



INTERPRETANTES EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Carina Chulek
Universidade Estadual do Centro-Oeste do Paraná - UNICENTRO
carina.chulek@gmail.com

Michele Regiane Dias Veronez
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
miredias@gmail.com

Resumo: Discussões que consideram a produção de signos (interpretantes) em atividades de modelagem matemática têm sido foco de nossa atenção. Sendo assim, com o propósito de trazer à tona os interpretantes de alunos ao desenvolverem atividades de modelagem matemática, apresentamos uma delas, desenvolvidas em aulas de Matemática de uma turma de 1º ano de Ensino Médio, na qual os alunos fazem uso do software GeoGebra. A metodologia qualitativa embasa nosso estudo, tanto no que concerne à coleta de dados como na análise, no tratamento deles. Os interpretantes dos alunos sugerem o processo de geração de signos (interpretantes), associados aos conhecimentos matemáticos e não matemáticos adquiridos no desenvolvimento da atividade de modelagem. As ações tomadas pelos alunos no decorrer da atividade foram superadas a cada momento, pela semióse, em cada interpretação e geração de novos signos, favorecendo a construção dos conceitos matemáticos.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Semiótica. Tecnologia. Interpretantes.

INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática vem sendo repensado com o passar dos anos. Já que tudo ao nosso redor sofreu alterações e inovações; com o ensino não poderia ser diferente. A Educação Matemática tem latente preocupação sobre isso, assim como metodologias educacionais propostas segundo a perspectiva dessa área. Dentre essas metodologias focalizamos, neste estudo, a Modelagem Matemática.

Uma caracterização de Modelagem Matemática é que ela envolve uma problematização de situações do cotidiano e requer atitudes interpretativas, para além de socialização, mobilização e construção de conhecimentos, que visem à procura/obtenção de uma resposta para tal problemática em estudo. Nessa caracterização, a Modelagem Matemática, “consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do seu contexto de origem” (BASSANEZI, 2002, p.16).

De modo geral, uma atividade de modelagem matemática consiste na busca por uma solução para um problema, que pode ser enunciado pelo professor, pelos alunos, ou em consenso de ambos. Além disso, Almeida, Silva e Vertuan (2012) explicam que nessa busca

os alunos se envolvem com um conjunto de procedimentos, podendo mobilizar conceitos que os permitam realizar um trânsito do problema para uma resposta para ele. Complementando, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.12) expõem “[...] que há necessidade de ambos buscarem relacionar conhecimento científico com conhecimento escolar, que levem em conta as características da situação em estudo das mais diversas naturezas”.

Quando o aluno busca por uma solução para a situação inicial ele se depara com uma série de procedimentos matemáticos e não matemáticos que precisam ser guiados pelo professor. Além disso, essa busca leva à produção de uma variedade de signos, que são por nós olhados, a partir de lentes da Semiótica, segundo as orientações de Peirce (2012). De modo geral, signo é alguma coisa que expressa, comunica ou representa algo; sem que haja substituição daquilo que o signo se refere, assim sendo, revelam (des)conhecimentos.

Em Modelagem Matemática signos são produzidos a todo o momento e estão relacionados com a situação problema em estudo, com os procedimentos utilizados na busca por uma solução para tal problema, com os conhecimentos e conceitos acessados nessa busca e com a solução obtida para o referido problema.

Ao considerar o potencial da Modelagem Matemática na produção de signos, inclusive em contexto no qual a tecnologia figura, enunciamos a seguinte questão de investigação: o que sugerem os signos (interpretantes) produzidos nas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas a partir de imagens e com recorrência ao GeoGebra?

No presente trabalho analisamos os signos produzidos em uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvidas por alunos de uma 1ª série de uma escola privada do município de Pitanga-PR. Esse estudo compõe parte do projeto de pesquisa de mestrado da primeira autora.

