



Exploração de Padrões e Pensamento Algébrico - um estudo com alunos de diferentes níveis de escolaridade

Iracema Sbizera dos Santos Ribeiro
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina - UTFPR
iracema@alunos.utfpr.edu.br

Mirian Ferreira Rezende
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina - UTFPR
femirian94@hotmail.com

Rafaela Martins da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina - UTFPR
rafacontabilmat@gmail.com

Rodolfo Eduardo Vertuan
Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo - UTFPR
rodolfovertuan@utfpr.edu.br

Resumo: Neste artigo relatamos o desenvolvimento de uma atividade de sequência que foi aplicada nos Anos Iniciais e Finais do Ensino Fundamental, tendo como objetivo analisar as tarefas que envolvem sequências e, conseqüentemente, o uso de padrões que podem auxiliar o aluno na formação do pensamento algébrico. Participaram do desenvolvimento da atividade 80 alunos, com idades entre 6 e 14 anos, de escolas da rede pública do norte do Paraná. A pesquisa realizada tem caráter qualitativo e nossas interpretações debruçam-se sobre as ações e discussões dos alunos no âmbito do desenvolvimento da atividade. Para a coleta dos dados foram utilizadas gravações em áudio, vídeo e imagens, bem como registros escritos dos alunos. Por meio dessa experiência, tentamos verificar quais foram os percursos dos alunos na realização do problema proposto, observando as dificuldades com que os alunos se depararam e as estratégias utilizadas. Houve dificuldades de dois tipos: as inerentes à faixa etária dos alunos e as relacionadas com o desenvolvimento do pensamento algébrico e os conhecimentos matemáticos que conseguem mobilizar.

Palavras-chave: Sequências. Pensamento Algébrico. Generalização. Ensino Fundamental.

INTRODUÇÃO

A construção do pensamento algébrico se faz necessária desde os primeiros anos de escolaridade e, conforme a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) é importante os alunos identificarem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, visto que possibilita a compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas. Contudo, os professores devem ter cuidado com o ensino da Álgebra para que a mesma seja entendida como uma forma de pensar e não como um conjunto de técnicas (KIERAN, 2007).

Neste contexto, é imprescindível que o professor proporcione atividades que envolvem conjecturar, generalizar e justificar, usando uma variedade de representações e linguagens (KIERAN, 2007). O professor desempenha um importante papel e, devido a isso, precisa estar atento à proposta do ensino de Álgebra, para propiciar situações de aprendizagem que busque esse desenvolvimento. Para isso, é essencial que os professores reconheçam a importância do pensamento algébrico desde os primeiros anos escolares, valorizando a generalização, as relações e o uso de símbolos (PONTE; BRANCO, 2013).

Para Borralho e Barbosa (2009),

O pensamento algébrico diz respeito à simbolização (representar e analisar situações matemáticas, usando símbolos algébricos), ao estudo de estruturas (compreender relações e funções) e à modelação. Implica conhecer, compreender e usar os instrumentos simbólicos para representar o problema matematicamente, aplicar procedimentos formais para obter um resultado e poder interpretar e avaliar esse resultado (BORRALHO; BARBOSA, 2009, p.1)

É importante que durante todo o percurso escolar, para que o aluno possa compreender os processos da Álgebra, ele tenha contato com diversas experiências que abranjam a análise de padrões e relações numéricas (BORRALHO; BARBOSA, 2009). A realização de tarefas, desde os Anos Iniciais, que envolvam o estudo de padrões vai ajudar os alunos a construir o pensamento algébrico e compreender alguns aspectos da Álgebra e isso deve acontecer de maneira gradativa. Segundo Orton e Orton (1999) o estudo de padrões é uma das formas possíveis quando pensamos em introduzir o ensino da Álgebra e, logo, desenvolver o pensamento algébrico.

Neste artigo, analisamos uma atividade de sequência pela qual os alunos precisam tentar encontrar algum padrão. A mesma foi desenvolvida em três turmas do Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Finais), sendo elas 1º ano, 5º ano e 8º ano. Pretendemos discutir quais foram os percursos dos alunos na realização do problema proposto, observando os incidentes críticos mais relevantes, quer para as soluções encontradas, quer para as dificuldades com que os alunos se depararam. Trata-se de investigar *quais foram os percursos dos alunos na realização do problema proposto, observando as dificuldades com que os alunos se depararam e as estratégias utilizadas.*

O ENSINO DA ÁLGEBRA

Segundo Boyer (1996), “A álgebra do século XIX tem duas características que parecem se contrapor. Uma é uma tendência crescente à generalização e abstração; a outra é uma

concentração em expressões sujeitas a restrições mais cuidadosamente definidas que as consideradas em séculos precedentes”. Um dos aspectos mais interessantes que a álgebra trouxe ao estudo da matemática foram as abreviações, ou seja, uma forma simbólica de representar cálculos matemáticos.

