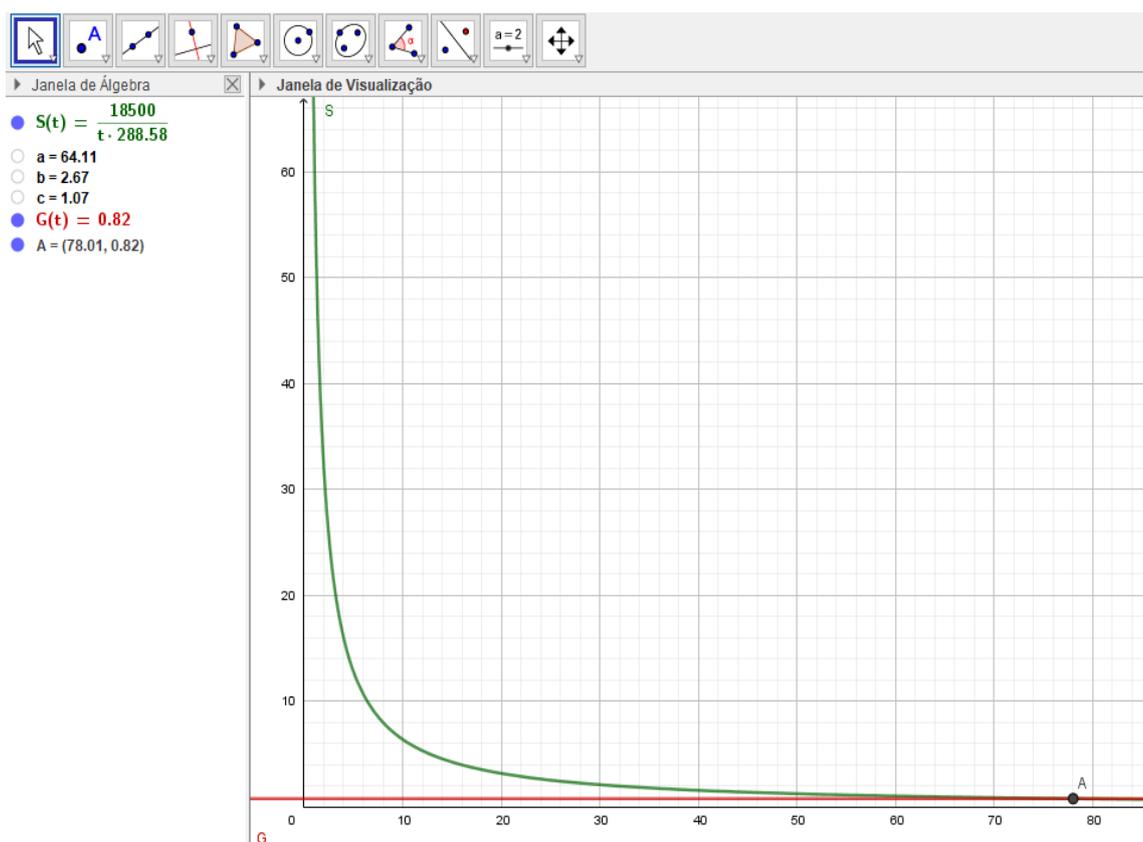
Obtemos que:

$$S(t) = \frac{18\,500}{288,58 t} \text{ e } G(t) = 0,8217$$

Ou seja, a função  $S(t)$  representa o valor mensal do kWh produzido pelas placas solares levando em consideração o quociente do orçamento da empresa especializada para a casa (R\$18.500), pela média mensal de energia produzida, do mês de instalação até o mês  $t$ . Já a função  $G(t)$  representa o valor mensal do kWh cobrado pela COPEL levando em consideração a simplificação do preço constante para todos os meses como sendo R\$0,8217, maior valor apresentados na Tabela 1.

Analisando o investimento e pensando em nossa situação-problema, para encontrarmos o tempo ( $t$ -meses) necessário para o ressarcimento da instalação, no domicílio onde residem três adultos em Londrina, podemos encontrar  $t^*$  tal que  $S(t^*) = G(t^*)$ , ou seja, o tempo em que o custo mensal da energia fotovoltaica terá o mesmo valor do kWh fornecido pela COPEL.

