



## MODELAGEM MATEMÁTICA E RACIOCÍNIO PROPORCIONAL NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Letícia Coutinho  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR  
let\_coutinho@hotmail.com

Emerson Tortola  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR  
emersonortola@utfpr.edu.br

**Resumo:** Tomando como pressuposto que o pensamento matemático deve ser desenvolvido desde a Educação Infantil (BRASIL, 2018; NCTM, 2000) e que atividades de Modelagem Matemática tem potencial para tal desenvolvimento (FOX, 2006; COUTINHO; TORTOLA, 2018), o presente artigo tem por objetivo identificar e descrever aspectos do raciocínio proporcional que foram abordados em uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida na Educação Infantil. A atividade, que teve como tema a gangorra, brinquedo comum às crianças, foi desenvolvida com 13 alunos com 3 e 4 anos de idade de uma turma de maternal III de um Centro Municipal de Educação Infantil público do Centro Ocidental Paranaense. Os dados foram coletados por meio de fotos, vídeos, gravações de áudio e produções escritas dos alunos e foram analisados segundo uma atitude interpretativa, em conformidade com os princípios que orientam pesquisas qualitativas (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Dentre os aspectos do raciocínio proporcional identificados citamos “quantidades e covariação”, “raciocínio relativo”, “unitização” e “comparação” (LAMON, 2012).

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Raciocínio Proporcional. Educação Infantil.

### INTRODUÇÃO: SITUANDO A PESQUISA

Uma atividade de Modelagem Matemática, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012) configura-se como uma alternativa pedagógica às tradicionais práticas de sala de aula e integra atitudes investigativas nas quais o professor é o orientador e os alunos são os protagonistas das ações. Nessas atividades, os alunos são convidados a investigar por meio da matemática situações não essencialmente matemáticas que podem ser de seu interesse, com base em fenômenos que fazem parte de sua realidade.

Nesse contexto, os alunos “são encorajados a comunicar, investigar, focar o pensamento, aplicar e compartilhar entendimentos e fazer conexões” (FOX, 2006, p. 222). Trabalhar com atividades de modelagem matemática na Educação Infantil, portanto, é assumir

que desde cedo é primordial que haja a valorização do conhecimento que o aluno tem a respeito da situação estudada e agregar esses conhecimentos à prática pedagógica do professor (BRASIL, 2018), pois “as crianças trazem para a escola poderosas experiências, conhecimento matemático, habilidades e disposições” (FOX, 2006, p. 221).

A abordagem do raciocínio proporcional, por sua vez, é indicada por vários documentos curriculares, tais como Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997, 1998), Diretrizes Curriculares da Educação Básica - Matemática (PARANÁ, 2008) e *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000) e por vários pesquisadores (CYRINO *et al.*, 2014; LAMON, 2012). É considerado como basilar para o desenvolvimento do pensamento algébrico (VAN DE WALLE, 2009).

A discussão sobre raciocínio proporcional se torna imperativa na medida em que é frequentemente confundido com proporcionalidade ou quando seu ensino restringe-se a um único procedimento, como a regra de três. A palavra “raciocínio” sugere o uso de estratégias que diferem dos algoritmos e fórmulas convencionadas na literatura para resolver problemas. “Pesquisadores normalmente não associam raciocínio a procedimentos orientados por regras ou mecanizados, mas sim a processos mentais de fluxo livre que exigem uma análise consciente das relações entre as quantidades” (LAMON, 2012, p. 647). Nesse sentido, embora o foco de desenvolvimento do raciocínio proporcional esteja nos anos finais do Ensino Fundamental (VAN DE WALLE, 2009), entendemos que desde a Educação Infantil devemos trabalhar com situações e atividades mais informais que dão o suporte necessário para esse desenvolvimento. É imprescindível incentivar os alunos elaborarem e justificarem estratégias ao resolverem problemas sobre proporcionalidade de forma mais livre, sem a memorização de regras ou fórmulas (CYRINO, *et al.*, 2014; LAMON, 2012; LESH; POST; BEHR, 1988).