A palavra álgebra sempre surgiu com maior ênfase a partir do 7º ano (antiga 6ª série), quando os professores diziam – “Agora vamos dar início à álgebra e com isso, o uso de letras na matemática – essa demarcação, porém, nunca foi saudável à formação do aluno pois sempre foi marcada pela dificuldade na transição do uso apenas de números para significados como de “incógnita” e “variável”. Segundo Lins e Gimenez (2005, p.90), “a versão mais banal de fazer álgebra é a que descreve a atividade algébrica como “calcular com letras”.

Com a BNCC (BRASIL, 2018, p.270) a expressão “pensamento algébrico” tem aparecido com grande ênfase no meio escolar:

A unidade temática Álgebra, por sua vez, tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos.

Segundo Kieran (1996, *apud* Silva e Savioli, 2012), o pensamento algébrico pode ser interpretado como uma abordagem a situações quantitativas que enfatiza os aspectos gerais relacionados com ferramentas que não são necessariamente linguagem simbólica, mas que em última instância pode ser usado como apoio cognitivo à introdução da álgebra e para sustentar o discurso mais tradicional de álgebra escolar. Porém, como e quando desenvolver esse pensamento?

Ainda segundo Kieran (2004), o pensamento algébrico pode ser desenvolvido antes de o estudante apresentar uma linguagem simbólica, de modo que esse pensamento compreenda o desenvolvimento de formas de pensar, incluindo, por exemplo, analisar relações entre quantidades, perceber mudanças, observar estruturas, resolver problemas, etc.

Deste modo, o pensamento algébrico deve ser considerado como uma ponte de conexão entre conceitos existentes na “aritmética” e na “álgebra” e não constituir-se um novo assunto no currículo de matemática (CARRAHER, SCHLIEMAN, SCHWARTZ, 2007). Uma pergunta, porém, se faz presente: Como introduzir a álgebra na escola?

Sessa (2009, p.58) apresenta a generalização como caminho possível de introdução à álgebra, pois, segundo a autora “consideramos a serventia dessa ferramenta tanto para expressar a generalidade como para fornecer um mecanismo de validação de conjecturas baseado em regras de transformação das expressões”. Existe algum consenso em torno da ideia de que o

pensamento algébrico se manifesta e desenvolve quando os alunos estabelecem generalizações a partir da observação e análise de dados numéricos, padrões, regularidades ou relações matemáticas e expressam essas generalizações usando recursos diversos, nomeadamente a linguagem natural, diagramas, tabelas, fórmulas ou símbolos matemáticos (KAPUT, 2008 *apud* CANAVARRO, 2009). Nos primeiros anos de escolaridade é por meio do estudo de sequências, regularidades e padrões, bem como das relações numéricas associadas aos números, operações e suas propriedades, que se favorece a iniciação ao pensamento algébrico, mas, o que é generalizar?

Ainda segundo Sessa (2009, p.58), “generalizar é achar características que unificam; é reconhecer tipos de objetos e de problemas”. Um aspecto central do pensamento algébrico é a generalização que envolve a extensão deliberada do raciocínio ou comunicação para além do(s) caso(s) considerado(s), identificando e expondo explicitamente o que é comum, ou elevando o raciocínio ou comunicação a um nível onde o foco já não são os casos ou situações em si mesmas, mas antes os padrões, procedimentos, estruturas e as relações através de e entre eles (KAPUT, 1999 *apud* CANAVARRO, 2009).

DESENVOLVIMENTO DA TAREFA

O desenvolvimento da atividade “Padrões e regularidades” ocorreu em dois colégios públicos nas cidades de Londrina-PR e Marilândia do Sul-PR e em um colégio particular de Londrina-PR, com uma turma do 1º ano, 5º ano e 8º ano do Ensino Fundamental. Teve duração de 2 horas-aula em cada turma e foi realizada nos meses de maio e junho de 2019. A fim de preservar os princípios éticos da pesquisa, optamos por manter em sigilo a identidade dos alunos. Desta forma, nos referimos aos alunos utilizando os códigos A1, A2, ..., e à professora com o código P.

Moss e London (2011) apontam que, com o ensino apropriado, o aprendizado de padrões pode estimular o raciocínio algébrico em estudantes com diferentes níveis de habilidades matemáticas. Na tentativa de verificar como se dá o desenvolvimento do pensamento algébrico em diferentes níveis de estudo, aplicamos a tarefa em três turmas de anos diferentes. A tarefa consistia em quatro atividades, sendo que nas três primeiras era exigido dos alunos apenas a percepção de uma regularidade e consequente identificação do padrão da sequência. Já na quarta e última atividade, eles precisavam preencher uma tabela e, por meio dela, não somente identificar, mas generalizar a regra encontrada.

Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) dizem que, o desenvolvimento do pensamento algébrico pode ocorrer desde os primeiros anos de escolarização. Dessa forma, na turma do 1º ano, foi desenvolvida apenas a tarefa que exigia dos alunos perceber alguma regularidade e denominamos essa atividade como “Os colares de Ana”, sendo que não foram todos que conseguiram identificar a regra do colar. Para eles conseguirem perceber algum padrão, foi necessário a intervenção da professora com questionamentos mais direcionados.

P: O que estava acontecendo com as cores do colar?

A1: As cores estavam voltando...

P: Como assim?

A1: Repetia, depois do vermelho era a verde.

A2: Eu contava, depois de três cores o vermelho se repetia.

Há evidências do pensamento algébrico, pois os alunos pensaram genericamente e conseguiram perceber o padrão, mesmo que eles realizaram a atividade pintando cor por cor, como na Figura 1. Eles não conseguiram, porém, dizer qual seria a cor em posições maiores, sem fazer o desenho, ou seja, vemos que, apesar dos alunos não conseguirem apresentar uma linguagem simbólica, representaram por meio de desenho o que havia sido proposto, o que foi a forma mais adequada à sua idade.



Figura 1: resposta de um aluno

Fonte: os autores

O pensamento algébrico vai ocorrer de forma gradual, de acordo com o desenvolvimento dos alunos, o professor deve trabalhar com diversos níveis de dificuldade e, ao utilizarmos sequências nos anos iniciais, isso colaborará no seu desenvolvimento. Lins e Gimenez (2005, p.152) consideram que a educação algébrica deve compreender dois objetivos centrais – “permitir que os alunos sejam capazes de produzir significados para a álgebra e permitir que os alunos desenvolvam a capacidade de pensar algebricamente”.

Na turma de 5º Ano, as tarefas foram apresentadas uma de cada vez e os alunos resolveram de forma individual, segundo a condução da professora que ia lendo as questões e, em seguida, circulava pela sala de aula para verificar como estas estavam sendo desenvolvidas, porém em nenhum momento interferiu no desenvolvimento das questões pelos alunos.

Na atividade 1, “Os colares de Ana”, os alunos do 5º Ano foram instigados a identificar um padrão na construção dos colares e seguirem a regra proposta para responderem a alguns

questionamentos. Eles não demonstraram dificuldade, pois conseguiram estabelecer o padrão solicitado para a construção dos colares, bem como explicitá-lo por meio da escrita, ou seja, todas as crianças realizaram a atividade de desenhar os colares explicitando o padrão solicitado e responderam às perguntas colocadas. Alguns alunos seguiram estratégias diferentes para se executar a construção dos colares, como por exemplo, fixaram a cor vermelha, pularam três contas e pintaram o vermelho novamente e realizaram a sequência dessa forma cor a cor, porém, a grande maioria (22 alunos), utilizaram as quatro cores simultaneamente e foram pintando um a um. 96% do alunos dessa turma, 24 alunos, concluíram a atividade de forma correta, ou seja, foram capazes de identificar o padrão e, baseados nele, responder às perguntas propostas conforme expresso na Figura 2.

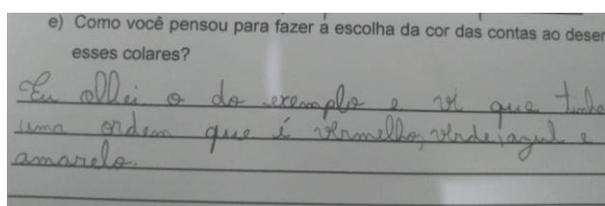


Figura 2: explicitação de padrão por alunos de 5º Ano
Fonte: os autores

Nas atividades 2 e 3, que chamaremos de “Sequências”, os alunos foram convidados a exercitar a identificação de padrões por meio da nominação de elementos de sequências pictóricas, atividade esta que também executaram sem dificuldades. Porém, na atividade 3 em que os alunos eram apresentados a uma sequência numérica, embora ainda fosse repetitiva, houve uma dificuldade um pouco maior para o estabelecimento da regra (Figura 3). Mesmo sendo esta solicitada, ainda, apenas na linguagem natural por se tratar dessa etapa de estudo, pois concordamos com Kieran (2004) ao afirmar que a manifestação do pensamento algébrico não requer necessariamente uma linguagem simbólica algébrica. Apenas 68% (17 alunos) conseguiram identificar o padrão e explicitá-lo.

