



ESSES CARROS EXISTEM? UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM MINIATURAS

Cristiana Fadin Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina / Cornélio Procópio - UTFPR k.ris@hotmail.com

Mirian Ferreira Rezende Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina / Cornélio Procópio - UTFPR femirian94@hotmail.com

> Emerson Tortola Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo - UTFPR emersontortola@utfpr.edu.br

Resumo: Este artigo tem por objetivo elaborar compreensões a respeito da produção de modelos matemáticos por alunos de 6º ano do Ensino Fundamental em uma atividade de Modelagem Matemática cujo *design* é orientado pelos princípios da teoria *Model-Eliciting Activities* (MEAs), proposta por Lesh et al. (2000). A atividade foi desenvolvida em um colégio público da cidade de Peabiru, Paraná, em uma turma com 27 alunos, na qual os alunos investigaram a relação entre as medidas de um carro, em tamanho original, e de sua miniatura. A pesquisa realizada tem caráter qualitativo, de cunho interpretativo, cujos dados analisados advém das gravações em áudio, vídeo e imagens e das produções escritas dos alunos. O desenvolvimento da atividade possibilitou discussões com relação às dimensões de um carro; à estimativa, verificação e manuseio de instrumentos de medidas; e a revisão e/ou introdução de ideias como razão/escala e proporção para a produção dos modelos matemáticos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino Fundamental. Modelos Matemáticos. *Model-Eliciting Activities* (MEAs).

Introdução

Diversas pesquisas em Educação Matemática apontam a relevância para o processo de aprendizagem de estudantes quando professores assumem a condição de orientadores. A função do professor de Matemática "não é mais a de simplesmente transmitir um conhecimento pronto e acabado. Cabe-lhe organizar situações de aprendizagem desafiadoras que envolvam afetiva e intelectualmente os educandos na (re)construção dos conceitos matemáticos" (SOARES; SCHEIDE; 2004, p. 13). Nesse sentido é necessário que o professor busque alternativas pedagógicas que possibilitem uma aprendizagem com esse direcionamento. Uma dessas alternativas, que permite que o professor seja orientador é a Modelagem Matemática, indicada inclusive por documentos e orientações curriculares, como as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (2008).

Ao utilizar a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica, tanto professor quanto aluno têm novas incumbências. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), cabe ao aluno problematizar, criar hipóteses, testá-las, avaliar e decidir se a solução é adequada ou não, e ao professor o papel de orientar, considerando que:

a) orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas [...] é sugerir procedimentos; b) orientar não é dar respostas prontas e acabadas, orientar não é sinalizar que "vale-tudo"; c) orientar não é esperar que o aluno simplesmente siga exemplos; d) orientar não é livrar-se de estudar, de se preparar para o exercício da função; e) orientar não é despir-se da autoridade do professor (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.24).

A Modelagem Matemática viabiliza "o estudo da Matemática a partir de temas diversos da realidade, sejam eles matemáticos ou não, oportunizando ao estudante o transitar entre a linguagem natural do fenômeno sob investigação e a linguagem matemática" (TORTOLA, 2012, p.16). O que possibilita essa transição são as hipóteses e aproximações simplificadoras (BEAN, 2001), bem como a produção e a interpretação do modelo matemático (BORROMEO FERRI, 2010).

A definição das hipóteses direciona a abordagem matemática da situação, são as hipóteses que indicam o caminho a seguir (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2015). As aproximações simplificadoras, por sua vez, viabilizam essa abordagem, possibilitando a matematização da situação. Essa matematização decorre na produção de um modelo matemático, uma estrutura matemática que preserva características da situação e que, de acordo com Doerr e English (2003), pode ser entendido como um sistema de elementos, operações, relações e regras, utilizado para fazer descrições, explicações e previsões com relação ao fenômeno sob investigação.

Existem várias maneiras de se produzir um modelo matemático a partir de um problema enunciado. Em geral, na literatura essas diferentes maneiras são ilustradas por ciclos e/ou princípios de Modelagem Matemática. Nesses ciclos e princípios as interpretações, descrições, conjecturas, explicações e justificativas são iterativamente refinadas e reconstruídas pelo aluno, constituindo-se em ações fundamentais para aprender Matemática (DOERR, ENGLISH, 2003).

