



## PRATICANDO A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Leandro Caciolato de Souza  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR  
lecaciolato@hotmail.com

Carla Melissa Sanguino Biazon  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR  
cmbiazon@gmail.com

Rafaela Martins da Silva  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR  
rafacontabilmat@gmail.com

Caio Barreto de Oliveira Reis  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR  
caiobarretooreis@gmail.com

Elaine Cristina Ferruzzi  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR  
elaineferruzzi@utfpr.edu.br

**Resumo:** Este minicurso tem por finalidade agregar mais conhecimento aos professores a prática pedagógica denominada Investigação Matemática (IM), no intuito de fazer com que o professor se interesse em aplicar esta prática em suas aulas, como forma de favorecer e evidenciar o aprendizado do aluno, entendendo seu papel de mediador em todo esse processo e o papel do aluno como protagonista. Por ser uma prática nova, muitas vezes surgem dúvidas a respeito do ato de “investigar em matemática” bem como as atitudes que devem ser tomadas pelo professor, que embora não seja protagonista, tem um papel importante de orientador desta prática. Com isso, este minicurso propõe conduzir uma discussão e orientação sobre atividades investigativas, passando por seu histórico, processos e principais pesquisadores, por formas de serem aplicadas em sala e relatos de experiência, bem como exemplos de atividades que poderão ser trabalhadas e aplicação de algumas como forma de exemplificação para que os professores compreendam o processo do início ao fim.

**Palavras-chave:** Investigação Matemática. Ensino de Matemática. Prática Pedagógica.

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Migrar de ensino tradicional para uma prática que oportuniza ao aluno um envolvimento ativo na construção de seu conhecimento parece-nos um avanço significativo no processo educacional.

A necessidade de inserção de práticas pedagógicas com esta característica tem sido evidenciada nos documentos oficiais (Brasil 2017) e incentivada por grande parte da comunidade científica, em especial no que tange ao ensino de matemática.

O baixo desempenho dos estudantes brasileiros em programas de avaliação, como o Programme for International Student Assessment - Pisa (OCDE, 2016), aliado a crescente demanda por profissionais com capacidade de solucionar problemas, têm mobilizado diversos pesquisadores da área na busca por práticas pedagógicas diferenciadas da tradicional. Estas práticas devem ser de tal forma que o aluno seja “o ator principal do processo, sendo o professor uma ponte entre o conhecimento e o aluno”. (CACIOLATO DE SOUZA; FERRUZZI, 2018, p. 2).

No mesmo sentido, Clement et. al (2016) também insistem que as práticas educacionais devem viabilizar

aprendizagens mediadas por situações problemas, instigando a curiosidade e propondo desafios aos estudantes, gerando debates de ideias e possibilitando ao aluno protagonismo no processo de aprendizagens. (CLEMENT et al., 2016, p. 28).

Esta busca por práticas pedagógicas diferenciadas tem revelado diversas práticas denominadas na literatura por Metodologias Ativas, as quais possuem como característica basilar o aluno como principal responsável pela sua aprendizagem.

A recomendação dos documentos oficiais e o incentivo dos pesquisadores possuem como base pesquisas da ciência cognitiva, as quais afirmam que para a ocorrência da aprendizagem, é necessário ‘algo mais’ além da passividade de ouvir e repetir (MEYERS; JONES, 1993). Corroborando com este entendimento, Silberman (1996) argumenta que, em comparação com a prática tradicional, nas metodologias ativas os alunos parecem ter maior satisfação em participar das aulas.

Dentre as práticas pedagógicas elencadas na literatura incentivamos a Investigação Matemática (IM) como prática pedagógica favorável para que o aluno seja o protagonista na construção do conhecimento, tendo o professor o papel de motivador e instigador desta construção.

A escolha da Investigação Matemática está alicerçada em resultados de diversas pesquisas sobre o tema, as quais têm enfatizado inúmeras vantagens concernentes com os objetivos evidenciados nos documentos oficiais e almejados pela educação Matemática.