Alinhavados a esse entendimento de raciocínio proporcional, atividades de modelagem matemática apresentam-se como alternativas para abordar situações que podem suscitar as primeiras discussões envolvendo tal raciocínio, particularmente na Educação Infantil cujo ensino é caracterizado pelas discussões a partir de situações mais informais, porém com “intencionalidade educativa” (BRASIL, 2018, p. 36). Neste artigo, portanto, analisamos uma atividade de modelagem matemática, sobre o tema gangorra, brinquedo que frequentemente está presente nos parques das escolas e centros infantis, a fim de identificar e descrever aspectos do raciocínio proporcional que foram abordados em seu desenvolvimento.

## MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO INFANTIL

A modelagem matemática exige de professores e alunos novos posicionamentos não somente em sala de aula, mas frente à sociedade (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). Esses novos posicionamentos devem ser trabalhados desde a Educação Infantil, pois segundo Fox (2006, p. 221) cada vez mais a sociedade requer das crianças “uma gama mais ampla de conhecimentos e habilidades que os preparem para resolver problemas novos e mais complexos”. Como exemplos desses problemas English (2009, p. 161) cita problemas associados a “corporações financeiras, sistemas de educação e saúde, Rede Mundial de Computadores, o corpo humano e nossas próprias famílias”, que são temas advindos do mundo atual e que exigem compreensão e tomadas de decisão por parte dos sujeitos.

O desenvolvimento desses conhecimentos e habilidades requerem, em geral, um trabalho colaborativo, nesse sentido, aconselha-se que atividades de modelagem matemática sejam realizadas em grupos (ENGLISH, 2003; 2007; FOX, 2006; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; TORTOLA, 2012; 2016), uma vez que nessa configuração os alunos podem cooperar uns com os outros, compartilhar suas hipóteses e resultados com os colegas, produzindo relatos verbais e escritos (ENGLISH; WATTERS, 2004).

Na Educação Infantil, o diálogo é o meio pelo qual se efetiva a comunicação, sendo muitas vezes auxiliado por gestos e expressões corporais, já os registros escritos se dão majoritariamente por meio de desenhos, rabiscos e garatujas, além de colagens, pinturas e recortes (BORBA; GOULART, 2007). Nesse contexto os alunos devem ser encorajados à “externalizar seu pensamento e raciocínio tanto quanto possível e de várias formas” (ENGLISH, 2009, p. 164).

Atividades de modelagem matemática atendem a essas características (ENGLISH; WATTERS, 2004; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, TORTOLA, 2012; 2016) uma vez que seu encaminhamento se dá a partir de um cenário advindo de um contexto real, como é o caso da gangorra, tema da atividade que abordamos neste artigo. Trata-se de brinquedo que encontramos com frequência nos parques e centros infantis e, portanto, constitui um tema que alunos da Educação Infantil têm condições de discutir. Esse cenário é problematizado por meio de questionamentos, levando os alunos a exporem o que sabem sobre o tema e compreenderem a proposta de investigação. O problema é discutido sob uma perspectiva matemática, olhando para características da situação e abordando conceitos condizentes com a idade dos alunos. Essa discussão geralmente culmina na resolução do problema e na produção de um modelo matemático, que permite interpretações acerca da situação. Essas

interpretações são discutidas em uma plenária ou socialização, momento em que os alunos têm a oportunidade de “articular e esclarecer suas ideias, justificar e argumentar seu pensamento e desenvolver habilidades de comunicação” (FOX, 2006, p. 224).