Neste artigo investigamos como se dá a produção de modelos matemáticos por alunos de 6º ano do Ensino Fundamental em uma atividade de Modelagem Matemática cujo *design* foi orientado pelos princípios da teoria *Model-Eliciting Activities* (MEAs)¹, proposta por Lesh, et al. (2000). Inicialmente discorremos sobre a produção de modelos matemáticos na

¹*Model-Eliciting Activities* (MEAs): Atividades de identificação de modelos que são orientadas por seis princípios: construção do modelo, generalização, documentação do modelo, realidade, autoavaliação e protótipo eficaz.

perspectiva dessa teoria, descrevemos o contexto e os aspectos metodológicos da pesquisa e, por fim, apresentamos a análise da atividade e os resultados.

A PRODUÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS NA PERSPECTIVA DAS MEAS

Os modelos matemáticos são estruturas matemáticas que preservam características da situação sob investigação. As representações que os modelos matemáticos permitem são um retrato particular do mundo real, visto que a complexidade da realidade não pode ser traduzida completamente em um modelo matemático (VORHÖLTER, et al., 2019). Isso nem é desejável, pois a Modelagem é vista como um elo entre matemática, como um meio de compreender situações do mundo físico e social, e matemática como um conjunto de estruturas formais e abstratas (ENGLISH, 2003). Ou seja, "matemática como um meio de compreender problemas por um lado, e investigar situações-problema para aprender matemática por outro" (TORTOLA, 2016, p. 63).

Os modelos abrangem: (a) um sistema conceitual para descrever ou explicar objetos matemáticos, que estão relacionados a ações, padrões e regularidades pertinentes a resolução do problema investigado; e (b) os procedimentos de acompanhamento pode gerar construções úteis, manipulações ou previsões para alcançar metas preestabelecidas (RICÁRDEZ, 2018). Nesse sentido, a construção de modelos oferece a oportunidade aos alunos de expressar e rever conceitos, pois é o modelo que vai "dar a forma à solução do problema e a Modelagem Matemática é a atividade que busca por esta solução" (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 2).

Existem autores que definem alguns princípios para orientar o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática, particularmente a produção de modelos. As MEAs constituem-se de uma estrutura que uma pessoa ou um grupo utiliza para encontrar um modelo matemático que contempla o mundo real, dessa forma os alunos vão investigar, analisar, desenvolver modelos que sejam apropriados com o problema estudado (HAMILTON, et al., 2008). Lesh e Doerr (2003, p. 3) definem essas atividades como *MEAs*

porque os produtos que os alunos produzem vão além das respostas curtas para questões específicas, e envolve o uso de ferramentas conceituais compartilháveis, manipuláveis, modificáveis e reutilizáveis, para construir, descrever, explicar, manipular, prever ou controlar sistemas matematicamente significativos.

As MEAs são delineadas com base em seis princípios que orientam a produção, interpretação e análise de modelos matemáticos, conforme Lesh, et al. (2000). O Quadro 1 apresenta esses princípios.

Princípio	Descrição		
Construção do modelo	Garante que a atividade requer a construção de uma descrição explícita, explicação ou		
	procedimento para uma situação matematicamente significativa.		
Generalização	Também conhecido como o Princípio de Capacidade de Compartilhamento e		
	Reutilização do Modelo. Requer que os alunos produzam soluções compartilháveis e		
	modificáveis para outras situações relacionadas.		
Documentação do	Garante que os alunos criem alguma forma de documentação que revelará		
modelo	explicitamente como eles estão pensando sobre a situação-problema.		
Realidade	Requer que a atividade seja colocada em um contexto realista e seja projetada para que		
	os alunos possam interpretar a atividade de forma significativa a partir de seus		
	diferentes níveis de habilidade matemática e conhecimento geral.		
Autoavaliação	Garante que a atividade contenha critérios que os alunos possam identificar e usar para		
	testar e revisar suas atuais formas de pensar.		
Protótipo eficaz	Garante que o modelo produzido será o mais simples possível, mas ainda		
	matematicamente significativo para fins de aprendizagem (ou seja, um protótipo de		
	aprendizagem ou uma "grande ideia" em matemática).		

