



GERAÇÃO DE ENERGIA FOTOVOLTAICA: UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Letícia Barcaro Celeste Omodei
Universidade Estadual do Paraná – campus de Apucarana – UNESPAR
Universidade Estadual de Londrina - UEL
leticia.celeste@unespar.edu.br

Lourdes Maria Werle de Almeida
Universidade Estadual de Londrina – UEL
lourdes@uel.br

Resumo: Abordamos neste artigo a formação do professor em modelagem matemática e apresentamos uma atividade de modelagem, com o tema *Geração de energia fotovoltaica*, desenvolvida com estudantes do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Modelagem Matemática. Esta atividade foi desenvolvida após outras duas atividades de modelagem e após estudados alguns textos que tratam de modelagem, pois acreditamos que, para que o professor possa desenvolver atividades de modelagem nas aulas de matemática, ele precisa estar preparado para isso e defendemos que essa preparação ocorra de modo que o professor em formação *aprenda sobre* modelagem, *aprenda fazendo* modelagem e *ensine usando* modelagem. Neste artigo nos prendemos à dimensão “aprender por meio da modelagem”, pois nosso objetivo é descrever como a atividade proposta foi desenvolvida e, a partir das resoluções dos grupos de estudantes, são analisados os problemas formulados e solucionados e os conteúdos abordados. É possível concluir que quando os estudantes têm, em sua formação, oportunidade de aprender sobre a modelagem e aprender fazendo a modelagem, eles podem estar preparados para ensinar usando a modelagem, sobretudo na educação básica.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Formação de professores. Geração de energia fotovoltaica.

INTRODUÇÃO

A formação de professores em modelagem matemática tem sido um tema presente nas discussões, nos eventos, na literatura de modelagem matemática na educação matemática. Visto que cursos de licenciatura em matemática no Brasil contemplam em sua grade curricular a disciplina de Modelagem Matemática, com uma perspectiva voltada para a educação matemática, consideramos importante discutir sobre como a formação desses professores em modelagem matemática pode acontecer para que haja a implementação da modelagem nas aulas de matemática da educação básica.

Acreditamos que, para que o professor possa desenvolver atividades de modelagem nas aulas de matemática, ele precisa estar preparado para isso e defendemos que essa preparação

ocorra de modo que o professor em formação *aprenda sobre* modelagem, *aprenda por meio da* modelagem e *ensine usando modelagem* (DIAS, 2005; ALMEIDA; DIAS, 2007; ALMEIDA; SILVA, 2015; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016).

Assim, com base nos autores supracitados, abordamos neste artigo a formação do professor em modelagem matemática e apresentamos uma atividade de modelagem desenvolvida com estudantes do 4º ano do curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Modelagem Matemática. A atividade desenvolvida com os estudantes tem como temática a geração de energia fotovoltaica, tema atual e de interesse desses estudantes.

Na última seção deste artigo, apresentamos os conteúdos matemáticos abordados nas resoluções dos estudantes e analisamos a contribuição da atividade para a formação inicial desses futuros professores.

A MODELAGEM MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Consideramos a modelagem matemática como uma alternativa pedagógica na qual, a partir de uma situação não matemática, emerge um problema a ser resolvido por meio da matemática (ALMEIDA; BRITO, 2015; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016).

Podemos dizer que, em uma atividade de Modelagem Matemática, existem as seguintes fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação, que podem não ocorrer linearmente, mas de forma dinâmica. Para Almeida, Silva e Vertuan (2016), a inteiração seria a fase inicial, na qual se obtém as informações sobre a situação a ser estudada. A matematização consiste na fase em que se transformam essas informações em uma linguagem matemática. Já a construção do modelo matemático acontece na fase denominada “resolução”. Após a obtenção deste modelo, interpreta-se o resultado e acontece a validação da solução.

De um modo geral, em uma atividade de modelagem matemática não constam todos os dados presentes no enunciado, ou na qual basta exercitar algoritmos para se obter uma resposta, diferentemente da maioria das tarefas executadas pelos estudantes na aula de matemática. Por esse motivo, muitas vezes a modelagem matemática pode ser considerada como um desafio para os estudantes de diversos níveis, porque eles devem trabalhar a matemática em problemas da realidade (BORROMEU FERRI, 2018).