Alguns dos argumentos apontados por pesquisadores são: Contribuição na aprendizagem de ideias e conceitos matemáticos; desenvolvimento de conhecimentos transversais como a comunicação e relação interpessoal (ROCHA e PONTE, 2006); desenvolvimento da capacidade de solucionar problemas, sentido de cooperação e pensamento crítico (MENDES, 1997); participação ativa do estudante (MENDES, 1997; OLIVEIRA, CUNHA e SEGURADO, 1998; BROCARD, 2002); Ambiente estimulante

(MENDES, 1997); Formulação de questões e hipóteses elaboração de estratégias, generalização de resultados (OLIVEIRA, CUNHA e SEGURADO, 1998); contribuição para a compreensão dos processos e ideias matemáticas e da atividade matemática (BROCARD, 2002) e oportunidade de experiências semelhantes a dos matemáticos profissionais (SANTOS et al., 2002).

São inegáveis e expressivos os argumentos favoráveis à inserção da Investigação Matemática como prática pedagógica, porém, mesmo assim, tem-se observado (CONCENTINO, 2019) que muitos professores não a utilizam em sala de aula.

A pesquisa de Concentino (2019) evidencia que este fato está diretamente atrelado ao pouco ou nenhum conhecimento prático sobre a Investigação Matemática.

Com base neste resultado, nos dispusemos a ministrar este minicurso com a intenção de desmistificar seu desenvolvimento e assim, colaborar para que outros professores se sintam aptos a desenvolver atividades investigativas em sala de aula.

Assim, no presente minicurso, propomos um esclarecimento de cunho teórico e prático, envolvendo a Investigação Matemática como uma prática pedagógica, para professores, pesquisadores e formadores, explanando as características e abordagens dessa prática ao ser inserida em sala de aula, a qual pode oportunizar uma construção do conhecimento ativa.

## **INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA – ALGUMAS CONSIDERAÇÕES**

Nosso entendimento sobre a Investigação Matemática está pautado em Ferruzzi, Borssoi e Silva (2018), onde as autoras consideram que a Investigação Matemática abarca três características essenciais: i) aluno e professor devem aceitar o convite à investigação, ou seja, devem estar dispostos a pesquisar com afinco, indagar, elaborar hipóteses e testá-las; ii) a situação deve apresentar-se um problema para o aluno e iii) oportunizar a elaboração de testes e conjecturas e a procura por provas ou refutações.

Este entendimento está alicerçado em Ponte et. al. (2003), para quem “[...] investigar não é mais do que conhecer, procurar, compreender, procurar encontrar soluções para os problemas com que nos deparamos” (PONTE *et al.* 2003, p.2).

Consideramos ainda, assim como Ponte *et al.* (2003, p. 2) que o ato de investigar deve “permeiar todo o trabalho da escola, tanto dos professores como dos alunos” e neste sentido, é mister compreender o papel do aluno e do professor neste processo.

O aluno, ao desenvolver atividades de Investigação Matemática, é convidado a “fazer matemática”, assumindo o papel de matemático, característica essa fundamental da Investigação Matemática. Isso faz com que saia da passividade, tomando um papel ativo na

construção do seu conhecimento, comungando com Braumann (2002), o qual afirma que o aluno ao ser colocado no ponto central do seu aprendizado, age como sujeito ativo na construção de seu conhecimento. O fazer Matemática, a partir do desenvolvimento de atividades investigativas, pode promover autonomia aos alunos levando-os a aprimorar suas habilidades como autores do processo.

Por sua vez, o professor possui grande responsabilidade no sucesso de uma aula de cunho investigativo, pois primeiramente deve “aceitar o convite” para que ocorra a inserção da Investigação Matemática em sala aula.

Este aceite significa estar disposto a ouvir os alunos, dar tempo para seu amadurecimento e orientá-los no sentido de investigarem com afinco.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 20) a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais: (i) reconhecimento da situação, exploração preliminar e formulação de questões; (ii) processo de formulação de conjecturas; (iii) realização de testes e eventual refinamento das conjecturas; (iiii) argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado, momentos estes sempre mediado pelo professor.

Considerando o papel primordial do professor, o foco de nosso minicurso está em discutir algumas ações e estratégias que podem favorecer e motivar o professor no desenvolvimento deste tipo de atividade.

A elaboração de uma atividade investigativa, de acordo com Concentino (2019), exige que o professor leve em conta a familiaridade dos alunos com esse tipo de atividade, usando sua criatividade, podendo selecionar atividades já elaboradas e aplicadas por outros professores, adaptar, reconstruir, ou construir novas atividades, sempre estando atento para que proporcione aos alunos envolvimento ativo e investigativo. Esse caminho a percorrer, foi proposto por Concentino (2019) como observamos na Figura 1.