Quadro 1 – Princípios orientadores de elicitação de modelos matemáticos Fonte: Stohlmann e Albarracín (2016) com base em Lesh, et al. (2000)

Stohlmann e Albarracín (2016) sinalizam que frequentemente ao completarem uma atividade na perspectiva das MEAs os alunos irão revisar, refinar e ampliar conceitos matemáticos. Dessa forma, neste artigo, o objetivo é elaborar compreensões a respeito da produção de modelos matemáticos, em uma atividade na qual os alunos investigaram a relação entre as medidas de um carro, em tamanho original, e de sua miniatura.

CONTEXTO E ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESOUISA

O desenvolvimento da atividade ocorreu em um colégio público da cidade de Peabiru, Paraná, com uma turma de 27 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Teve duração de 4 horas-aula e foi realizada no dia 14 de maio de 2019, em contraturno. A atividade foi orientada pela professora de Matemática da turma, primeira autora deste artigo. A fim de preservar os princípios éticos da pesquisa, optamos por manter em sigilo a identidade dos alunos, em conformidade com autorização fornecida pelos pais ou responsáveis. Dessa forma, nos referimos aos alunos utilizando os códigos A1, A2, ..., A27 e à professora o código P.

Para o desenvolvimento da atividade os alunos foram organizados em grupos, o tema foi proposto pela professora a partir da percepção do interesse dos alunos pelo assunto, e os dados foram coletados por meio de gravações em áudio, vídeo e imagens e incluem os registros escritos produzidos pelos alunos. O tema diz respeito a um brinquedo comum entre as crianças: os carrinhos em miniatura. A atividade teve início com a discussão da existência de carros como os carrinhos em miniatura que os alunos tinham e desencadeou em uma investigação sobre

como os carrinhos em miniatura são produzidos de modo a ficarem tão parecidos com os carros originais. A partir dessa investigação os alunos produziram modelos matemáticos que permitiram verificar e validar a razão 1:64 (um para sessenta e quatro) que as miniaturas da marca *Hot Wheels* são construídas.

A Figura 1 apresenta, em tamanho reduzido, uma folha que foi entregue aos alunos para convidá-los a desenvolver a atividade.

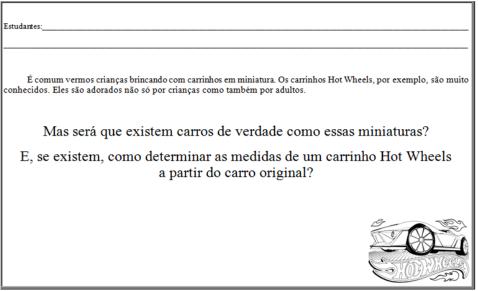


Figura 1 – Folha com a proposta da atividade Fonte: os autores

A atividade de Modelagem Matemática desenvolvida tem o *design* das MEAs, uma vez que segue os seis princípios elencados por Lesh, et al. (2000) para caracterizarem tais atividades. São nesses princípios que fundamentamos nossas análises, uma análise qualitativa, de cunho interpretativo, que visa elaborar compreensões a respeito de como se dá a produção de modelos matemáticos por alunos de 6º ano do Ensino Fundamental nesse contexto.

ANÁLISE DA PRODUÇÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS

O primeiro questionamento "será que existem carros de verdade como essas miniaturas?" foi proposto para situar a atividade conforme orienta o "princípio da realidade". Utilizamos vídeos disponíveis na plataforma *YouTube* que apresentam uma exposição de carros ocorrida no 50° aniversário da Empresa *Hot Wheels* e um festival em formato de *tour* por 14 países à procura de carros que iriam se tornar os próximos brinquedos da marca. Esses vídeos foram escolhidos por afirmarem que algumas miniaturas são concebidas a partir de carros originais, situando a atividade em um contexto realista (LESH, et al., 2000).

Quando o segundo questionamento foi apresentado: "e, se existem, como determinar as medidas de um carrinho *Hot Wheels* a partir do carro original?", os alunos se agitaram e começaram a formular hipóteses sobre o que considerar, como mostra o diálogo a seguir.

A5: Olhando...

P: Olhando o quê?

A2: O carro grande!

P: O que devemos olhar no carro grande?

A5: A forma...

A16: A altura...

A23: A largura...