Para isso utilizamos o software *GeoGebra*, de modo que plotamos as funções  $S(t)$  e  $G(t)$  encontrando o ponto de interseção A, que representa o valor  $t^*$  mencionado acima, como mostra na Figura 3:



**Figura 3** – Interseção entre as Funções  $S(t)$  e  $G(t)$

Fonte: os autores

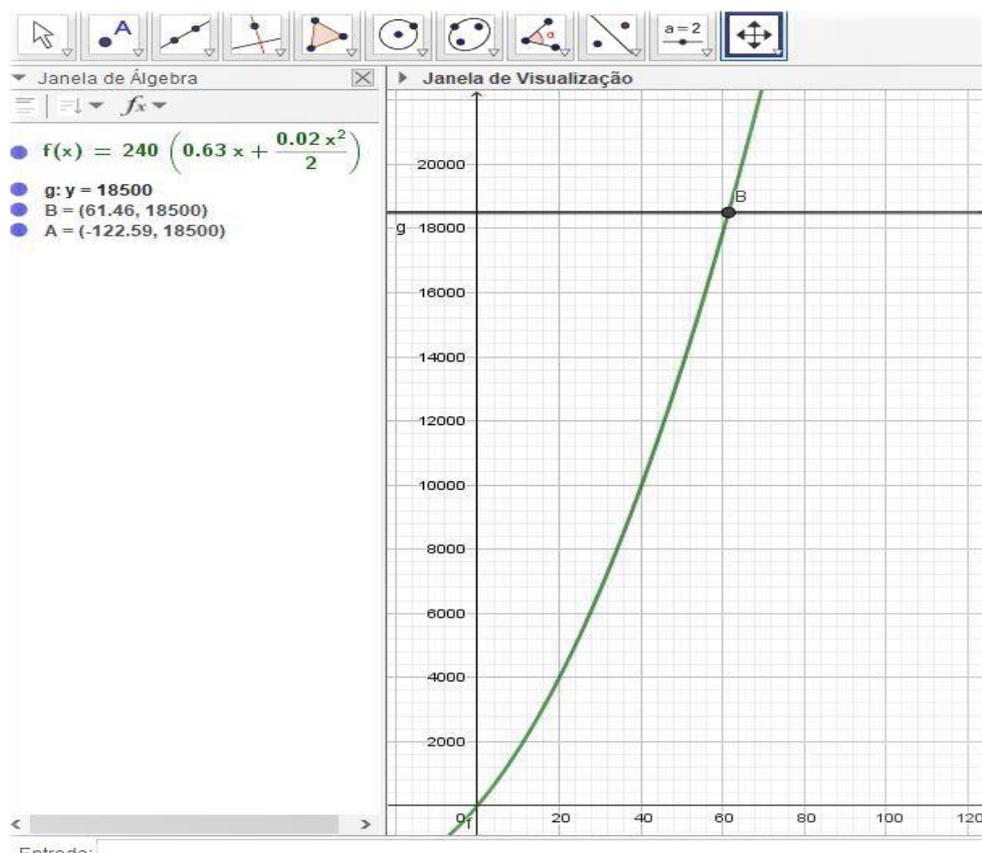
Assim, a partir do nosso modelo, encontramos  $t^*=78,01$  meses. Ou seja, em aproximadamente 6,5 anos o preço do kWh seria o mesmo que o da COPEL, tempo que o investimento seria ressarcido.

Neste momento, surgiram algumas reflexões sobre a validade deste desenvolvimento, principalmente por desconsiderarmos as variações do preço do kWh fornecidos pela COPEL. Deste modo, resolvemos utilizar o modelo linear que havíamos encontrado no software *CurveExpert*, Figura 2, nos permitindo fazer projeções sobre o preço da energia, que primeiramente consideramos exorbitantes.

Assim, evidenciamos, através do software, que o preço do kWh fornecido pela COPEL segue a função linear:  $f(x) = 0,62533 + 0,02046118x$ , sendo  $x$  o tempo em meses. Assim, ao calcularmos a integral de  $f(x)$ , obtemos a função primitiva  $F(x) = 0,625533x + \frac{0,020461x^2}{2}$ , que representa o total de custo do kWh distribuído em  $x$  meses e, quando multiplicada pelo gasto médio mensal de energia da casa da Maria (240kWh), nos permite encontrar qual será o gasto mensal com energia elétrica ao longo de  $x$  meses, seguindo o padrão de crescimento do preço do kWh dado por  $f(x)$ .

Portanto, para descobrirmos em quanto tempo o sistema de energia solar seria pago, levando em consideração a economia com a conta da luz da COPEL, basta encontrarmos o valor de  $x$ , de modo que o produto do gasto mensal médio de energia por  $F(x)$  seja igual a 18500, ou seja,  $x$  tal que:  $240 * F(x) = (240) * \left(0,625533x + \frac{0,020461x^2}{2}\right) = 18.500$

Assim, com auxílio do software *GeoGebra*, encontramos a solução gráfica, como mostra a Figura 4, que indica que o valor de  $x$  é igual a 61,46 meses. Ou seja, depois de um pouco mais de 5 anos o sistema de energia solar seria pago, levando em consideração a economia com a conta da luz.