Assim, o professor deve aprender sobre a modelagem e como fazer modelagem, para depois desenvolver a atividade com os estudantes na sala de aula, pois não se pode esperar que os professores saibam ou façam o que não tiveram oportunidades de aprender.

É necessário, portanto, que o professor consiga solucionar o problema de forma plausível e saiba ensinar como os estudantes podem prosseguir, que caminho podem tomar, o que devem rejeitar, para solucionar o problema e validar essa solução obtida.

De tal modo, é importante para a formação dos professores de matemática que eles tenham contato com a modelagem, pois

Embora seja uma perspectiva curricular inovadora, a modelagem matemática coloca alguns desafios ao professor. Daí a importância de introduzir as atividades de modelagem nos cursos de formação de professores, seja por meio de disciplina específica, seja permeando outras disciplinas curriculares, para viabilizar aos professores, ou aos futuros professores, experiências e perspectivas otimistas em relação ao uso da modelagem em sua prática docente. (ALMEIDA; DIAS, 2007, p. 256)

Ao encontro de Almeida e Dias (2007), Leite (2008, p. 118) defende a introdução da disciplina de modelagem matemática no currículo do curso de Licenciatura em matemática, pois ela “[...] pode ser uma grande aliada no desenvolvimento de habilidades e competências, colaborando para a formação de um professor crítico, criativo e com uma ampla visão da matemática”.

Almeida e Dias (2007), Dias (2005), Almeida e Silva (2015) e Almeida; Silva e Vertuan (2016) defendem que a formação do professor em Modelagem Matemática precisa acontecer em três dimensões: *aprender sobre* a Modelagem Matemática; *aprender por meio* da Modelagem Matemática; *ensinar usando* Modelagem Matemática. Dias (2005) caracteriza essas dimensões como oportunidades que devem ser dadas ao professor de matemática durante seu processo de formação. Apresentamos a seguir um quadro com essas dimensões e os elementos fundamentais para a formação do professor, segundo Dias (2005).

Dimensão / oportunidade	Elementos fundamentais para a formação do professor em modelagem matemática
Aprender sobre a Modelagem Matemática	O conhecimento do professor sobre o que é Modelagem Matemática no que diz respeito à compreensão de conceitos teóricos que a caracterizam.
Aprender por meio da Modelagem Matemática	O entendimento de como se desenvolve uma atividade de modelagem; espera-se que o professor identifique, em situações específicas, as características do processo de Modelagem Matemática apresentadas no primeiro aspecto. A realização de atividades de modelagem nas quais o professor é o pesquisador que procura resolver um problema; o importante neste momento é que o professor vivencie uma situação de modelagem no sentido de pensar a situação-problema em todas as etapas inerentes ao processo de Modelagem Matemática.
Ensinar usando Modelagem Matemática	O desenvolvimento de atividades de modelagem na sua prática docente.

Quadro 1: Elementos fundamentais para a formação do professor em modelagem matemática.
Fonte: Adaptado de Dias (2005).

Consideramos que todas as dimensões apresentadas são relevantes, porém, para este artigo, vamos dar enfoque à dimensão *aprender por meio da modelagem matemática*, uma vez que, de acordo com o dissertado anteriormente, ela é indispensável para a formação do professor em modelagem matemática, ou seja, julgamos não ser possível que um professor de matemática desenvolva uma atividade de modelagem com seus estudantes se ele não sabe fazer modelagem ou se nunca o fez.

É importante ressaltar a existência na literatura de outros autores (BARBOSA, 1999; BURAK, 2004; TAMBARUSSI; KLÜBER, 2014; KLÜBER; MUTTI; SILVA, 2015; MARTINS et al., 2018) que discutem acerca da formação do professor em modelagem. Esses autores refletem a respeito de outros aspectos e sobre diferentes perspectivas a partir do relato de pesquisas realizadas. Porém, como já apresentado, esse artigo contém seu foco na necessidade de os professores em formação em modelagem aprenderem a fazer modelagem por meio da própria modelagem matemática.