MODELAGEM MATEMÁTICA E SEMIÓTICA: NOSSOS APORTES TEÓRICOS

A Modelagem Matemática tem ganhado espaço na sala de aula em todos os níveis de ensino seja para introduzir um novo conteúdo, para exemplificar aplicações de conceitos, para promover o desenvolvimento da criatividade dos alunos, para analisar situações que sejam do interesse deles. Dada essa complexidade de possibilidades de trabalho com Modelagem Matemática, aliada às diferentes formas de compreendê-la, nos apoiamos para o desenvolvimento deste estudo que uma atividade de modelagem matemática

[...] pode ser descrita em termos de uma situação inicial (problemática), de uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação

inicial) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para passar da situação inicial para a final. Nesse sentido, realidade (origem da situação inicial) e Matemática (área em que os conceitos e os procedimentos estão fundamentados) são domínios diferentes que passam a se integrar, e, em diferentes momentos, conhecimentos matemáticos e não matemáticos são acionados e/ou produzidos e integrados (ALMEIDA, 2010, p.399).

É na transição da situação inicial para a final que “[...] relações entre Matemática e realidade podem aparecer” (VERTUAN, 2007, p.34) e que conceitos podem ser construídos, ao mesmo tempo em que se definem os recursos tecnológicos a serem utilizados. Segundo Borssoi, Silva e Almeida (2013, p.1), “[...] a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica pode se valer desses recursos como uma oportunidade de promover experiências de aprendizagem em que os alunos possam aprender fazendo”. Assim sendo, “a Matemática requerida nas aulas com modelagem e computador pode ser diferente daquela usada na ausência desses elementos” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p.30).

O fato de uma atividade de modelagem matemática emergir de uma situação inicial, geralmente relacionada com aspectos da realidade que circunda o contexto dos alunos, pode favorecer com que se tenha possibilidades de abordar situações que vêm atreladas a imagens e, conseqüentemente, sugerir com que sejam analisadas a partir do uso de recursos tecnológicos, como o software GeoGebra. Nesse contexto, esse software pode ser utilizado como um recurso que subsidia as ações, opções e conclusões dos alunos e levá-los a recorrer a procedimentos e encaminhamentos que conduzem a uma solução para o problema estudado.

O uso de tecnologias em associação com atividades de modelagem matemática, independente de qual seja: planilhas, sistemas de álgebra de computador ou software de geometria dinâmica (DGS), sempre pode contribuir nas tarefas de visualizar modelos, simular processos reais ou ser usados para controlar resultados matemáticos (SILLER; GREEFRATH, 2010).

De acordo com Greefrath (2011) as tecnologias, como recurso disponível para os alunos nas atividades de modelagem matemática favorecem no desenvolvimento de ações que antes eram exclusivamente humanas e podem auxiliar no processo de resolução e de obtenção de uma solução para o problema em estudo. Também, mobilizam alunos e professor no sentido de requerer deles atitudes diferentes daquelas exigidas em aulas nas quais recursos tecnológicos não estão presentes. Ademais, recursos como o software GeoGebra, que é dinâmico, pode favorecer na compreensão e análise dos alunos acerca de situações alicerçadas em imagens, de diferentes natureza. Esse software, além de sua característica dinâmica, tem uma variedade de recursos que permitem ações que no papel e no lápis poderiam ser bastante

limitadas e, devido a isso, o modo de ver e analisar determinada situação também pode ganhar uma conotação diferente. Para Hertleif (2017) a dinâmica de alguns softwares é especialmente útil para uma adaptação flexível de modelos já construídos, com o objetivo de simular possíveis soluções ou melhorar o modelo utilizado.