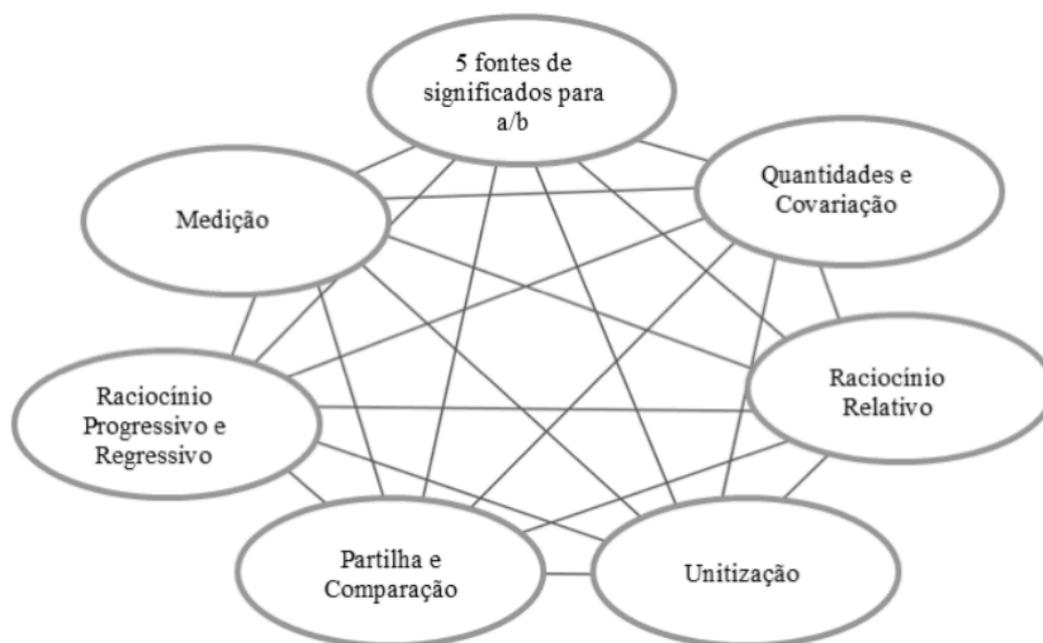
Esse encaminhamento, segundo Tortola (2016), quando desenvolvido especificamente por alunos dos primeiros anos escolares, deve prezar pela ludicidade e inserção dos alunos em discussões matemáticas formais e informais, introduzindo ideias ou sistematizando conceitos.

#### **ASPECTOS DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL**

Raciocínio proporcional não é sinônimo de proporcionalidade, embora esteja associado a esse conceito, também envolve outros aspectos, como noções de covariância e invariância e comparações multiplicativas entre razões (VAN DE WALLE, 2009; CYRINO, *et al.*, 2014). O raciocínio sugere evitar a prática de retirar os números do enunciado de um problema e aplicá-los em uma fórmula ou regra, o que pode resultar em poderosas maneiras de pensar (LAMON, 2012). Nesse sentido, requer um olhar crítico e cuidadoso sobre as situações e problemas.

Desde os primeiros anos escolares é necessário estimular e envolver os alunos em situações que apresentam relações proporcionais, pois “a capacidade de raciocinar proporcionalmente não nasce com as pessoas e desenvolvê-la envolve a articulação de ideias matemáticas tais como pensamento relativo, medição, partilha, comparação, covariância” (CYRINO *et al.*, 2014, p. 35).

Ao sustentar a mobilização do desenvolvimento do raciocínio proporcional, Lamon (2012) ressalta que é importante abordar conceitos, ideias, estruturas centrais do conhecimento matemático que se inter-relacionam e, para melhor visualização e entendimento das possíveis relações entre esses aspectos, eles foram organizados em uma rede, como apresenta a Figura 1.



**Figura 1** – Rede Lamon (2012)  
Fonte: Cyrino, *et al.*, (2014, p. 46)

Os professores devem abordar aspectos do raciocínio proporcional citados na Figura 1 em sala de aula, desde que estejam adequados ao nível de escolaridade dos alunos, pois segundo Cyrino *et al.* (2014, p. 47) esse tipo de raciocínio é “considerado um conceito pivô no processo de aprendizagem da matemática escolar” e a base para os futuros estudos de conceitos matemáticos mais complexos que envolvem proporcionalidade, como a álgebra (LESH; POST; BEHR, 1988).

Atividades de modelagem matemática, por tratarem de temas associados à realidade, apresentam potencial para promover discussões que podem desencadear na mobilização de aspectos associados ao raciocínio proporcional. São nesses aspectos que estamos interessados neste artigo.