**Figura 1: Dando forma à atividade investigativa**



Fonte: Concentino (2019, p.34)

As ações do professor nesse processo investigativo são primordiais, pois deve ter comportamentos e atitudes que direcionam os alunos a se envolverem ativamente, investigando e construindo o conhecimento.

Questionar constantemente o aluno durante todo o processo de desenvolvimento da atividade, de forma detalhista, sempre em tom de desafio, oportuniza um aprofundamento e prolongamento de explorações de conhecimentos, por meio da formulação de conjecturas.

Esses questionamentos, dependendo de como é realizado, assumem um papel no processo de investigação, os quais foram substanciados no quadro 1 por Concentino (2019), ao adaptar de Ferruzzi, Borssoi e Silva (2018).

**Quadro 1: Questionamentos do professor no ambiente de Investigação Matemática**

Questionamentos que o professor orientador pode promover:	
Provocando o raciocínio	Por quê? Como? Me expliquem...
Instigando	Tem certeza disso?
Incentivando	Muito bem! Mas e se...
Validando	Continuem assim! Estão no caminho certo...
Auxiliando na administração de conflito	Vocês levaram em consideração o que o colega falou? Por quê?
Estimulando o confronto de pontos de vista	Discutam as duas opiniões, por que não concorda com o que ele disse?
Promovendo a reflexão e argumentação	Explique como você chegou a esta conclusão?

Fonte: Concentino (2019, p. 38)

Ao nortear o discurso na sala de aula, atende à prática da “argumentação” (NCTM, 1994), de modo a conduzir os alunos a conjecturar, a explorar exemplos e contraexemplos na investigação de uma conjectura e a justificarem as suas conjecturas apoiando-se em argumentos matemáticos.

Atribuir um papel central à argumentação na sala de aula significa responsabilizar os alunos para que apresentem seus raciocínios e se empenhem em compreender a argumentação dos outros (PIRES 2011).

Ao trabalhar com Investigação Matemática em sala de aula, o professor deve ficar atento em todas as etapas, desde a elaboração da atividade, seu desenvolvimento e a socialização. Todas as etapas são igualmente importantes, porém, consideramos que a elaboração merece especial atenção, tendo em vista que dependendo de como for planejado, pode ou não se configurar uma atividade investigativa.

Quanto às ações do professor durante o desenvolvimento das atividades investigativas, recorremos a Concentino (2019) que sintetiza em sua pesquisa uma gama de ações pertinentes a este tipo de atividade. Apresentamos no Quadro 2 uma adaptação de suas considerações, as quais consideramos assertivas e orientadoras para o desenvolvimento produtivo da atividade.

**Quadro 2: Ações do docente no desenvolvimento da Investigação matemática**

Etapas da Investigação Matemática	Ações do Professor
Arranque da aula	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Apresentar as atividades aos alunos considerando o grau de familiaridade;</li> </ul>
Desenvolvimento do trabalho	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Organizar a turma em pequenos grupos.</li> <li>● Convidar e estimular o aluno.</li> <li>● Despertar a curiosidade.</li> <li>● Provocar o raciocínio;</li> <li>● Encorajar a elaborar explicações e relacionar as ideias.</li> <li>● Auxiliar com questões orientadoras.</li> <li>● Incentivar,.</li> <li>● Compartilhar as ideias entre professor e aluno.</li> <li>● Colocar os alunos em ação e responsáveis em desempenhar um “papel ativo” no processo da aprendizagem.</li> <li>● Desafiar os alunos.</li> <li>● Gerenciar o tempo.</li> </ul>
Discussão da investigação e conclusão final	<p>Criar um ambiente com o “grupo maior” propício a:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Verbalizar: expor e explicar o pensamento e raciocínio elaborados, assim como suas conclusões.</li> <li>● Confrontar opiniões e argumentos, onde o receio de “arriscar” conjecturas é relativamente reduzido.</li> <li>● Validar o raciocínio obtido por meio da discussão.</li> <li>● Elaborar relatórios finais.</li> </ul>

Fonte: Concentino, (2019, p. 41)

## O MINICURSO

Baseado ainda em Concentino (2019), abordaremos encaminhamentos essenciais para a construção de uma aula investigativa, sendo: a) O que é Investigação Matemática?; b) Por que utilizar a Investigação Matemática?; c) como desenvolver esta prática pedagógica em sala de aula?; d) quais ações o docente deve promover para que sua aula seja caracterizada como uma Investigação Matemática?