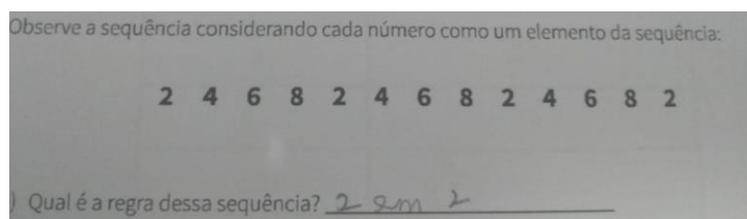
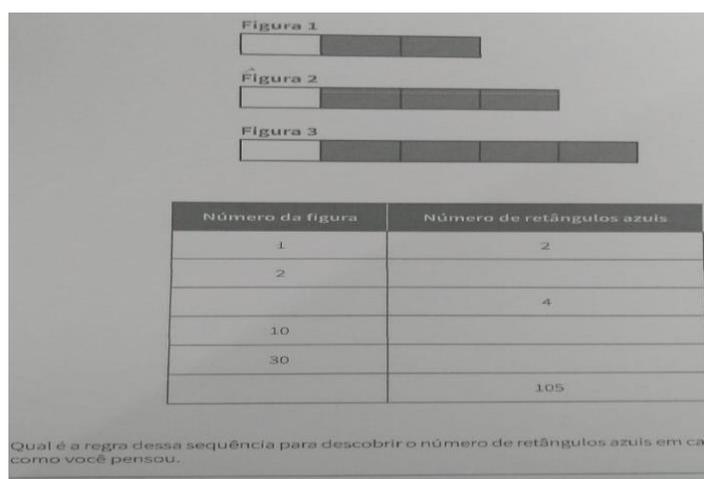


Figura 3: resposta de um aluno de 5º Ano
Fonte: os autores

Na atividade 4, aqui chamada de “Retângulos Azuis”, os alunos precisavam preencher uma tabela com valores, sendo que estes extrapolavam o “desenho”, ou seja, a partir de um momento não possuíam mais a figura como apoio ao raciocínio, buscando assim uma possível generalização, ainda que nesta etapa (5º Ano do Ensino Fundamental) não se tenha exigido deles a utilização da linguagem formal de um termo geral.



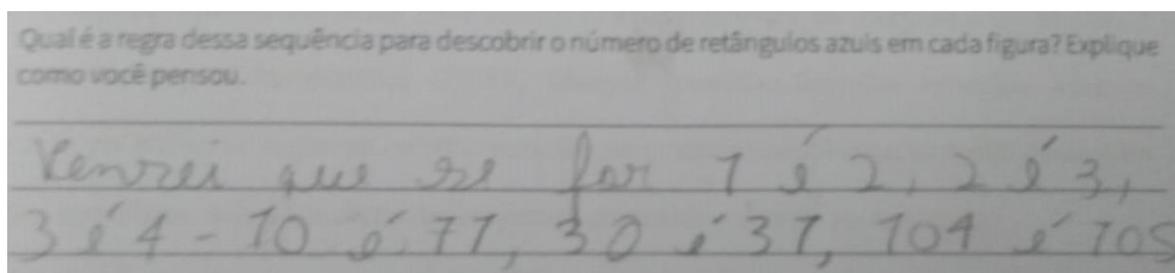
Número da figura	Número de retângulos azuis
1	2
2	4
10	
30	105

Qual é a regra dessa sequência para descobrir o número de retângulos azuis em cada uma das figuras? Explique como você pensou.

Figura 4: Atividade “Retângulos azuis”

Fonte: os autores

Nesta atividade os alunos de 5º Ano já começaram a demonstrar dificuldade, visto que apenas 68% deles (17 alunos) conseguiram completar a tabela de forma correta e destes, menos de 50% (8 alunos) conseguiram explicitar a regra geral da sequência ao responder a última questão como mostram as Figuras 5, 6 e 7:



Qual é a regra dessa sequência para descobrir o número de retângulos azuis em cada uma das figuras? Explique como você pensou.