#### ASPECTOS METODOLÓGICOS E CONTEXTO DA PESQUISA

A pesquisa foi desenvolvida em junho de 2019 em um Centro Municipal de Educação Infantil localizado na região Centro Ocidental Paranaense. Participaram da pesquisa 13 alunos com idades entre 3 e 4 anos, os quais estudam em período integral e fazem parte de uma turma de maternal III. De caráter qualitativo, a pesquisa objetivou identificar e descrever aspectos do raciocínio proporcional que foram abordados na atividade de Modelagem Matemática “Gangorra”.

A atividade foi desenvolvida em um único encontro, organizado em três partes, sendo as duas primeiras na parte da manhã e a terceira na parte da tarde. A primeira parte foi realizada na sala de aula, com uma roda de conversa sobre as brincadeiras que os alunos mais gostam; a segunda parte foi realizada no parque, momento em que os alunos explicaram como eles brincam na gangorra, promovendo a discussão de ideias e conceitos matemáticos associados à situação-problema e criando situações que oportunizaram a abordagem de aspectos relativos ao raciocínio proporcional; por fim, a terceira parte foi realizada na sala de aula, onde os alunos dispostos em grupos, com 4 cada, registraram suas interpretações acerca da investigação por meio de desenhos, constituindo seus modelos matemáticos.

Os dados apresentados na pesquisa são decorrentes de gravações de áudio, fotografias e registros escritos dos alunos. Devido à ética no âmbito das pesquisas e compromisso firmado com os responsáveis pelos alunos por meio de autorização concedida via termo de consentimento livre e esclarecido, optamos por preservar a identidade dos alunos resguardando seus nomes. Dessa forma, a cada aluno atribuímos um código constituído da letra A seguida de um número que indica seu nome, segundo uma lista que criamos com os nomes dos alunos escritos em ordem alfabética. Assim, o aluno A1 refere-se ao aluno cujo nome é o primeiro na nossa listagem, o A2 o segundo, e assim por diante. Assim também fizemos com a professora regente, à qual atribuímos o código R, e com a professora pesquisadora, à qual atribuímos o código P.

#### **ASPECTOS DO RACIOCÍNIO PROPORCIONAL NA ATIVIDADE DE MODELAGEM “GANGORRA”**

Na Educação Infantil a prática pedagógica deve estar relacionada a situações que fazem parte da realidade dos alunos e tenham significado para eles (BRASIL, 2018). Dessa forma, escolhemos como tema da atividade de modelagem matemática a “gangorra”, pois além da ludicidade que a brincadeira carrega consigo, consiste em uma situação real, conhecida pelos alunos. O tema foi proposto pela professora pesquisadora, primeira autora deste artigo, devido à importância e reconhecimento que a brincadeira tem na Educação Infantil, pois por meio das brincadeiras os alunos desenvolvem suas potencialidades, adquirem conhecimentos e constroem significados observando e socializando com os demais alunos. O brincar é fundamental para a formação social e intelectual da criança, “é na brincadeira que expressa os sentimentos e os pensamentos, que constrói o seu mundo e que é um grande agente de socialização” (SOUZA, 2007, p. 31). O que apresentamos neste artigo

são as análises dessa atividade de modelagem matemática pautadas na identificação e descrição de aspectos do raciocínio proporcional.

A atividade teve início com uma roda de conversa a respeito das brincadeiras com as quais os alunos gostam de brincar, a gangorra foi uma delas, como indica o diálogo a seguir.

*P: Quais brincadeiras vocês mais gostam de brincar aqui na escola?*

*A6: Escorrega de escorregar.*

*P: E onde fica o escorrega?*

*A1: No parquinho.*

*P: Vocês gostam de ir no parquinho?*

*A1: Sim.*

*P: Além do escorrega quais outros brinquedos tem lá no parquinho?*

*A7: 1,2,3,4,5.*

*P: Mas quais brinquedos tem lá que vocês podem brincar?*

*A7: Escorrega, balanço.*

*A14: Gangorra.*

Diante disso, a professora pesquisadora convidou os alunos a irem até o parque do Centro e pediu que eles explicassem como brincam na gangorra, conforme diálogo.