Assim, apresentamos uma atividade desenvolvida com estudantes, na disciplina de Modelagem Matemática, do curso de Licenciatura em Matemática. É relevante informar que os estudantes trabalharam com outras duas atividades de modelagem e estudaram um texto teórico sobre o assunto anteriormente ao desenvolvimento da atividade descrita a seguir.

ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA: A GERAÇÃO DE ENERGIA FOTOVOLTAICA

Um tema atual e interessante, do ponto de vista dos estudantes, consiste na geração de energia elétrica a partir da energia solar. A instalação de placas para a geração de energia fotovoltaica tem sido uma solução interessante para suprir um consumo mundial de energia elétrica cada vez maior. Por se tratar de uma energia inesgotável, renovável e limpa, a energia elétrica gerada pela energia solar pode contribuir para a preservação do meio-ambiente. Porém, o alto investimento na instalação do sistema é visto como um fator inviável para uma grande parte das famílias brasileiras. Com o objetivo de atender as mais diferentes necessidades financeiras dos clientes, os bancos e cooperativas de crédito disponibilizam, hoje, uma nova linha de crédito para energia solar, com o objetivo de auxiliar os clientes interessados em utilizar fontes alternativas e renováveis de geração de energia em suas atividades, em que - a médio e longo prazo - podem proporcionar redução do consumo de energia e menor impacto ambiental em suas residências, propriedades e estabelecimentos empresariais.

A partir de uma discussão sobre essa problemática, a atividade foi sugerida aos estudantes pela professora na disciplina de Modelagem Matemática no quarto ano do curso de Licenciatura em Matemática. Os estudantes da turma se reuniram em grupos, nos quais, a partir dos dados coletados e das hipóteses formuladas, surgiram várias questões que poderiam (ou não) ser investigadas. Os estudantes perceberam que precisariam de um orçamento de instalação de um sistema de geração de energia fotovoltaica para realizar a atividade, o qual não foi encontrado em pesquisas na internet. Por isso, a professora levou para a sala de aula um orçamento realizado por uma empresa de Londrina:

Uma empresa de Londrina realizou um orçamento para uma casa de 180 m² (em um terreno de 420m²), na qual residem 4 pessoas. A proposta apresentada contemplou o fornecimento de um Kit de Geração Fotovoltaico de 1,65 kWp (5 x painéis solares de 330 W) com geração média estimada de 198 kWh ao mês, considerando telhado orientado a Norte, sem sombreamento, com irradiação média diária 5,07 kWh/m².dia, temperatura média 25 °C. Está incluso montagem e instalação do sistema.

Orçamento de Sistema Fotovoltaico com 5 placas solares para unidade consumidora com média de consumo de 248kWh mensais – custo médio aproximado de R\$228,00 por mês.

ITEM	QUANT.	DESCRIÇÃO	UNIT.	TOTAL
1	1	Fornecimento de sistema fotovoltaico 1,65 kWp com 5 placas fotovoltaicas de 330 W para gerar média aproximada de 198 kWh/mês. Características do local: Instalação em telhado tipo Fibrocimento com orientação ao Norte sem sombreamento. Sistema Bifásico 220V. Serviço de montagem e instalação do equipamento (procedimento para homologação junto a Copel com ART de Engenheiro Responsável), configuração WiFi e acompanhamento do desempenho do sistema durante o primeiro ano.	R\$10.790,00	R\$10.790,00
			Orçamento	R\$10.790,00

Fonte: empresa de Londrina, 2018

Quadro 2: Orçamento de sistema fotovoltaico utilizado como dado para a atividade de modelagem.

Fonte: Relatório de trabalho da professora.

Com a perspectiva de investigar as questões que surgiram sobre o tema, os treze alunos da turma formaram cinco grupos. Referimo-nos aqui às atividades desenvolvidas por quatro destes grupos conforme indica o quadro 3.