O uso do GeoGebra no desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática ao favorecer encaminhamentos e procedimentos aos alunos pode levá-los a compreender e mobilizar objetos matemáticos a partir de signos de diversas naturezas e também possibilitar com que os alunos estabeleçam relações entre eles. Como esses signos se referem a algum aspecto que permeia o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, Almeida, Silva e Veronez afirmam que “estes signos são, por um lado, meios para pensar sobre objetos e relações matemáticas e, por outro, produto de tais pensamentos” (2015, p.2). Contudo, a referência aos signos que ora fazemos seguem os pressupostos da teoria semiótica peirceana, que se assenta na seguinte definição de signo, evocada por Charles Sandres Peirce.

Um signo ou representamen, é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria, na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado denomino interpretante do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu objeto. Representa esse objeto não em todos os seus aspectos, mas com referência a um tipo de ideia que eu, por vezes, denominei fundamento do representamen (PEIRCE, 1990, p.46).

Nesse sentido, Pierce (2005), denota que signo representa alguma coisa para alguém; o signo pode ser qualquer coisa de qualquer pessoa, e ainda, essa coisa pode estar inserida em qualquer lugar, sendo no universo físico ou no pensamento. Afirma ainda, que o signo está em constante transformação. Essa transformação está associada a signos produzidos na mente de um intérprete.

Quando Peirce refere-se ao signo como uma representação de alguma coisa, ele refere-se ao objeto, primeiro elemento da sua tríade. “O signo somente pode representar um objeto de certa forma e numa certa capacidade” (BORSSOI; SILVA; ALMEIDA, 2012, p.4). Assim, signo e objeto são coisas distintas, ainda, para representar o objeto do signo é preciso um novo elemento, que neste caso é chamado interpretante; “[...] ao signo, assim criado, denomino interpretante do primeiro signo” (PEIRCE, 2005, p.46). É nesse sentido que o autor defende que o “[...] objeto de um Signo, ou seja, que ele pressupõe uma familiaridade com algo a fim de veicular alguma informação anterior sobre esse algo” (PEIRCE, 2005, p.56-57), é de algum modo expresso por outro signo denominado interpretante. Desta forma, o interpretante é gerado com a relação entre o signo e o seu objeto.

Ferreira (2006) afirma que “o interpretante¹, substitui o objeto real na mente do intérprete de certo modo, num certo contexto” (p. 58). Desta forma, o interpretante substitui o objeto real da mente do intérprete, ou seja, “‘o objeto real’ é inatingível pela percepção” (SILVA, 2008, p.37), então a interpretação que o intérprete faz de um signo é um processo dinâmico. Neste contexto, Santaella (2009) argumenta que

a partir da relação de representação que o signo mantém com seu objeto, produz-se na mente interpretadora um outro signo que traduz o significado do primeiro (é o interpretante do primeiro). Portanto, o significado de um signo é outro signo – seja este uma imagem mental ou palpável, uma ação ou mera reação gestual, uma palavra ou mero sentimento de alegria, raiva [...] uma ideia, ou seja, lá o que for – porque esse seja lá o que for, que é criado na mente pelo signo, é um outro signo (tradução do primeiro) (p.58-59).

Sendo assim, o interpretante também é um signo que gera um novo interpretante; novo signo como Peirce afirma

“[...] o signo cria algo na mente do Intérprete, algo esse que foi também, de maneira relativa e mediada, criado pelo Objeto do Signo, embora o Objeto seja essencialmente diverso do Signo. Ora, esta criatura do Signo chama-se Interpretante. Ele é criado a partir do signo e é também signo” (PEIRCE, 2005, p.74).

Cada geração de interpretante, signos, depende do que acontece na mente do intérprete. E, ainda de acordo com a ótica peirciana, a geração de interpretantes, conseqüentemente de signos, é uma ação da mente do intérprete. Segundo Nöth (2008), essa ação faz com que o signo tenha um efeito cognitivo sobre o intérprete e gere novos signos. É relevante pensar que interpretantes podem manifestar atos interpretativos particulares que estão associados às particularidades e experiências de cada intérprete, produzindo, a partir de suas especificidades, signos de naturezas diversas.