*P: Quando a gente brinca na gangorra, o que é mais legal? O que vocês mais gostam nessa brincadeira? Ficar parado? Vocês acham que ficar parado é legal?*

*A14: Não.*

*P: Então o que é legal nesta brincadeira?*

*A1: Balançar.*

Com a intenção de problematizar a situação a professora pesquisadora solicitou que uma aluna subisse em um dos lados da gangorra e perguntou se ela conseguiria balançar sozinha. Com esse questionamento observamos uma intencionalidade educativa por parte da professora (BRASIL, 2018) de fomentar algumas discussões, particularmente no sentido de verificar se os alunos compreendiam que para “balançar”, ou para que houvesse a variação da altura em ambos os lados da gangorra, uma criança não seria suficiente para realizar tal movimento. Em resposta a esse questionamento, A6 indicou que precisava de mais colegas para que pudessem brincar, sinalizando um raciocínio que pode ser associado ao aspecto “quantidades e covariação” citado por Lamon (2012), já que compreendeu que com apenas uma criança seu lado da gangorra não sairia do chão, isto é, não haveria variação nas alturas de ambos os lados da gangorra.

Ainda com relação ao movimento da gangorra, a professora pesquisadora subiu em um dos lados, com uma aluna em outro. Imediatamente, seu lado desceu todo, deixando a aluna no alto. O aluno A8, ao observar a situação, tentou abaixar o lado da gangorra em que estava a colega, como mostra a Figura 2.



**Figura 2** – Tentativa de baixar a gangorra  
Fonte: os autores

Mas qual a justificativa para a atitude de A8? A situação apresentada não condiz com a maneira com que comumente brincam. Não fez sentido para A8 a colega ficar “presa” nas alturas. Para ele, sua colega deveria também chegar ao chão, mas por ser mais leve que a professora pesquisadora ela precisava de uma ajuda, por isso tentou somar seu peso ao dela.

Com base nos aspectos apresentados por Lamon (2012), essa atitude denota a capacidade do aluno de “comparar” os pesos da professora pesquisadora e da colega e resultou em uma tomada de decisão, resultante de sua percepção de como se comportam os pesos e a altura em cada lado da gangorra, ou seja, o mais pesado fica no chão e o mais leve fica no alto. Essa atitude revela indícios do “raciocínio relativo”, uma vez que o aluno ponderou sobre duas grandezas, peso e altura, e percebeu a relação de dependência entre elas.

A ação tomada sinaliza, ainda, um raciocínio associado a “quantidades e covariação”, que diz respeito à capacidade do aluno identificar e mensurar quantidades, além de perceber como essas quantidades estão associadas, no caso o aluno deixou claro que compreendeu que quanto mais pesado um lado da gangorra mais baixa será a altura dele, até chegar ao chão. Outra maneira de interpretar essa situação é pensar que quanto menor o peso de um lado, maior será sua altura.

O aluno A4 também apresentou indícios de “raciocínio relativo”, que após a atitude de A8 em ajudar a colega na gangorra, concluiu que para que a brincadeira funcionasse “tem que ser [...] criança só na gangorra”, ou seja, A4 atrelou o funcionamento, no caso o balanço, da gangorra com a proximidade dos pesos das pessoas em cada lado, o que é reafirmado quando expõe para a professora pesquisadora a comparação que fez entre o peso dela e da aluna: “porque você é muito grande [maior] do que ela”.

Concluiu-se, portanto, que para que houvesse o movimento de balanço os pesos das pessoas nos dois lados da gangorra deveriam ser próximos, inviabilizando, por exemplo, a

brincadeira entre um adulto e uma criança, cuja diferença de pesos é muito grande, conforme constatou o aluno A4. Na sequência a professora pesquisadora chamou a atenção dos alunos que existe um limite de altura que cada lado da gangorra pode atingir, como ilustram a Figura 3 e diálogo na sequência.



**Figura 3** – Altura máxima da gangorra  
Fonte: os autores

*P: A aluna A6 consegue subir mais que isso?*

*A14: Não.*

*R: Olha onde a aluna A1 está sentada, tem como ela ir mais para baixo?*

*A14: Não.*

*R: E se a aluna A1 não pode ir mais para baixo, a aluna A6 pode ir mais para cima?*

*A14: Não.*

*P: Isso, porque tem uma altura máxima que a gangorra atinge. É o limite.*

O questionamento feito pela professora regente “E se a aluna A1 não pode ir mais para baixo, a aluna A6 pode ir mais para cima?” apresenta indícios do aspecto “unitização”, caracterizado por Lamon (2012) como um processo de reorganizar grandezas, as agrupando ou reagrupando de outras maneiras conservando a quantidade total. Nesse caso, a professora regente chamou atenção dos alunos para que se existe uma altura máxima, existe também uma altura mínima, o que revela que a soma das alturas de ambos os lados da gangorra, independente de sua posição é sempre constante.