Venerei que se for 1 é 2, 2 é 3, 3 é 4 - 10 é 77, 30 é 37, 104 é 105

Figura 5: Resposta de aluno de 5º Ano

Fonte: os autores

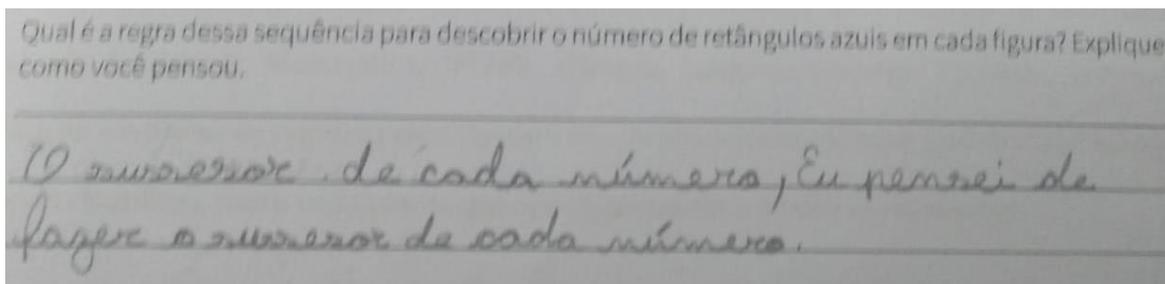


Figura 6: Resposta de aluno de 5º Ano
Fonte: os autores

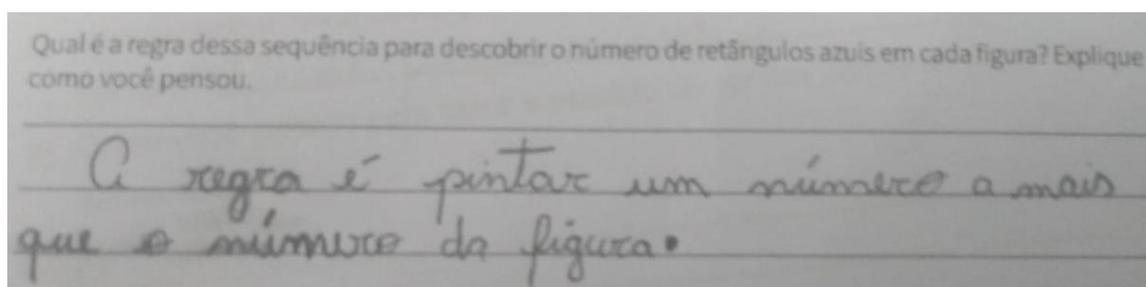


Figura 7: Resposta de aluno de 5º Ano
Fonte: os autores

Na turma do 8º ano foram aplicadas algumas atividades iguais e outras diferentes em relação às demais, como por exemplo a atividade 01, do colar, não foi aplicada por estar num grau de cognição fácil para a faixa etária analisada. A coleta de dados foi realizada em duas etapas e com atividades diferentes, com o intuito não apenas de verificar se os alunos conseguem analisar padrões e dar continuidade às sequências, como também se conseguem expressar a regra com uma generalização em que se utiliza símbolos algébricos.

De acordo com Drouhard *et al.* (1995, *apud* SESSA, 2009, p. 67), “os alunos com dificuldades em álgebra falham fundamentalmente por não considerarem a denotação dos objetos algébricos com que lidam e, principalmente, por ignorar que ela deve ser conservada no trabalho com expressões algébricas ou com equações”. Com isso, notamos que não há grandes dificuldades por parte do aluno em reconhecer padrões de sequências. Na primeira etapa, as atividades foram feitas em duplas, pois consideramos que o trabalho colaborativo poderia deixá-los mais seguros para desenvolver as atividades. A primeira atividade realizada com o 8º ano foi a análise de elementos independentes:

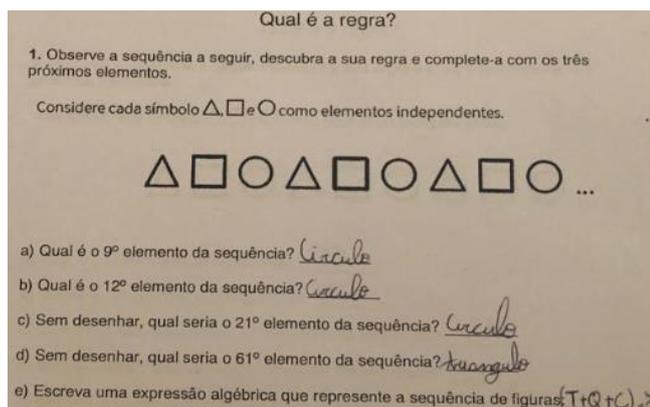


Figura 8: Resposta de alunos de 8º Ano
Fonte: os autores

De 14 duplas (28 alunos) que realizaram esta atividade, 100% respondeu de forma satisfatória as letras “a”, “b”, “c” e “d” desta questão, sendo que eles questionaram muito sobre a letra “e”.

P: Vocês conseguem dizer a figura que estará na 100ª posição?

A3: Só se desenhar professora, mas demora muito...

P: E essa sequência pode ser expressa por uma “fórmula”?

A4: Ahh, não sei professora.

A3: Eu usei T para representar triângulos, Q para os quadrados e C para os círculos.

P: Mas você validou essa sua expressão?

A4: Não, mas como pediu expressão algébrica representei o que eu achava que era certo com “letras”.