P: O que mais?

A25: Os detalhes...

A5: O comprimento...

P: Certo...A altura, a largura, o comprimento que vocês citaram, são o quedo carro?

A19: São as medidas!

P: Ótimo! São as dimensões do carro! E vocês sabem me dizer qual é, aproximadamente, o comprimento de um carro em tamanho real?

O questionamento lançado sugeriu a necessidade de "manipulação e visualização de objetos ou de atividades práticas envolvendo medições, contagens, levantamento e comparações de dados" (FIORENTINI, 1995, p. 11), pois observamos que os alunos não tinham noção das medidas reais de um carro. Dirigimo-nos, então, ao estacionamento do Colégio. A Figura 2 mostra os alunos medindo o comprimento, a largura e a altura de um dos carros.







Figura 2 – Alunos medindo as dimensões de um carro Fonte: os autores

Levando em consideração que os alunos estão em busca de compreender a situação que deu origem ao problema, o "princípio da realidade" inseriu o problema em termos de conhecimento e experiência de vida, valorizando as vivências dos alunos.

Esse momento favoreceu a busca por estratégias que se encaminhavam para estabelecer a relação que existe entre um carro e sua miniatura, sinalizando a necessidade da "construção do modelo", outro princípio enunciado por Lesh, et al. (2000). Um dos alunos afirmou que a necessidade, para aquele momento, era "ver o carro verdadeiro desses!" segurando uma das miniaturas nas mãos. Dessa forma, todos os grupos receberam uma tabela contendo as dimensões originais de vinte carros correspondentes às miniaturas que haviam sido distribuídas, como exemplifica a Figura 3.

DIMENSÕES ORIGINAIS DE ALGUNS CARROS

CARRO	COMPRIMENTO	LARGURA	ALTURA
ASTON MARTIN ONE 77	425,4 cm	184,5 cm	115,2 cm
BARRACUDA FÓRMULA S 68	480,0 cm	179,2 cm	134,4 cm

Figura 3 –Dimensões originais de alguns carros correspondentes às miniaturas Fonte: os autores

O diálogo a seguir indica a hipótese que os alunos levantaram sobre a necessidade de se efetuar uma "divisão" para determinar o quão menor é uma miniatura de um carro em tamanho original.

A2: Ele pega a parte maior e diminui um pouco...

P: Um pouco quanto?

A24: Ele diminui umas 40 vezes!

P: O que vocês acham? Vocês concordam com o pensamento dele?

Todos: Sim!

P: Então como nós podemos fazer para confirmar isso? Que as miniaturas são realmente 40 vezes menores que o carro original?

A14: Fazendo a conta de dividir!

P: E o que nós vamos dividir?

A14: O tamanho do carro grande pelo tamanho da miniatura.

Esse diálogo revela o encaminhamento para a "construção do modelo", pois a partir dessa fala os alunos começaram a pensar em como resolver a indagação feita pela professora e, ao indicarem uma hipótese, a professora os levou a pensar em como "documentá-la", orientando-os a trabalhar no delineamento da resolução, ou seja, na "construção do modelo".

Os alunos utilizaram paquímetros para coletar os dados necessários para a "construção do modelo", registrando as dimensões das miniaturas. A Figura 4 ilustra essa coleta.







Figura 4 – Uso do paquímetro pelos alunos para determinar as dimensões das miniaturas Fonte: os autores

Os dados coletados, referentes às medidas dos carros em miniatura, foram organizados no formato de tabelas e listas, como mostra a Figura 5.



Figura 5 – Organização dos dados pelos alunos Fonte: os autores

No momento em que os alunos realizaram as divisões das medidas correspondentes às dimensões do carro original e da miniatura, foi possível observar os integrantes de grupos distintos se comunicando, e constatando que o quociente estava se aproximando do número 64, dando indicativos do "princípio da autoavaliação". A Figura 6 mostra a constatação observada pelos alunos da proximidade dos quocientes.



Figura 6 – Alunos realizando divisões das grandezas Fonte: os autores

Através do conhecimento de divisão, que os alunos possuem, eles deram início aos procedimentos que lavariam à "construção do modelo matemático", como mostra a Figura 7.