Existe, entretanto, uma posição em particular, que foi considerada pertinente de ser explorada pela professora pesquisadora, a posição em que a gangorra se encontra em equilíbrio, ou seja, em que as alturas de ambos os lados são iguais, como sugerem a Figura 4 e o diálogo na sequência.



**Figura 4** – Gangorra em equilíbrio  
Fonte: os autores

*P: Quem está mais alta?*

*A14: A aluna A1 e a aluna A6.*

*P: Isso, as duas estão na mesma posição. Assim, a gente fala que está em equilíbrio, porque as duas estão na mesma posição.*

Para exemplificar o equilíbrio de outra maneira, a professora pesquisadora pegou um pacote de arroz e colocou de um dos lados da gangorra (Figura 5).



**Figura 5** – Relação entre os pacotes de feijão e de arroz  
Fonte: os autores

O aluno A4 voluntariamente colocou um pacote de feijão do outro lado da gangorra, e ao soltar a gangorra disse “ficou o meu assim, alto”. A professora pesquisadora, então, questionou:

*P: Por que o seu ficou alto A4?*

*A4: Porque caiu a gangorra.*

*P: Por que caiu só deste lado a gangorra?*

*A6: Porque este aqui está muito grande.*

*A1: Porque é pesado.*

*P: Para manter a gangorra parada, em equilíbrio, o que precisamos fazer deste lado aqui [aponta para o lado mais leve]?*

*A6: Colocar mais pacote de arroz e de feijão.*

Colocamos mais um pacote de feijão a pedido dos alunos e ao perceber que a gangorra não se moveu, o aluno A4 deu a ideia de “tirar o arroz grande”, porém a regente insistiu “e se eu não quiser tirar o arroz?”, levando a aluna A1 afirmar que para a gangorra ficar em equilíbrio “esse tem que erguer e esse abaixar”. A aluna A14 diz para colocar mais um feijão, sinalizando que compreendeu a necessidade de se colocar mais pacotes de feijão, conforme diálogo a seguir.

*P: Ainda não abaixou, o que precisa fazer?*

*A14: Colocar mais um feijão.*

*P: E agora?*

*A14: Colocar mais um.*

*[...]*

*P: Quantos pacotes de feijão tem aqui?*

*A4: Um, dois, três, quatro, cinco.*

*A6: Cinco.*

Ao colocarem cinco pacotes de feijão os alunos observaram a gangorra em equilíbrio, conforme mostra a Figura 6.



**Figura 6** – Alimentos em equilíbrio

Fonte: os autores

Essa discussão sobre deixar a gangorra em equilíbrio abordou três aspectos citados por Lamon (2012): “quantidades e covariação”, “raciocínio relativo” e “unitização”.

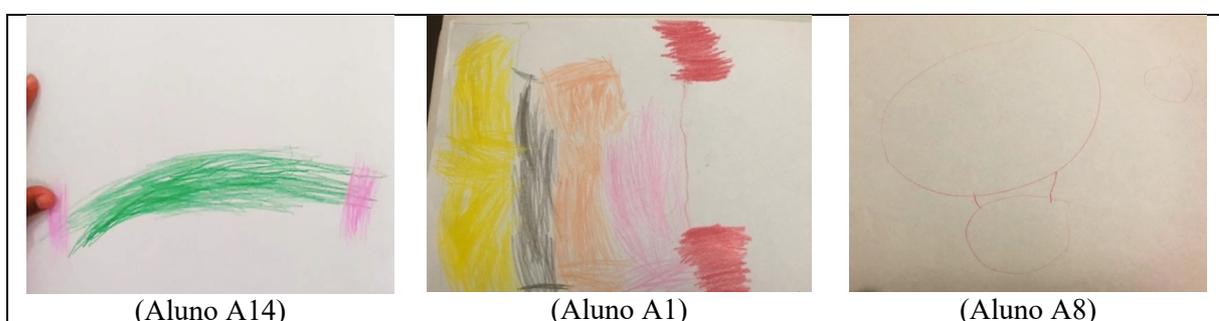
O aspecto “quantidades e covariação” foi acionado quando os alunos perceberam que ao colocar apenas um pacote de feijão de um quilograma de um lado da gangorra, sua posição permaneceu inalterada, uma vez que do outro lado havia um pacote de arroz de cinco quilogramas. A partir daí os alunos começaram a usar a relação aditiva (colocar mais um) e foram colocando os pacotes de feijão um a um até encontrar o equilíbrio. Esse tipo de raciocínio é o ponto de partida para os alunos compreenderem posteriormente relações