Esse pensamento, portanto, está fundamentado nas indicações de Peirce de que o interpretante decorre do efeito do signo no intérprete. Neste contexto, Peirce divide os interpretantes em três classes: interpretante imediato, interpretante dinâmico, e interpretante final. O primeiro é o que o signo causa ou produz ao interpretante, o segundo é o efeito que esse signo faz ao interpretante e o terceiro, como Peirce relata “[...] é aquilo que finalmente se decidiria ser a interpretação verdadeira se se considerasse o assunto de um modo tão profundo que se pudesse chegar a uma opinião definitiva” (2005, p.164).

Para chegar ao interpretante final é necessário que o processo de interpretação aconteça, processo este que acontece na semiose. Em relação a esse processo Peirce (2005)

¹ O interpretante, na verdade, é uma dinâmica sígnica que se cria na mente do intérprete. É o próprio resultado significante, ou seja, o efeito do signo. É, sem soma, um outro signo, já que as ideias são signos.

assevera que “[...] qualquer coisa que conduz alguma outra coisa (seu interpretante) a referir-se a um objeto ao qual ela mesma se refere (seu objeto) de modo idêntico, transformando-se o interpretante, por sua vez, em signo, e assim sucessivamente *ad infinitum*” (p.74). Este processo de geração de interpretantes considera a relação triádica do signo, objeto e interpretante, pois o signo gera interpretante, que torna-se novo signo, que constitui nova tríade.

Em Modelagem Matemática esse processo de geração de interpretantes também segue princípios da semiose, ou seja, no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática “[...] os signos se configuram como meios pelos quais os alunos manifestam seus pensamentos e conhecimentos enquanto buscam encontrar uma solução para o problema advindo da situação em foco” (VERONEZ; ALMEIDA, 2017, p.144). Ademais, as autoras afirmam que os signos produzidos pelos alunos ao longo de atividades de modelagem matemática podem ser implícitos ou explícitos, podendo revelar ou sugerir intenções e conhecimentos dos alunos enquanto buscam por uma solução para o problema investigado.

Borsoi, Silva e Almeida (2013), ao discutir sobre os signos em contexto que consideram recursos tecnológicos, afirmam que os intérpretes (alunos) os produzem com maior dinamicidade, em diversos momentos da atividade de modelagem matemática, ou seja, “quando problematizam, experimentam, planejam, constroem modelos, e visualizam resultados” (p.14).

Sendo os signos meios pelos quais os alunos manifestam seus pensamentos e conhecimentos enquanto buscam encontrar uma solução para o problema advindo da situação em foco (VERONEZ; ALMEIDA, 2017), os abordamos na seção que segue.

ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA: UM ESTUDO SOBRE O LAGO

Nesta seção abordamos uma atividade que foi desenvolvida por um grupo de alunos de uma 1ª série do Ensino Médio de uma escola privada de Pitanga-PR. Para discorrermos tal atividade, visando manter o anonimato dos alunos, os tratamos por **A1**, **A2** e **A3**, pelo mesmo motivo, nominamos a professora (primeira autora) por **Prof.** A coleta de dados deu-se por gravações em áudio, relatos dos alunos, bem como seus registros escritos.

As autoras Almeida e Silva (2014) afirmam que tanto os alunos quanto os professores necessitam familiarizar-se com atividades de modelagem matemática e que, é na prática que isso acontece. Neste contexto, Almeida e Dias (2004) conceituam a implementação da Modelagem Matemática em sala de aula a partir de três momentos. No primeiro momento, os

alunos tem o primeiro contato com a modelagem por meio do professor, o qual leva para os alunos a situação-problema e todos os dados necessários para resolvê-lo. No segundo momento o professor propõem a situação-problema e os alunos são responsáveis pelas demais ações requeridas ao longo da atividade de modelagem. No terceiro momento os alunos propõem a situação-problema, os dados e todas as informações necessárias para resolvê-la, sempre assessorados pelo professor.