Grupo	Problema a ser investigado
Grupo 1	Para fazer a instalação de um sistema de geração de energia fotovoltaica, compensa contratar um financiamento imediatamente pagando parcelas iguais ou depositar mensalmente parcelas fixas na poupança?
Grupo 2	É viável a implantação de placas solares no escritório de uma empresa de publicidade para a geração de energia suficiente para gerar crédito para abater na conta de um painel eletrônico de propaganda? Compensa financeiramente? A partir de qual ano o painel solar passa ser mais viável em relação à companhia de energia?
Grupo 3	Quantas placas de energia solar são necessárias para abastecer a cidade de Apucarana? Qual o investimento necessário?
Grupo 4	A Floresta Amazônica é considerada a maior bacia hidrográfica do planeta, os barcos são os principais meios de transporte. Como as regiões são distantes e poucos habitantes possuem recursos para realizarem sua primeira viagem de avião ou comprar barcos, muitas vezes o transporte representa um problema para quem vive no local. Uma comunidade deseja adquirir um transporte para facilitar no deslocamento de seus moradores, crianças e pessoas enfermas. É viável o líder dessa comunidade fazer um financiamento e comprar um furgão preparado para terrenos mais fechados ou participar do projeto canoa Tapiatpia?

Quadro 3: Problemas definidos pelos grupos.

Fonte: As autoras.

Resolução do Grupo 1

O problema formulado pelo grupo 1 consiste em: *Para fazer a instalação de um sistema de geração de energia fotovoltaica, compensa contratar um financiamento imediatamente pagando parcelas iguais ou depositar mensalmente parcelas fixas na poupança?*

Para solucionar este problema, os estudantes deste grupo utilizaram uma conta de energia da residência de uma das estudantes e também o orçamento levado pela professora. Consideraram que o valor pago pela conta de energia elétrica dessa residência era, em média, de R\$179,83 e que apenas os impostos e a iluminação pública cobrado na conta de luz somam aproximadamente R\$60,00. A taxa para financiamento do sistema fotovoltaico em uma determinada cooperativa de crédito¹, para pagamento em 60 meses, é de $0,5\% + \text{CDI}^2$, o que

¹ As taxas utilizadas nestes cálculos foram obtidas em consulta com um gerente do Sicredi.

² CDI: Certificado de Depósito Interbancário – taxa que varia diariamente e depende das transações interbancárias em cada dia.

resulta, no momento da resolução do problema, em 1,05% ao mês. Já a taxa de rendimento da poupança, nesta mesma data, é de 0,38% ao mês.

As estudantes formularam como hipótese que, durante 5 anos, o pagamento do sistema fotovoltaico seria pago como se estivesse efetuando o pagamento da energia (conta mensal de energia), ou seja, haveria o desconto mensalmente na conta de luz - por conta da energia gerada pelo sol - e seriam pagos à companhia de energia elétrica apenas a taxa de iluminação pública e os impostos. Assim, a conta mensal de energia elétrica seria de R\$60,00.

Utilizando-se da calculadora HP12C, chegaram que seriam pagas 60 parcelas mensais de R\$303,30, sendo cada parcela do financiamento de R\$243,30 e R\$60,00 de impostos e iluminação pública.

Fizeram também o valor total da poupança, com depósitos mensais, para obter R\$13.547,31. Para ter esse dinheiro na poupança, pagando durante 60 meses, a parcela deve ser de R\$201,45, a uma taxa de 0,38% a.m.

Portanto, considerando que são depositados R\$201,45 por mês, na poupança, somando a média do valor gasto mensalmente com energia (conta de luz) R\$179,83, o total gasto por mês seria de R\$381,28. Por conseguinte, multiplicando R\$ 381,28 por 60 meses, teremos o valor total de R\$ 22.876,80, ultrapassando o valor do financiamento. Ou seja, fazendo os depósitos mensais, seriam gastos R\$ 2.683,82 a mais se fosse escolhido a poupança. Concluíram que *“Indubitavelmente, compensa contratar o financiamento”* (Relatório entregue pelas estudantes).