multiplicativas, que é uma das ideias mais importantes do raciocínio proporcional (VAN DE WALLE, 2009).

O aspecto “raciocínio relativo”, por sua vez, foi mobilizado quando os alunos relacionaram os pesos dos pacotes com as alturas de ambos os lados da gangorra, compreendendo, assim, a ideia de equilíbrio. Esse aspecto levou os alunos a refletir se essa ideia seria boa para brincar na gangorra, afinal, se por um lado é ruim ter uma discrepância nos pesos, por outro, a igualdade não melhora a situação, pois dessa forma, não há também o movimento de balanço.

Por fim, o aspecto “unitização” entrou em cena no momento em que a professora pesquisadora propôs o equilíbrio e apresentou diferentes situações que resultam nessa posição da gangorra, nesse caso, em particular, quando relacionaram um pacote de arroz de cinco quilogramas a cinco pacotes de feijão de um quilograma.

Diante dessas explorações os alunos deixaram claro que o legal da brincadeira é balançar, desse modo, solicitamos que os alunos registrassem por meio de desenhos as discussões realizadas. A Figura 7 apresenta alguns desenhos resultantes. Esses desenhos podem ser considerados os modelos matemáticos dos alunos para o movimento da gangorra, conforme mais gostam de brincar.



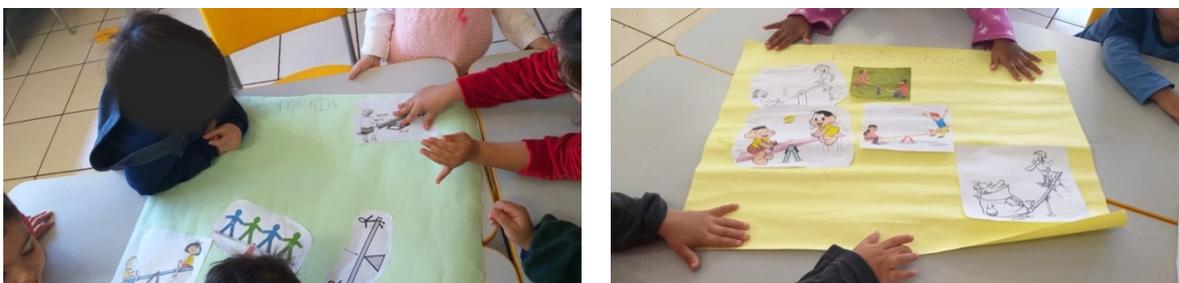
**Figura 7** – Modelos matemáticos produzidos pelos alunos

Fonte: os autores

Ao solicitar aos alunos esclarecimentos sobre seus desenhos, A14 explica que desenhou uma gangorra em movimento, ou seja, que não está em equilíbrio, o que justifica o lado direito estar mais alto que o lado esquerdo; A1, por sua vez, desenhou cinco gangorras em equilíbrio; já A8 também desenhou uma gangorra que não está em equilíbrio e para sinalizar isso desenhou dois “círculos”, sendo um deles maior que o outro para indicar pessoas com pesos diferentes.

Por fim, uma atividade de interpretação dos modelos produzidos foi promovida pela professora pesquisadora, que apresentou vários desenhos de personagens brincando em

gangorras, algumas delas em equilíbrio outras não, os alunos organizaram as duas situações em dois cartazes, como mostra a Figura 8.