A atividade de modelagem matemática que aqui trazemos segue orientações deste terceiro momento proposto por Almeida e Dias (2004) e, nesse sentido, teve seu tema e problema sugerido pelos alunos. O Episódio 1 ilustra as primeiras ações empreendidas pelos alunos com vistas a desenvolver tal atividade de modelagem.

Episódio 1

- A1** *Oi professora, a gente pensou em fazer alguma coisa sobre o lago.*
Prof *É uma ótima ideia, mais o que, por exemplo?*
A2 *Pensamos em ver se dava para coloca pedalinhas lá no lago, vai que conseguimos provar que é uma boa ideia colocar pedalinho no lago.*
A1 *É professora, os pedalinhas como forma de lazer.*
Prof *É uma boa ideia, mas como que vocês vão fazer isso?*
A2 *Simple, primeiro calculando a área do lago.*
Prof *Então vocês terão que analisar esta situação em três etapas. Primeiro, calculando a área do lago; segundo, pesquisando sobre os pedalinhas; e, depois sobre os pedalinhas no lago.*
A2 *Sim prof, vamos agora pesquisar como podemos calcular a área do lago apenas.*
[...]
Prof *E como vocês vão pesquisar sobre ele?*
A3 *Ah, a gente já pesquisou no Google Maps prof, e tiramos um print do lago.*

Neste diálogo o interpretante enunciado pelo aluno **A2**: *calculando a área do lago*, configura-se um interpretante imediato, pois é a primeira intenção que o aluno tem para resolver o problema. Mesmo não tendo um problema formulado, ele demonstra conhecer algumas estratégias que consideram aspectos da coleta de informações que auxiliem na elaboração de uma questão a investigar. Quando o aluno **A3** fala que “*já pesquisou no Google Maps*” tem-se um interpretante imediato, já que revela uma primeira intenção deste aluno, que brevemente gera o interpretante dinâmico “*tiramos um print do lago*”. Este interpretante, ilustrado na Figura 1, passa a se constituir ele próprio um objeto e provoca os alunos a pensarem em um problema a investigar.



Figura 1 - Lago do Parque Municipal

Fonte: <https://www.google.com.br/maps/@-24.7680571,-51.7684491,220m/data=!3m1!1e3>

Este interpretante, associado aos conceitos de área e à sua interpretação pelos intérpretes (alunos que desenvolvem a atividade), os provoca a discutir acerca do problema a investigar e dos meios possíveis de resolvê-lo. O Episódio 2 ilustra esse fato.

Episódio 2

Prof *Com essa imagem dá para fazer um monte de coisa, mas, o que vocês pretendem?*

A1 *Sei lá prof, será que a gente pode calcular a área?*

Prof *Mas como que vocês vão calcular a área?*

A2 *Como vamos ter que descobrir, ou você pode nos contar.*

A3 *Ela não vai contar para a gente.*

Prof *Não mesmo, eu posso ajudar vocês, mas não contando.*

A2 *Se a gente calcula a área do lago, a gente pode ver quantos pedalinhos cabem no lago.*

A1 *Mas só ver quantos pedalinhos dá para por no lago.*

A3 *Tá aí nosso problema.*

[...]

A1 *Professora a gente conseguiu algumas informações sobre o lago que a gente acha importante.*

Prof *É? Que informações que vocês coletaram?*

A1 *Professora a gente foi na prefeitura, e explicamos que estamos fazendo uma atividade de matemática. Que a professora deixou a gente pesquisa sobre o que a gente quisesse, e que decidimos pesquisar sobre o lago.*

A3 *É, daí perguntamos se ele podia passar algumas informações sobre o lago.*

A1 *Daí ele disse que podia passar o perímetro do lago, ajuda já né?*

Prof *Ajuda sim.*

A2 *Então professora, nós viemos com o perímetro do lago, e com a imagem do Google Maps do lago, e agora?*