Das 14 duplas, 5 (35,71%) usaram a notação de soma de três variáveis distintas para representar uma possível generalização (semelhante ao apresentado na Figura 8), mas nenhuma dupla validou, o interesse deles era apenas resolver e acabar com aquela tarefa, o restante 64,29% escreveu que não era possível encontrar uma expressão algébrica para expressar a sequência pois ela era uma repetição.

A atividade 02 foi a mesma atividade aplicada no 5º ano com algumas adequações:

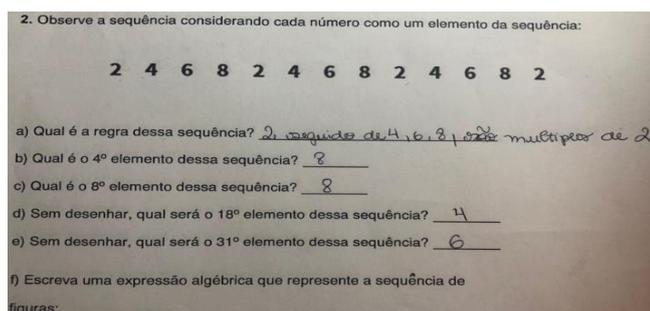


Figura 9: Resposta de alunos de 8º Ano
Fonte: os autores

Nesta atividade, a intenção era perceber como o aluno trata de padrões numéricos, 7 duplas (50%) responderam de forma correta as letras “a”, “b”, “c”, “d” e “e” e os outros 50% responderam entre valores como 2 e 4 nas letras “d” e “e”, demonstrando que não fizeram a análise de maneira correta (erraram a sequência) ou confundiram. Nesta atividade nenhuma dupla respondeu e nem mesmo tentou a letra “f”, sendo que, infelizmente nesta faixa etária o que se percebe é que os alunos, de forma geral, não se empenham de forma investigativa sobre os possíveis resultados e se “conformam” de maneira muito fácil em simplesmente não responder.

Esse desinteresse nos fez refletir sobre a maneira em que essas atividades algébricas são aplicadas, será que há materiais suficientes para que os professores trabalhem o pensamento algébrico desde as séries iniciais? Lins e Gimenez (2005, p. 107) indagam que “ainda numa linha ‘letrista’, mas incorporando outros elementos, encontramos propostas que afirmam que a capacidade para lidar com as expressões literais vem por ‘abstração’, por meio do trabalho com situações ‘concretas’

Na atividade denominada “Retângulos Azuis”, todas as duplas acertaram a maneira de preencher a tabela, como pode-se perceber nas Figuras 10 e 11.

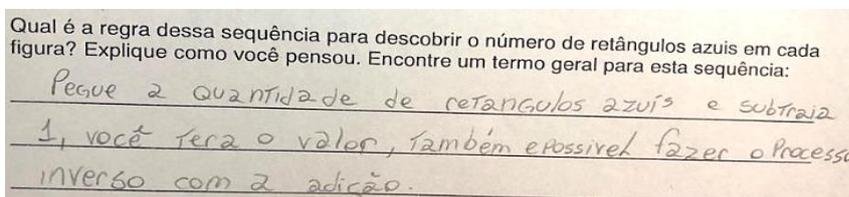


Figura 10: Resposta de alunos de 8º Ano
Fonte: os autores

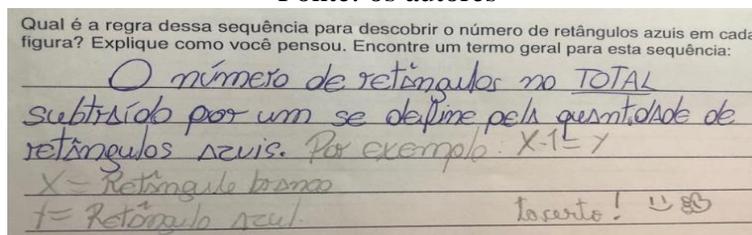


Figura 11: Resposta de alunos de 8º Ano
Fonte: os autores

Na figura 12, os alunos A8 e A9 responderam de que forma pensaram, mas disseram não ser possível um termo geral para esta sequência. Na figura 13, os alunos A14 e A15 explicaram a forma que pensaram e encontraram um termo geral. O que nos chamou a atenção é que essa dupla (A14 e A15) perguntavam a todo momento se seu pensamento estava correto, ela queria uma aprovação por parte do professor, como não obteve, se sentiu incomodada.

A14: *Estamos no caminho certo, professora?*

P: Será que existe um caminho certo ou errado?

A15: *Mas se nosso pensamento estiver errado, a gente para, né?*

P: Quero que vocês analisem juntos o que pensaram e depois digam se estão certos ou não.