Resolução do grupo 2

O grupo 2 formulou o seguinte problema: *É viável a implantação de placas solares no escritório de uma empresa de publicidade para a geração de energia suficiente para gerar crédito para abater na conta de um painel eletrônico de propaganda? Compensa financeiramente? A partir de qual ano o painel solar passa ser mais viável em relação à companhia de energia?*

Para responder a essas questões, utilizaram como dado que cada painel eletrônico de propaganda consome, em média, 642 kwh/mês de energia. Já o consumo do escritório é aproximadamente 221 kwh/mês³. Para o preço de cada kwh atribuíram o valor de R\$0,81 e,

³ Tanto o consumo de energia elétrica mensal do painel como o do escritório foram obtidos de uma conta de energia elétrica de uma empresa de publicidade, na qual um dos estudantes do grupo trabalha.

para a taxa de iluminação pública, R\$ 38,72. Para financiar o sistema de energia solar, utilizaram a taxa de 1,05% a.m., por 60 meses.

A partir do orçamento levado pela professora, consideraram que: se cinco placas geram 198kwh/mês, proporcionalmente, uma placa produz 39,6 kwh/mês. Assim, são necessárias vinte e duas placas para manter o escritório e o painel, pois $642+221=863$ e $863:39,6=21,79$.

As hipóteses formuladas consistem em o investimento inicial ser proporcional à quantidade de placas necessárias, a durabilidade de uma placa ser de 25 anos, o inversor ser trocado a cada 10 anos e a limpeza realizada anualmente.

Os estudantes fizeram uma função do investimento dependendo da quantidade de placas necessárias. Como eles tinham um orçamento que contava com 5 placas, chegaram que por placa é necessário um investimento médio de R\$2.158,00, obtendo que deveria ser feito um investimento inicial de aproximadamente R\$47.476,00.

Após, fizeram a simulação de um financiamento com taxa de 1,05% a. m. com prazo para pagamento em 60 meses, obtendo R\$88.849,13. Dividiram esse valor por 60, obtendo R\$1.480,82 por parcela. Porém, analisamos um erro nessa resolução, pois o montante de R\$88.849,13 seria o montante se o empréstimo fosse pago somente após 60 meses, e não mensalmente. Assim, os juros são diferentes. Mas esse erro parece não ter influenciado no resultado final.

Construíram no *Excel* uma tabela que compara o custo fixo e a manutenção anual e chegaram à conclusão que o custo do painel em 25 anos é de R\$120.846,70, ou seja, uma média de R\$4.833,87 por ano.

Quando questionados sobre o erro, os estudantes refizeram os cálculos, e encontraram que cada parcela deveria ser de R\$1.070,53.

Concluíram que

[...] nos 5 primeiros anos haverá um custo elevado, porém, já será possível abater os kwh na conta do painel eletrônico. Somando os custos de 25 anos (tempo de vida útil do painel) e comparando com o custo médio da COPEL [companhia de energia], podemos observar que a partir do 12º ano esse custo fica mais barato[...]" (Relatório entregue pelos estudantes)

Resolução do grupo 3

Quantas placas de energia solar são necessárias para gerar a energia necessária para abastecer toda a cidade de Apucarana? Esse foi o problema formulado pelo grupo 3.

Consideraram, com base em buscas em sites na internet, que toda a cidade de Apucarana consome 310.729MWh/ano de energia elétrica, em 53.869 unidades consumidoras (dados de

2017). Como tinham apenas um orçamento à disposição, consideraram, por hipótese, que as placas seriam instaladas orientadas a norte, sem sombreamento, com irradiação média diária $5,07\text{kWh/m}^2$, temperatura média 25°C . Também levaram em conta que cada kit contém 5 painéis solares de 330W com geração média estimada de 198kWh/mês . Consideraram também que seria colocado 1 kit de 5 placas por unidade consumidora, mesmo sabendo que algumas unidades utilizariam mais placas e outras menos.

Proporcionalmente, se a cidade consome $310.729.000\text{kWh/ano}$, então o consumo mensal de energia elétrica é de $25.894.083,33\text{kWh/mês}$.