Prof *Agora vocês precisam decidir o que vocês querem saber com esses dados.*

A3 *Queremos saber quantos pedalinhos cabem no lago sem se baterem.*

Prof *Hummmm, é um bom problema.*

A1 *Como que a gente vai fazer isso?*

Prof *Vocês que precisam me contar.*

A2 *Professora a gente pode colocar a imagem no GeoGebra né.*

Prof *Claro que sim.*

A2 *Fica assim?*

Quando A2 fala “*calcula a área do lago, a gente pode ver quantos pedalinhos cabem no lago.*” enuncia um problema que seguidamente é aceito por todo o grupo. Tal enunciação corresponde um interpretante imediato. Esse interpretante imediato associado à imagem da Figura 2 produz os interpretantes dinâmicos explicitados na indicação de calcular a área do lago e na sugestão de utilizar o GeoGebra para isto.

A enunciação de utilizar o GeoGebra embora ganhe conotação de interpretante final por parte dos alunos, passa a ser um novo interpretante imediato quando eles percebem que necessitam explorar mais sobre o software.

Com vistas a solucionar o problema, que agora aparece de fato formulado, e, tendo a informação do Quadro 1 e a imagem do lago, os alunos enunciam algumas hipóteses (Quadro 2). Essas hipóteses, no entanto, além de serem interpretantes imediatos porque revelam uma primeira impressão do intérprete; são também interpretantes dinâmicos, já que produzem um efeito no intérprete. Esses interpretantes, associado aos conceitos de área e à interpretação do signo pelo intérprete, provoca a produção do signo interpretante imediato (traçado da região poligonal do lago) representado na Figura 2.

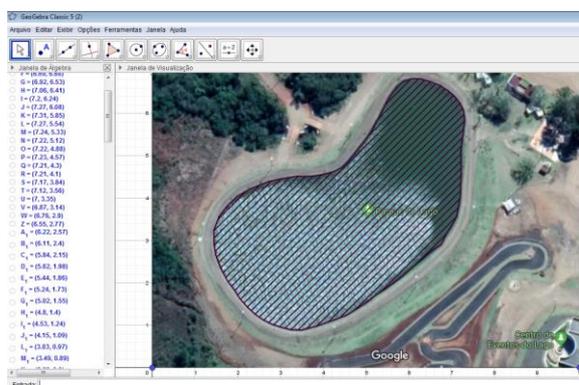


Figura 2 – Região poligonal traçada com o auxílio do GeoGebra
Fonte: registro dos alunos

– Perímetro do Lago: $506,54\text{ m} = 50654\text{ cm}$

Quadro 1 - Informações coletadas sobre o Lago

Fonte: registro dos alunos

H1: O lago não possui formato de um polígono regular.
H2: É possível calcular a área do lago no GeoGebra utilizando apenas as ferramentas do software.

Quadro 2 - Hipóteses
Fonte: registro dos alunos

As hipóteses H1 e H2 e a região poligonal do lago são interpretantes que revelam intenções dos intérpretes e, embora se relacionem com as possibilidades de uma eventual resposta ao problema enunciado, sugerem que o traçado da região poligonal mesmo que indispensável, não é suficiente. O Episódio 3 retrata o diálogo entre os alunos em relação a esse aspecto.

Episódio 3

- A1 *Olha como ficou bonitinha, mais pera aí, não é um polígono regular, como que a gente vai calcular a área?*
- A3 *Do mesmo jeito que fosse um polígono regular, pela ferramenta do GeoGebra né.*

[...]