A14: *Ok, professora.*

O aluno A14 escreveu um recado na atividade “tá certo” (como mostra a Figura 11) como uma maneira de se comunicar sobre sua validação. Percebeu-se que os alunos não esperam apenas a mediação do professor, os alunos querem sua orientação de exatamente por qual caminho devem seguir. Isso de certa maneira atrapalha o trabalho do professor, tendo em vista que o que se visa é a procura investigativa de possíveis soluções às atividades propostas.

Essas atividades, segundo Ponte, Branco e Matos (2009) se classificam como sequências pictóricas e numéricas, os alunos conseguiram identificar a unidade que se repetia e utilizaram segundo os autores, estratégias como: representação e contagem e estratégia aditiva e apresentam dificuldades em generalizar.

Na 2ª etapa de aplicação, realizada em outra data, resolvemos desenvolver uma atividade pictórica crescente e os alunos resolveram com maior facilidade.

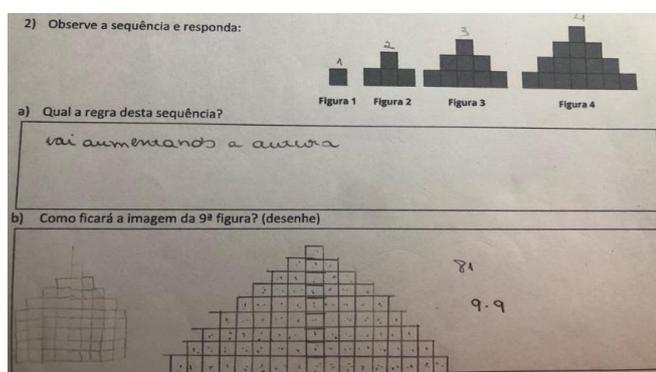


Figura 12: Resposta de alunos de 8º Ano

Fonte: os autores

Na aplicação desta atividade notou-se dificuldade em expressar por meio de palavras a regra conforme solicita a letra “a”, porém todos os 27 alunos (100%) participantes desta atividade, acertaram a letra “b” e expressaram por meio de multiplicação de fatores iguais (potência) o resultado, conforme pode ser observado na Figura 12.

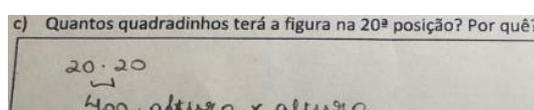


Figura 13: Resposta de alunos de 8º Ano

Fonte: os autores

Na letra “c”, houve diálogo com o professor: “*Professora, não sei como explicar, posso colocar a conta aqui?*” (A27), (Figura 13). Mais uma vez sendo caracterizada a busca pela aprovação do professor e a dificuldade em expressar seu pensamento com explicações escritas.

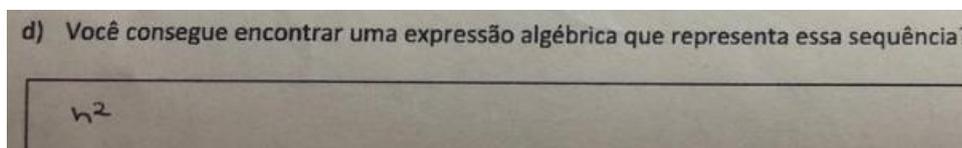


Figura 14: Resposta de alunos de 8º Ano
Fonte: os autores

Na questão “d”, 20 alunos (74%) conseguiram chegar em uma expressão algébrica “ n^2 ” ou “ $n.n$ ” (Figura 14), mas precisaram da mediação do professor, os demais, 7 alunos (26%), não conseguiram chegar em uma resposta mesmo com a mediação do professor.

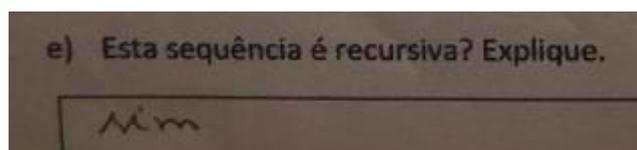


Figura 15: Resposta de alunos de 8º Ano
Fonte: os autores

Na questão “e”, houve um primeiro momento de explicação sobre o termo “recursivo”, todos eles (100%) analisaram esta sequência como recursiva (Figura 15), porém não levaram em conta que a generalização proposta por eles é referente ao quadrado da posição de cada figura, ou seja, não necessita do termo anterior para encontrar a quantidade de quadrados, basta saber a posição procurada. Existe outra generalização para esta sequência: $T_n = T_{n-1} + (2n - 1)$ e nesta, a sequência é considerada recursiva, uma vez que há a necessidade da figura anterior para se obter a quantidade de quadrados no termo (posição).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando a tarefa desenvolvida pudemos concluir que, embora as resoluções dos estudantes nem sempre estivessem corretas, estas evidenciavam indícios de pensamento algébrico, visto que os alunos pensaram genericamente e conseguiram perceber padrões mesmo que, ainda, não conseguissem apresentar uma linguagem simbólica. Percebe-se, assim, que as crianças têm condições de lidar e de desenvolver aspectos relacionados ao pensamento algébrico, sendo que este pode ser desenvolvido mesmo antes deles apresentarem uma

linguagem simbólica algébrica; além disso, o ato do aluno ainda não ter se utilizado de símbolos para expressar a resposta encontrada não significa, necessariamente, que ele não esteja construindo o pensamento algébrico.