Figura 7 – Cálculos que possibilitaram a construção do modelo matemático Fonte: os autores

Retomando a fala dos alunos sobre as comparações (comprimento do carro original e comprimento da miniatura) foi possível conduzir discussões para convencionar alguns conceitos matemáticos ao mesmo tempo delinear a atividade segundo o "princípio da autoavaliação", de forma que os alunos pudessem identificar critérios e usá-los para testar e revisar suas ações, suas maneiras de pensar a resolução da atividade.

A professora utilizou a fala do aluno A14 que sugeriu dividir "o tamanho do carro grande pelo tamanho da miniatura" para convencionar que a comparação que os alunos realizaram entre as grandezas (dimensões do carro original e dimensões da miniatura) é chamada de razão e que uma das aplicações da razão se chama escala. Ao realizarem a divisão dessas grandezas, sempre tomando uma unidade de comprimento comum para ambas, encontrarão um valor para o quociente que é chamado constante. Ao conhecerem o valor da constante é possível determinar a medida do carro em miniatura a partir da medida do carro original, isso quer dizer que se na situação em questão eles soubessem desde o início que esse valor era o número 64, conhecendo-se as dimensões do carro original, bastava dividi-las por 64 que determinariam as dimensões da miniatura, solucionando assim, a problemática. Essa discussão aponta indícios do "princípio do protótipo eficaz", pois embora os alunos ainda não tenham feito o registro do modelo, mostra que a resolução do problema potencializa a aprendizagem de conceitos matemáticos (LESH, et al., 2000).

Observamos, ainda, o "princípio da autoavaliação" orientando a atividade no momento em que um dos grupos obteve um valor diferente para o quociente, pois eles realizaram a divisão entre as medidas da miniatura e do carro, em tamanho original, nessa ordem, diferentemente dos outros grupos, invertendo dividendo e divisor. A diferença dos resultados com os dos demais grupos levou os alunos a refazerem seus cálculos. Esse momento foi oportuno para que a professora conduzisse a socialização com vistas a provocar a validação da estratégia utilizada para a resolução do problema. Esse tipo de encaminhamento conduziu os alunos a repensarem no encaminhamento matemático para a resolução e direcionou a atividade para o "princípio da documentação do modelo", pois foi a partir da percepção desse procedimento de resolução, que os alunos conseguiriam documentar o modelo matemático, ou seja, registrá-lo em termos de linguagem matemática (LESH, et al., 2000).

Quando questionados sobre como proceder no caso do grupo que obteve uma constante diferente, aproximadamente 0,016, imediatamente o aluno A14 se pronunciou: "faz uma multiplicação". Nesse momento observamos a iniciativa de vários alunos de verificar nas calculadoras a autenticidade da resposta do colega, o que sinaliza o engajamento e a autonomia que os alunos adquiriram em relação ao desenvolvimento da atividade de Modelagem.

Ainda em conformidade com o "princípio da autoavaliação" foi apresentado aos alunos o vídeo "Como nasce um *Hot Wheels*", disponível na Plataforma *YouTube*². Nesse vídeo, o vice-presidente de designer da Empresa fala sobre o processo de criação das miniaturas, e

² https://www.youtube.com/watch?v=ud92JRnrXDg

explica que fazem as miniaturas na escala 1:64 (um para sessenta e quatro), nesse instante no vídeo aparece a seguinte anotação:

Escala 1:64 = 64 vezes menor que um carro "real"

Ao verem tal anotação os alunos comemoraram: "então fizemos certo!".

Dessa forma, o valor encontrado no resultado das divisões, foi interpretado como "a quantidade de vezes que a miniatura é menor", ou seja, as miniaturas são 64 vezes menores que os carros em tamanho original. O vídeo serviu para os alunos validarem o encaminhamento utilizado na resolução do problema, estabelecendo assim um modelo matemático para a situação, conforme o "princípio da documentação do modelo". A Figura 8 apresenta os modelos matemáticos de alguns grupos.