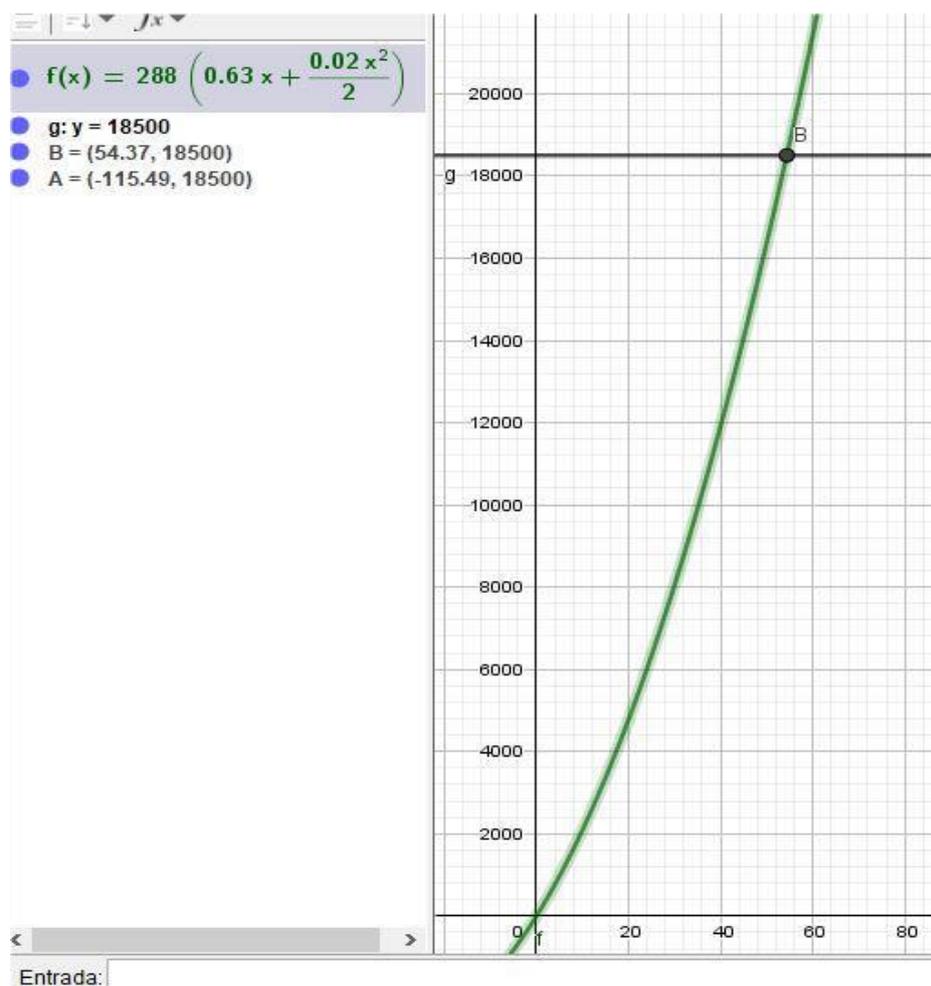


**Figura 4** – Ano de Ressarcimento Considerando a Economia com a Conta de Luz  
Fonte: os autores

Entretanto, se considerarmos que a companhia de energia elétrica disponibiliza um crédito para o excedente da energia solar que não é utilizado pela casa, fato esse que já existe no sistema elétrico da COPEL, podemos calcular o tempo no qual o sistema de energia solar seria pago, multiplicando o total de energia mensal produzido pelas placas (288kWh) pela função  $F(x)$  e igualando à R\$18.500, assim:

$$288 * F(x) = (288) * \left( 0,625533x + \frac{0,020461x^2}{2} \right) = 18.500$$

Portanto, utilizando novamente o software *GeoGebra*, na Figura 5, mostramos que o novo valor de  $x$  é igual a 54,37 meses, ou seja, o sistema de energia solar seria pago em 4,53 anos, levando em consideração a produção média da energia solar na casa e a venda do excedente de energia para a COPEL.



**Figura 5** – Ano de Ressarcimento Considerando o Crédito da empresa de energia  
Fonte: os autores

A empresa que cooperou com as informações, informou, em seu orçamento, que o ressarcimento do investimento para instalação da energia solar seria de 4,5 anos. De acordo com nosso primeiro resultado, podemos estabelecer que o ressarcimento ocorreria em um prazo de 78 meses que seria aproximadamente 6,5 anos. Entendemos que essa diferença de prazo de ressarcimento deve-se ao fato de termos considerado o custo do kWh pela COPEL como sendo R\$0,82174 e constante, ignorando a inflação energética no Brasil. Deste modo podemos concluir que, ao considerarmos o crescimento linear do preço da energia, o sistema de energia solar será pago mais rapidamente e que encontramos uma boa estimativa de 4,5 a 5 anos.