Concordamos, portanto, com Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005) quando estes expõem que, o desenvolvimento do pensamento algébrico pode ocorrer desde os primeiros anos de escolarização. Cabe, portanto, a nós professores propiciar situações de aprendizagem que busquem esse desenvolvimento, sendo essencial que os professores reconheçam a importância do pensamento algébrico desde os primeiros anos escolares, valorizando a generalização, as relações e o uso de símbolos (PONTE, 2013).

O pensamento algébrico vai ocorrer de forma gradual, de acordo com o desenvolvimento dos alunos e o professor deve, portanto, trabalhar com diversos níveis de dificuldade, buscando “permitir que os alunos sejam capazes de produzir significados para a Álgebra e desenvolver a capacidade de pensar algebricamente”, o que Lins e Gimenez (2005, p.152) consideram como dois objetivos centrais que a educação algébrica deve compreender.

De igual forma, pudemos verificar que houve dificuldade dos alunos em expressar seu pensamento algébrico de forma clara e objetiva, ou seja, em relação ao processo de generalização, visto que houve evidências de que a maior parte dos alunos compreendeu os padrões ao representar as figuras pedidas, sendo mais difícil explicá-la do que continuá-la. A dificuldade em exprimir por escrito a forma como pensam e em utilizar uma linguagem apropriada para descrever regras é também identificada em outros estudos (BARBOSA, 2010).

Podemos, então, concluir que houve dificuldades de dois tipos: as inerentes à faixa etária dos alunos e as relacionadas com o desenvolvimento do pensamento algébrico e os conhecimentos matemáticos que conseguem mobilizar.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, A. **A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico.** (dissertação de Doutorado). Braga: Universidade do Minho, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2018.

BORRALHO, A.; BARBOSA, A. **Exploração de padrões e pensamento algébrico.** Patterns: multiple perspectives and contexts in mathematics education (Projeto Padrões) (2009): 59-68.

BOYER, C. **História da Matemática.** 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

CANAVARRO, A P. **O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos.** Portugal, 2005. Disponível em: https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4301/1/Quadrante_vol_XVI_2-2007-pp000_pdf081-118.pdf. Acesso em: 30/06/2019.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. P.; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.** Campinas: FE/Unicamp, 2005.

KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: what is it? **The Mathematics Educator**, 2004, vol. 8, 139-151.

KIERAN, C. Learning and teaching algebra at the middle school through college levels. In: F. LESTER (Ed.), **Second handbook of mathematics teaching and learning** (pp. 707-762). Greenwich, CT: Information Age. (2007)

LINS, R.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra Para o Século XXI.** Campinas-SP: Papirus, 2005.

MOSS, J.; LONDON, S. An Approach to Geometric and Numeric Patterning that Fosters Second Grade Students' Reasoning and Generalizing about Functions and Co-variation. In: CAI, J.; KNUTH, E. (Ed.). **Early Algebraization**, Advances in Mathematics Education. Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. p. 277-302.

ORTON, A.; ORTON, J. (1999). Pattern and Approach to Algebra. Em A. Orton (Ed.), Pattern in **the Teaching and Learning of Mathematics** (pp. 104-124). Londres. Cassel. 1999.

PONTE, J. P. da; BRANCO, N. **Pensamento algébrico na formação inicial de professores.** Educar em Revista, Curitiba, Brasil, n. 50, p. 135-155, out./dez. 2013. Editora UFPR

PONTE, J. P. da; BRANCO, N. ; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico.** Publicação do Ministério da Educação de Portugal. 2009. Disponível em: <http://pt.slideshare.net/con_seguir/algebra-10386934>. Acesso em: 20 jun. 2019.

SESSA, C. Tradução: Kraus, Damian. **Iniciação ao estudo didático da álgebra: Origens e perspectivas.** São Paulo, Brasil. Edições SM, 2009.

SILVA, D. P. DA; SAVIOLI, A. M. P. DAS D. **Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I.** Revista Eletrônica de Educação. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.206-222, mai. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/download/387/172>. Acesso em: 30/06/2019.