Prof *Isso mesmo, assim vocês conseguem demarcar bem o polígono que vocês construíram.*

A1 *Então professora até fica fácil assim né, se a gente conseguir utilizar as ferramentas do programa né.*

Prof *É sim.*

A2 *Vamos calcular a área então. Com o GeoGebra dá para calcular o perímetro também né prof?*

Prof *Dá sim.*

A fala de **A1** “*mais pera aí, não é um polígono regular*”, é um interpretante dinâmico que sugere com que o grupo elabore estratégias, utilizando ferramentas do software GeoGebra, para obterem a área e o perímetro da região poligonal da superfície do lago. Isso ocorre porque os conhecimentos deles ainda são insuficientes para calcular tal área e perímetro. A Figura 3 ilustra que a estratégia dos alunos para obtenção da área e do perímetro do lago (Quadro 3) foi selecionar os itens, nas ferramentas do software, que possibilitam tais medidas.



Perímetro do Lago no GeoGebra: 18,4 cm
Área do Lago no GeoGebra: 20,04 cm²

Quadro 3 – Informações coletadas no GeoGebra

Fonte: registro dos alunos

Figura 3- Ferramenta do Software GeoGebra para calcular a área.

Fonte: registro dos alunos

Os valores da área e o perímetro do lago por ora parecem caracterizar-se interpretantes finais, contudo, conforme Episódio 4, esses interpretantes passam a se constituir novos signos.

Episódio 4

A3 *Então professora, nós temos o perímetro do Lago de verdade que os engenheiros da prefeitura passaram, temos a área do lago e o perímetro do lago aqui no GeoGebra. E agora?*

[...]

Prof *Voltem ao problema que vocês montaram o que vocês precisam fazer?*

A2 *O lago de verdade e o lago no GeoGebra são o mesmo, mas um é muito maior que o outro, não são semelhantes professora?*

Prof *São sim.*

A1 *É mesmo, podemos usar razão e proporção.*

O comentário “*O lago de verdade e o lago no GeoGebra são o mesmo, mas um é muito maior que o outro, não são semelhantes professora?*” do aluno **A2** gera um novo ciclo

de interpretantes. Esse comentário é um interpretante com características, ora de interpretante imediato, ora de interpretante dinâmico. Configura-se um interpretante imediato porque essa afirmação traz uma primeira impressão de A2 e, corresponde a um interpretante dinâmico porque revela o efeito que o interpretante imediato faz ao intérprete. A fala de A1 “*podemos usar por razão e proporção*” denota tal efeito. As medidas do perímetro e da área do lago coletados do GeoGebra passam a se construir um objeto e associados aos conceito de razão e proporção levam os alunos a discutirem as próximas estratégias a serem tomadas. O Episódio 5 expõe esse fato.

Episódio 5

- A2 *Professora, a razão encontrada quando divide o valor de dois lados proporcionais em dois polígonos semelhantes e do perímetro é a mesma.*
- A1 *Eu acho que a gente já tem as informações que a gente precisa.*
- [...]
- A1 *Mas professora que acho que a gente precisa coloca tudo na mesma unidade de medida.*
- A3 *É mesmo, tem que deixar tudo em cm ou em m. Então agora precisamos calcular a razão dos perímetros né.*
- A2 *Daí precisamos só calcular na proporção da área com o perímetro?*
- A3 *Eu acho que sim, vamos tentar.*

O comentário “*a razão encontrada quando divide o valor de dois lados proporcionais em dois polígonos semelhantes e do perímetro é a mesma*” do aluno A2 é um interpretante imediato que passa a se construir um objeto e indicar um novo signo. Com este novo signo tem-se um novo ciclo de interpretantes, conforme denotado na fala do aluno A3 “*Então agora precisamos calcular a razão dos perímetros né*”. Esse comentário possui característica de interpretante dinâmico, por causar um efeito ao intérprete quando evidencia uma estratégia para busca da solução. Estratégia esta que seguidamente é aceita pelo grupo.