Se considerarmos que o preço da energia vai crescer linearmente em 10 anos e que a residência em questão continuará consumindo 240kWh por mês, o gasto com energia será de R\$ 53364,38. Se houvesse o investimento em placas solares então o gasto seria de R\$ 18500,00, uma economia de aproximadamente R\$34864,00.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo de todo o processo de modelagem, conseguimos estabelecer algumas considerações fundamentais no processo de ensino e aprendizagem. Essas considerações foram sendo reveladas por meio de diálogos que surgiram, de forma espontânea, durante nossas conversas. Primeiramente, percebíamos que o poder de escolha e criação, do tema e da problemática que a atividade nos proporcionou, foram essenciais para que surgisse um interesse de pesquisa que fosse relevante para o nosso grupo, fazendo com que os sujeitos do estudo participassem de maneira ativa e íntegra na busca de dados, estudos e informações que contribuíssem para a busca de uma solução para nosso problema.

Como segundo aspecto, observamos que o ato de fazer matemática se tornou significativo para nós, por exemplo, no momento em que definimos nosso problema principal e iniciamos a resolução do mesmo, não sabíamos quais conceitos matemáticos usaríamos, portanto, partimos para um processo de análise mental e discussões acerca de possíveis maneiras de resolução. Desse modo, fizemos diversas articulações, testes e formulações que fizeram com que nós abordássemos uma gama de conceitos variados, escolhendo e tendo que justificar para o grupo o porquê da escolha de determinada estratégia. E conforme íamos tendo que justificar nossos pensamentos, fazíamos conjecturas, explicitávamos nossos raciocínios e tínhamos que argumentar para a escolha de tal, processo este que nos trouxe consciência do ato de fazer matemática como um processo dinâmico e incerto.

Destacamos também que o uso de tecnologias foi imprescindível para a estruturação e elaboração do estudo, pois, além do computador ser nossa principal ferramenta de busca, o uso de *softwares* nos permitiu a construção de gráficos por regressões e também a análise entre esses gráficos, que, conforme observamos ao longo deste estudo, foram fundamentais para a obtenção de um modelo e para a análise dos dados.

Podemos exemplificar as considerações anteriores baseados em observações do estudo, por exemplo, o uso do software *CurveExpert* nos permitiu realizar uma regressão que nos revelou um modelo linear para realizar a previsão sobre o preço das tarifas de energia elétrica. Já o *GeoGebra*, através da plotagem de dois gráficos e o uso da ferramenta ponto de intersecção entre dois objetos, nos revelou a quantidade de tempo necessária para o ressarcimento nos casos apresentados. Consideramos de grande valia o uso destes pelo fato da praticidade em obter os gráficos e as informações contidas nos mesmos.

Acreditamos, que o desenvolvimento da atividade apresentada neste trabalho, pode ser desenvolvida com alunos do 2º ano do Ensino Médio em diante. O trabalho em sala de aula

envolve noções de unidades de medida, funções (relações de gasto de energia e custo), regressão e interpretação de gráficos. Observando que um dos modelos necessita do cálculo de integral, não consideramos adequado para o ensino básico.

Além disso, consideramos que é uma temática que pode despertar interesse dos alunos a partir da análise de conta de luz das próprias residências e da consciência dos gastos com energia. Além disso, o assunto é relevante para ser discutido em sala de aula, pois a maior parte da energia no Brasil provém de hidrelétricas com grande impacto socioambiental e econômico, como pudemos observar com os rompimentos de barragens que vem ocorrendo atualmente. Sendo assim, este problema energético, que faz parte da realidade da maioria dos brasileiros, pode motivar os alunos a transformá-lo em um problema matemático.

Por fim, como futuros professores e após vivenciarmos essa experiência, acreditamos que a Modelagem Matemática favorece o processo de aprendizagem dos alunos em alguns aspectos, como por exemplo, permitir a construção gradual da autonomia dos estudantes, pensamento reflexivo e crítico, além de estimular a criatividade, a testagem de hipóteses, a argumentação e permitir a exploração e estudo de diversos temas por meio do uso da matemática.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E.. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BASSANEZI, R.C.. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. 1 ed. São Paulo: Contexto, 2002.

MALHEIROS, A. P. S.. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem**. 2004. 14 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2004.