Com base nas hipóteses e nos dados, escreveram uma função $y=5x/198$, sendo y a quantidade de placas e x o consumo de energia elétrica por mês. Assim, se o consumo em 2017 foi de $25.894.083,33\text{kWh/mês}$, obtiveram $y=653.890,99$, ou seja, o número de placas seria de 653.891.

Dividiram essa quantidade por 5 (quantidade de placas em um kit) e multiplicaram pelo valor de cada kit (R\$10.790,00), obtendo R\$1.411.105.410,00.

Portanto, para gerar energia elétrica - a partir da energia solar – a fim de abastecer toda a cidade de Apucarana, seriam necessárias 653.891 placas, com um custo de R\$1.411.105.410,00.

Resolução do grupo 4

O problema do grupo 4 trata de uma realidade um pouco diferente da realidade dos estudantes da região Sul do Brasil: *A Floresta Amazônica é considerada a maior bacia hidrográfica do planeta, os barcos são os principais meios de transporte. Como as regiões são distantes e poucos habitantes possuem recursos para realizarem sua primeira viagem de avião ou comprar barcos, muitas vezes o transporte representa um problema para quem vive no local. Uma comunidade deseja adquirir um transporte para facilitar no deslocamento de seus moradores, crianças e pessoas enfermas. É viável o líder dessa comunidade fazer um financiamento e comprar um furgão preparado para terrenos mais fechados ou participar do projeto canoa Tapiatpia?*

O grupo utilizou os seguintes dados do furgão Mercedes Benz Sprinter: preço: R\$164.254,00; capacidade do Tanque: 75 L; consumo médio: 7,6 km/L; preço do diesel: R\$2,24 / L. Consideraram as seguintes informações: ao preço do furgão deve ser incrementado 50% do valor para serem feitas adaptações necessárias no local; a gasolina chega apenas por avião e o diesel se torna 5 vezes mais caro do que qualquer outro lugar do Brasil.

Para o sistema fotovoltaico, utilizando o orçamento levado pela professora, consideraram que o preço unitário por placa (com instalação) era proporcional, ou seja, R\$2.158,00 por placa, sendo necessárias 32 placas de energia solar.

Além dessas informações, consideramos que outras, presentes na resolução deste grupo, relativas ao uso do furgão e da canoa, são relevantes para essa análise:

O furgão agride o meio ambiente. A construção de estradas ameaça ao meio ambiente e ecossistema. A canoa durante o dia é autossustentável e possui remos para locomoção noturna. A canoa possui selo de ecologicamente correta. O investimento em tecnologia e recursos gastos no projeto e execução da Canoa foi de meio milhão de reais mais o preço de 32 painéis solares. Ela mistura modernidade com tradição do local e é uma homenagem a um lendário peixe elétrico da região. (Relatório entregue pelos estudantes).

Com base nas leituras realizadas sobre o assunto, os estudantes formularam a seguinte hipótese: “O furgão anda de segunda a sexta para levar as crianças à escola e os moradores à comunidade vizinha, um total de 70 km/dia. Como o mês comercial tem 20 dias úteis, o furgão anda aproximadamente 1.400km/mês”.

Assim, utilizando os dados e as informações, o grupo acrescentou 50% ao preço do furgão, obtendo R\$246.381,00. Para o preço do diesel, fez uma multiplicação por 5, obtendo R\$11,20/L. Proporcionalmente, se o furgão consome 1 litro de combustível a cada 7,6km rodados, então consome 184,21 L/mês, o que dá um gasto de R\$2.063,15/mês com combustível.

Além disso, o grupo fez uma função do gasto por km rodado: $f(x)=1,47x$, sendo que a taxa de 1,47 (coeficiente angular = taxa de variação) foi dado por $2.063,15/1.400$.

Sobre o sistema, o grupo colocou um preço unitário com instalação de R\$2.158,00 e 32 placas, obtendo R\$69.056,00. Como seria necessário um investimento de R\$500.000,00 para a construção da canoa, fora a instalação do painel de energia fotovoltaica, o grupo concluiu que o investimento seria fixo de R\$569.056,00, durante o tempo de vida útil do painel, que é de 25 anos.