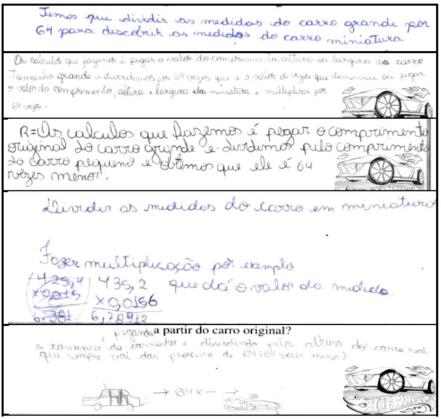


Figura 8 – Modelos matemáticos Fonte: os autores

Ao analisar os modelos matemáticos produzidos pelos alunos do 6º ano, observamos que são condizentes com as colocações de Blanto e Kaput (2005) e de Tortola (2016), uma vez que buscaram no discurso argumentativo estabelecer uma estrutura textual, fundamentada em seus conhecimentos e nas discussões que foram realizadas durante a atividade, que indica as regularidades observadas na situação-problema e permite que os alunos façam descrições, explicações e previsões com relação ao fenômeno sob investigação, a produção de carrinhos em miniaturas (DOERR; ENGLISH, 2003). Além disso, os modelos produzidos sinalizam a

compreensão das discussões matemáticas realizadas na resolução da atividade, dando indícios de que atendem ao "princípio do protótipo eficaz", uma vez que esses modelos se mostraram matematicamente significativos para fins de aprendizagem (LESH, et al., 2000). A discussão do conceito de escala, por exemplo, que apareceu no vídeo permitiu a compreensão de que a expressão "1:64" pode ser interpretada nesse contexto como: a cada 1 cm na miniatura tem-se 64 cm no carro original ou as dimensões do carro, em tamanho original, é 64 vezes maior que as dimensões da miniatura.

Para interpretar essa afirmação a professora desenhou no chão da sala de aula um retângulo cujo comprimento e largura era uma média das dimensões correspondentes dos vinte carros originais, conforme dados da Figura 3. Os alunos foram convidados a testar, se era possível "encaixar" aproximadamente 64 miniaturas na largura e também no comprimento do retângulo desenhado, como mostra a Figura 9.



Figura 9 – Alunos testando a quantidade de vezes que a miniatura cabe no carro original Fonte: os autores

A escala encontrada não é única e, sabendo disso de antemão, a professora questionou os alunos sobre a existência de miniaturas em outras escalas, conforme mostra o diálogo.

P: Será que existem miniaturas só na escala 1:64?

A4: Não. Tem umas maiores e umas menores.

A Figura 10 foi utilizada para validar a resposta do aluno e verificar que, de fato, miniaturas construídas na escala 1:64 terão comprimentos entre 7 cm e 8 cm, como confirmado pela coleta de dados realizada pelos alunos.



Figura 10 – Miniaturas em diferentes escalas

Fonte: https://www.colecaovirtual.com.br/blog/iniciar-uma-colecao-de-veiculos-em-miniatura

A apresentação das miniaturas em diferentes escalas suscitou novas discussões, conforme diálogo apresentado na sequência.

P: Essa miniatura que eu estou segurando foi feita na escala 1:24. Quem poderia me dizer o comprimento do "carro grande" que deu origem a ela?

A5: Tem que multiplicar o comprimento dela por 24.

P: Então calculem e me digam qual é o comprimento do carro original?

A8: Pode ser 432.

A14: Ou 528.

O diálogo mostra que os alunos foram capazes de interpretar a nova escala apresentada (1:24), diferente daquela trabalhada no contexto da atividade (1:64), o que nos dá indícios de que eles conseguiram produzir uma solução compartilhável e modificá-la para resolver uma situação relacionada, atendendo ao "princípio da generalização" (LESH, et al., 2000). Uma dupla de alunos realizou as medidas do comprimento da miniatura, como mostra a Figura 11, para confirmar se o carrinho apresentado estava no intervalo citado, entre 18 cm e 22 cm.



Figura 11 – Comprimento da miniatura na escala 1:24 Fonte: os autores

Da mesma maneira os alunos podem proceder para determinar as medidas do carro em tamanho original ou as medidas da miniatura conhecendo a relação entre elas, ou seja, a escala.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento da atividade na qual os alunos investigaram a relação entre as medidas de um carro, em tamanho original, e de sua miniatura possibilitou abordar diversos conceitos matemáticos pertinentes a alunos de 6º ano do Ensino Fundamental. Os alunos discutiram sobre as dimensões reais de um carro; realizaram estimativas, verificações e manusearam instrumentos de medidas; revisaram conceitos matemáticos como a divisão; e definiram novos conceitos por meio da introdução de ideias como razão e escala.