No primeiro momento, iniciaremos um debate sobre o tema proposto para verificar o entendimento dos participantes do minicurso sobre a Investigação Matemática, após essa etapa, será realizada uma explanação com embasamento teórico, de acordo com autores que defendem o ensino de Matemática por Investigação. Essa abordagem será com base em relatos de experiências, comunicações científicas e análises de práticas já desenvolvidas com esse tipo de atividade.

Versaremos os encaminhamentos e ações do professor, para uma efetividade dessa prática, as quais devem ser observadas, desde a elaboração da atividade, seu desenvolvimento e conclusão.

As atividades práticas aplicadas no minicurso objetivam-se em realizar um ensaio com os participantes, de todo o processo de desenvolvimento em sala de aula, de forma que presencie ativamente essa prática, tendo assim a visão e motivação para inseri-la nas aulas.

Essas práticas serão norteadas por sugestões de atividades, com possibilidade de aplicação em todos os níveis de ensino. Atividades essas que já foram aplicadas, analisadas e reformuladas quando necessário, de forma que oportunizem uma aprendizagem ativa do aluno por meio da Investigação Matemática.

Com esse minicurso, pretendemos desenvolver o interesse dos participantes para a prática de Investigação Matemática, com o objetivo de inseri-la em sala de aula de forma gradativa, migrando de um ensino transmissivo, para um ensino investigativo.

## **MATERIAIS NECESSÁRIOS**

Para o desenvolvimento do minicurso, serão necessários uma sala de aula ampla com carteiras, quadro de giz ou branco, projetor multimídia; Para os cursistas faz-se necessário um notebook por aluno ou um por dupla de forma a otimizar o desenvolvimento prático do minicurso.

## **REFERÊNCIAS**

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRAUMANN, C. **Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática.**In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F, 2002.

CACIOLATO DE SOUZA, L.; FERRUZZI, E. C. **Investigação matemática, tangram e área das figuras planas.** In. Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia (SINECT), VI. 2018. Ponta Grossa. *Anais...*(on-line). Ponta Grossa. 2018. Disponível em: <http://www.sinct.com.br/2018/selecionados.php>. Acesso em 30/01/2019.

CLEMENT, L.; CARMINATTI, N.; CUSTÓDIO, J.; ALVES FILHO, J. **Possibilidades de se promover a necessidade de pertencimento em aulas de física.** *Góndola, enseñanza y aprendizaje de las ciencias*, v. 11, n. 1, p. 26-42, 2016.

CONCENTINO, J. **Caminhos a percorrer: desafios no processo de investigação matemática.** 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Campus Londrina, Paraná.

CUNHA, H.; OLIVEIRA, H.; PONTE, J. P. **Investigações matemáticas na sala de aula.** In A. Pinheiro, A. P. Canavarro (Eds.), *Actas do ProfMat 95* (pp. 161-168). Lisboa: APM, 1995.

DIONÍSIO (eds.), **Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores.** p. 5-24. Lisboa: SEM-SPCE, 2002.

FERRUZZI, E. C.; BORSSOI, A. H.; SILVA, K. P. **Investigação Matemática em foco: evidenciando possibilidades para a sala de aula.** In. Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia (SINECT), VI. 2018. Ponta Grossa. *Anais...*(on-line). Ponta Grossa. 2018. Disponível em: <http://www.sinct.com.br/2018/selecionados.php>. Acesso em 30/01/2019.

PIRES, MANUEL VARA (2011). **Tarefas de investigação na sala de aula de matemática: práticas de uma professora de matemática.** *Quadrante*. ISSN 0872-3915. 11:1, p. 55-81. Disponível em: <https://bibliotecadigital.ipb.pt/handle/10198/7381>. Acesso em 25 abr 2019

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

PONTE, J. P. et al. (1998). **O trabalho do professor numa aula de investigação matemática.** *Quadrante*, 7(2), 41-70. Trabalho realizado no âmbito do Projecto Matemática para Todos: Investigações na sala de aula (1995- 1999), Centro de Investigação em Educação, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Disponível em: [http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3042/1/98-Ponte%20etc%20Quadrante-MPT\\_.pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3042/1/98-Ponte%20etc%20Quadrante-MPT_.pdf). Acesso em: 03 jun 2019.