Construíram uma tabela, com o valor do investimento na canoa e no furgão, considerando o tempo em meses.

	INVESTIMENTO	0 1	0 2	0 3	n
CANOA	569.000,00	569.000,00	569.000,00	569.000,00	569.000 + (0.n)
FURGÃO	246.381,00	248.444,15	250.507,30	252.570,45	246.381 + (2063,15.n)

Figura 1 – Tabela com o valor do investimento na canoa e no furgão.

Fonte: Relatório entregue pelos estudantes.

A partir da tabela, elaboraram um “subproblema”: “*Quando o furgão passará a ter um investimento maior em relação à canoa?*” Para responder a essa questão, igualaram as duas funções e concluíram que no tempo de 156,37 meses o custo é o mesmo.

Assim, após 157 meses (13anos e 1 mês) o furgão passará a ser mais caro do que a canoa, ou seja, se houver dinheiro no início para a aquisição da canoa e instalação do painel de energia fotovoltaica, é viável a participação no projeto.

CONSIDERAÇÕES

A partir de uma análise da resolução do grupo 1, podemos afirmar que o problema consistia em saber o que seria financeiramente melhor para um cliente: contratar o financiamento para fazer o investimento em um sistema de energia fotovoltaica ou depositar o dinheiro na poupança e fazer o investimento depois de 5 anos. Concluíram que o financiamento seria mais vantajoso, de acordo com as hipóteses assumidas.

Trata-se, portanto, de um problema real para os estudantes: fazer uma dívida ou guardar o dinheiro. O problema também é considerado atual pois a instalação de energia fotovoltaica está em “moda”. Diversas empresas para a instalação dessas placas foram abertas em nossa região, por ser um investimento bom para o bolso e para o planeta.

Isso pode ser comparado ao *custo de oportunidade*, por deixar de aproveitar a taxa de financiamento e também por, além de a taxa da poupança ser baixa para a rentabilidade, a conta de luz seria paga normalmente, sem o desconto da energia solar gerada.

A resolução mostra que é possível desenvolver essa atividade na aula de matemática, enquanto professores, pois abordaram apenas conteúdos aprendidos na educação básica, como: proporção, juros compostos, cálculo de montante. Apesar de o uso da calculadora HP12C não ser normalmente trabalhado no ensino médio, é pedido pelos documentos curriculares que tecnologias sejam utilizadas no ensino de matemática. Assim, esse seria mais um ponto importante dessa atividade em seu desenvolvimento na aula de matemática na educação básica.

Com relação à resolução do grupo 2, houve uma contribuição externa para que o problema fosse formulado: um dos estudantes trabalha em uma empresa de publicidade, a qual possui painéis eletrônicos de propaganda distribuídos pela cidade. Os estudantes deste grupo, assim como o grupo 1, utilizaram-se da matemática escolar para solucionar o problema: função, proporção, juros compostos, cálculo de montante. Neste caso, também fizeram uso da

tecnologia como uma ferramenta para auxiliar na resolução, ao usarem o *Excel* para construir planilhas e gráficos.

Já o grupo 3 apresentou um problema mais simples de ser solucionado, bastando apenas buscar os dados necessários. Essa atividade pode ser desenvolvida com estudantes de ensino fundamental, inclusive, por envolver cálculos descomplicados e proporções. Porém, a discussão que pode ser desencadeada a partir do tema e do problema formulado é ampla, ultrapassando até mesmo as contribuições para o ensino da matemática, ou seja, favorecendo conteúdos de outras disciplinas e assuntos normalmente externos à sala de aula. Isso também pode ser considerado sobre o desenvolvimento do problema do grupo 4, pois pode contribuir para o estudo de conteúdos da disciplina de geografia, além dos conteúdos matemáticos abordados: funções, proporção e outros.