**Figura 8** – Interpretação dos Modelos Matemáticos  
Fonte: os autores

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino na Educação Infantil tem suas especificidades devido à faixa etária dos alunos, é nesse contexto que as primeiras noções matemáticas são exploradas, partindo de discussões mais informais, porém, intencionais. Esse é o momento oportuno para engajar os alunos em processos de pensamento que não exigem um método, procedimento ou regra formal, permitindo explorar diferentes raciocínios. Um deles é o raciocínio proporcional que servirá de base para outros sistemas e conceitos matemáticos mais complexos.

A atividade de modelagem matemática analisada neste artigo mostrou-se como uma alternativa para explorar esse raciocínio, pois além de promover a problematização e a investigação de uma situação que tem como tema um brinquedo onde brincam com frequência, trouxe com o brincar um toque de ludicidade, característica importante nesse nível de escolaridade.

Com a atividade da gangorra identificamos a abordagem de alguns aspectos do raciocínio proporcional, apontados por Lamon (2012), como “quantidades e covariação”, “raciocínio relativo”, “unitização” e “comparação”, na medida em que os alunos compararam e relacionaram quantidades relativas a diferentes grandezas (peso e altura) e reconheceram diferentes maneiras de expressar uma mesma quantidade.

### REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Portugal: Porto, 1994. Tradução de: *Qualitative Research for Education: an introduction to theory and methods*.

BORBA, A. M.; GOULART, C. As diversas expressões e o desenvolvimento da criança na escola. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Ensino Fundamental de Nove anos**: orientações para a inclusão da criança de seis anos de idade. Brasília: MEC/SEB, 2007. p.47-56.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática (1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Brasília: MEC/SEF, 1998.

COUTINHO, L.; TORTOLA, E. Modelagem matemática na educação infantil: uma atividade com brigadeiros. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2018, Cascavel. **Anais...** Cascavel: SBEM, 2018.

CYRINO, M. C. C. T.; GARCIA, T. M. R.; OLIVEIRA, L. M. C. P.; ROCHA, M. R. **Formação de professores em comunidades de prática**: frações e raciocínio proporcional. Londrina: UEL, 2014.

ENGLISH, L. D. Interdisciplinary modelling in the primary mathematics curriculum. In: WATSON, J.; BESWICK, K. (Eds.). **Mathematics: Essential Research, essential Practice**. Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. MERGA, 2007.

ENGLISH, L. Mathematical modelling with Young learners. In: LAMON, S. J.; PARKER, W. A.; HOUSTON, S. K. (Eds.). **Mathematical Modelling: a way of life**. Chichester: Horwood Publishing, 2003. p. 3-18.

ENGLISH, L. D.; WATTERS, J. J. Mathematical Modelling with young children. In: HØINES, J.; FUGLESTAD, A. B. (Eds.). **The 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Bergen, v. 2, p. 335-342, 2004.

ENGLISH, L. D. Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. **ZDM**, v. 41, n. 1-2, p. 161-181, 2009.

ENGLISH, L. D.; WATTERS, J. J. Mathematical Modelling with young children. In: HØINES, Johnsen; FUGLESTAD, Anne Berit (Eds.). **The 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Bergen, v. 2, p. 335-342, 2004.

FOX, J. A justification for mathematical modelling experiences in the preparatory classroom. In: GROOTENBOER, P.; ZEVENBERGEN, R.; CHINNAPPAN, M. (Eds.). **Proceedings 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**. Canberra: MERGA, 2006. p. 221-228.

LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understanding**: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 3th edition. New York: Routledge, 2012.

LESH, R., POST, T.; BEHR, M. Proportional reasoning. In J. HIEBERT; M. BEHR (Eds.), **Number concepts and operations for the middle grades**. Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics. 1988. p. 93-118.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA.: NCTM, 2000.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica: matemática**. Paraná: SEED, 2008.

SOUZA, L. C. **A importância da brincadeira na Educação Infantil**. 2007. 54 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Faculdade de Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 306 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

VAN DE WALLE, J. A. V. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.