Os alunos utilizaram textos para expressarem seus modelos matemáticos a respeito da determinação das medidas de um carrinho em miniatura, em consonância com os escritos de Tortola (2012; 2016), assim como as colocações de Blanton e Kaput (2005) referentes ao uso

do discurso argumentativo para estabelecer generalizações. Novas formas de escrever as relações estabelecidas foram apresentadas pela professora, que ensinou como se escreve uma razão, em particular, uma escala, levando os alunos a produzirem novas interpretações para a divisão.

O desenvolvimento dessa atividade de Modelagem Matemática, cujo *design* foi orientado pelos princípios da teoria *Model-Eliciting Activities* (MEAs), requereu a produção de modelos matemáticos para a situação-problema sob investigação, que levou os alunos a engajarem-se na resolução do problema, tomarem decisões de forma autônoma, realizarem ações por iniciativa própria, pensarem e avaliarem os empreendimentos realizados, refletirem sobre as discussões matemáticas que surgiram e argumentarem e justificarem suas escolhas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Básica. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA. L. M. W.; SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. Desdobramentos para a Modelagem Matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais**... Pirenópolis: SBEM, 2015.

ALMEIDA, M. W. L; VERTUAN, E. V. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, M. W. L; SILVA, K. A. P. (Orgs.). **Modelagem em Foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2014.

BEAN, D. O que é Modelagem Matemática? **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 8, n. 9-10, p. 49-57, abr. 2001.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v.36, n.5, p.412-446, 2005.

BORROMEO FERRI, R. Estabelecendo conexões com a vida real na prática da aula de Matemática. **Educação e Matemática**: Revista da Associação de Professores de Matemática, Lisboa, n. 110, p. 19-25, nov./dez. 2010.

DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 34, n. 2, p. 110-136. 2003.

ENGLISH, L. Mathematical modelling with Young learners. In: LAMON, S. J.; PARKER, W. A.; HOUSTON, S. K. (Eds.). **Mathematical Modelling**: a way of life. Chichester: Horwood Publishing, 2003. p. 3-18.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, v. 3, n. 4, p. 1-37, 1995.

HAMILTON, E.; LESH, R.; LESTER, F.; BRILLESLYPER, M. Model-eliciting activities (MEAs) as a bridge between engineering education research and mathematics education research. **Advances in Engineering Education**, Washington, v. 1, n. 2, p. 1-25, 2008.

LESH, R.; DOERR, H. M. Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In: LESH, R.; DOERR, H. M. (Eds.). **Beyond constructivism**: Models and Modelling Perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching. New York: Routledge, 2003. p. 3-33.

LESH, R.; HOOVER, M.; HOLE, B.; KELLY, A.; POST, T. Principles for Developing Thought-Revealing Activities for Students and Teachers. In: KELLY, A. E.; LESH, R. A. (Edts.). **Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education**. Mahwah: Routledge, 2000. p. 591-646.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica Matemática.** Curitiba, 2008.

RICÁRDEZ, A. P. Experimentación y modelación computacional para la construcción de videojuegos: Actividades interdisciplinarias de bajo umbral y alto techo. **Educación para todos**, Tópicos Selectos de Educación en CITeM, México: ECORFAN, 2018. p 55-73.

SOARES, M. A. SCHEIDE, T. J. F. Professor de matemática: um educador a serviço da construção da cidadania. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004.

STOHLMANN, M.; ALBARRACIN, L. What is known about elementary grades mathematical modelling. **Education Research International**, London, v. 1, n. 9, 2016. http://dx.doi.org/10.1155/2016/5240683

TORTOLA, E. Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2016. 306 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E. Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Dissertação. Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

VORHÖLTER, K.; GREEFRATH, G.; BORROMEO FERRI, R.; LEIß, D.; SCHUKAJLOW, S. Mathematical Modelling. In: JAHNKE, H.; HEFENDEHL-HEBEKER, L. (Eds.). **Traditions in German-Speaking Mathematics Education Research**. ICME-13 Monographs. New York: Springer, 2019. p. 91-114.