Assim, a partir de um tema de uma atividade de modelagem em uma aula de matemática, muitas oportunidades de aprendizado são dadas aos estudantes, além dos conteúdos de matemática. Isso está de acordo com Almeida e Dias (2007, p. 259), quando afirmam que “a modelagem pode ser vista como oportunidade para desenvolver competências gerais no aluno, que vão além do aprender conteúdos matemáticos curriculares” e também com Leite (2008, p. 117), ao afirmar que a modelagem “não pode ser concebida sem a presença de práticas interdisciplinares” pois “além de contextualizar a matemática em outras áreas, a modelagem matemática possibilita a integração e complementação de diferentes saberes.

Apesar de serem necessárias algumas (poucas ou muitas) aulas para fazer modelagem, essa abordagem pedagógica pode ser utilizada na educação básica, desde que o professor esteja preparado para isso, por meio da formação inicial ou continuada.

Podemos ainda afirmar que o desenvolvimento dessa atividade contribuiu para que os professores em formação desenvolvessem elementos fundamentais propostos por Dias (2005), pois entenderam como se desenvolve uma atividade de modelagem (não apenas a partir dessa atividade, mas também de outras durante a disciplina de modelagem). Eles identificaram características do processo de Modelagem Matemática, como a formulação do problema, a coleta de dados, a definição de hipóteses, a validação da solução obtida.

Assim, é possível inferir que nesta atividade os grupos procuraram resolver um problema formulado por eles próprios, vivenciando uma situação de modelagem. Isso caracteriza a dimensão *aprender por meio da Modelagem*, pois os estudantes fizeram modelagem, utilizaram para tal conteúdos abordados na educação básica, seguiram (não em uma mesma ordem) as fases da modelagem propostas por Almeida, Silva e Vertuan (2016),

chegando a uma resposta que responde ao problema formulado por eles, a partir do tema proposto pela professora.

Podemos concluir, portanto, que a atividade desenvolvida contribuiu para que eles aprendessem a fazer modelagem por meio da própria modelagem, mas ressaltamos que outras atividades de modelagem devem ser desenvolvidas com os estudantes, pois acreditamos que o professor aprende a fazer modelagem também por meio da própria modelagem.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação** (Bauru). v.11, n.3, p. 483-498, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. In: BARBOSA, J.; ARAÚJO, J. L.; CALDEIRA, A. D.. (Org.). **Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. 1ed. Recife: Biblioteca do Educador Matemático, 2007, v. 03, p. 253-268.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K.A. P. . Práticas de professores com Modelagem Matemática: algumas configurações. **Educação Matemática em Revista**, v. 1, p. 6-15, 2015.

ALMEIDA, L.W., SILVA, K. P., VERTUAN, R.E.. **Modelagem matemática na Educação Básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2016.

BARBOSA, J. C. O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática?. **Zetetiké**, Campinas (SP), v. 7, n. 1, p. 67-86, jan./jun., 1999.

BORROMEU FERRI, B. **Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education**. 1ed. Springer International Publishing: 2018.

BURAK, D. Modelagem matemática e a sala de aula. In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1., 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

DIAS, M. R. **Uma Experiência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de Professores**. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina. 2005.

KÜBLER, T. E.; MUTTI, G. S. L.; SILVA, M. V.. Modelagem matemática (MM) na educação de jovens e adultos (EJA): contribuições a partir de um metaestudo. **PerCursos**, Florianópolis (SC), v. 16, n. 31, p. 83–117, maio/ago., 2015.

LEITE, M. B. F. Reflexões sobre a disciplina de modelagem matemática na formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n.1, p. 115-135, 2008.

MARTINS, S. R.; MUTTI, G. S. L.; CARVALHO, F. J. R.; KLÜBER, T. E.. Grupos de Estudos em Contextos de Formação em Modelagem Matemática: O Sentido Atribuído por

Professores a Partir de Artigos Publicados em Periódicos. **Contexto & Educação**, Ijuí (RS), v. 33, n. 104, p. 417-457, jan./abr., 2018.

TAMBARUSSI, C. M.; KLÜBER, T. E.. A pesquisa em Modelagem Matemática na Educação Matemática: sobre as atividades de formação continuada em teses e dissertações. **REVEMAT**, Florianópolis (SC), v. 9, Ed. Temática, p. 38-56, jun. 2014.