Quando o aluno A2 comenta “*Daí precisamos só calcular na proporção da área com o perímetro?*” tem-se um interpretante final, por parte dos alunos. Contudo, passa a ser um novo interpretante imediato quando produz um efeito no intérprete de calcular a razão entre os perímetros. O cálculo dos perímetros é um interpretante dinâmico por corresponder a uma interpretação do signo no intérprete. Estes interpretantes associados aos cálculos feitos pelos alunos provocam a produção do signo interpretante final representado no Quadro 4.

$$\begin{array}{l} \text{Razão do perímetro do lago:} \\ \frac{\text{Perímetro do Lago Real}}{\text{Perímetro do Lago no GeoGebra}} = \frac{50654}{18,4} = 2752,93 \\ L^2 = \frac{A_1}{A_2} \end{array}$$

$$\begin{aligned}L &= \text{razão entre os perímetros} \\A_1 &= \text{área do lago real} \\A_2 &= \text{área do lago no GeoGebra} \\2752,93^2 &= \frac{A_1}{20,04} \\7578649,92 &= \frac{A_1}{20,04} \\A_1 &= 7578649,92 \cdot 20,04 \\A_1 &= 151876144,34 \text{ cm}^2 \\&\text{Área do Lago Real} \\151876144,34 \text{ cm}^2 &= 15187,61 \text{ m}^2.\end{aligned}$$

Quadro 4 - Cálculo da área do lago

Fonte: registro dos alunos

Esses cálculos, realizados para obterem uma solução para a primeira etapa do problema em estudo, além de corresponder a uma solução elaborada pelo grupo, está em associação com a geração de interpretantes ao longo de todo o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. A resposta obtida pelo grupo de alunos caracteriza-se um interpretante final quando eles a assumem com resposta satisfatória para o problema em estudo. Com isso, esse interpretante cessa o processo de semiose, processo de geração de interpretantes, nessa atividade de modelagem matemática, por eles assumirem que tal atividade foi finalizada.

CONCLUSÃO

A análise da atividade de modelagem matemática cujo problema era “Quantos pedacinhos cabem no lago?”, desenvolvida por alunos de uma primeira série do Ensino Médio, a partir de um tema por eles proposto, mostra a autonomia que o grupo teve na busca por solução para o problema supracitado e que foi por eles formulado. Tal análise também proporciona inferir que ao longo da atividade os alunos tiveram oportunidade de construir e mobilizar conceitos diversos, para além de conceitos matemáticos e que, nessa construção e mobilização signos (interpretantes) foram produzidos.

Ao longo do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática os alunos mostraram-se interessados e motivados a avançar na investigação do problema e obter uma solução para ele. Essa motivação fica ainda mais marcante quando os alunos recorrem ao software GeoGebra para elucidar ou compreender aspectos da situação que por vezes desconheciam ou precisavam saber para dar continuidade na investigação do problema em estudo. Assim, este software teve um papel importante nessa atividade, principalmente para facilitar a visualização da imagem, para levantar as hipóteses e formular as estratégias para

resolver o problema em questão, além de, auxiliar na compreensão e visualização do conceito matemático, razão e proporção de figuras semelhantes, possibilitando aos alunos uma aprendizagem autônoma.

No trânsito da situação inicial para a situação final os alunos dialogaram acerca de conhecimentos matemáticos e não matemáticos e manifestaram seus pensamentos e conhecimentos por meio de signos. Esses signos foram produzidos, algumas vezes, em correspondência com o uso do GeoGebra, mas, também foram produzidos signos com base nas reações imediatas dos alunos, nos conhecimentos que eles mobilizaram e nas reflexões por eles realizadas. Sendo assim, esses signos, que representam ações e estratégias tomadas pelos alunos ao longo da atividade de modelagem matemática, têm conotações distintas (imediato, dinâmico e final) dependendo do que significam e evocam nos (ou para os) intérpretes.

Todos esses signos interpretantes, independente da conotação que tem, expressam reações imediatas, sugerem encaminhamentos ou favorecem reflexões que culminam na resolução da atividade de modelagem matemática e fazem emergir o processo de geração de signos denotado por Peirce (2005) por semiose.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetikè**. FE – Unicamp. Campinas, V. 18, número temático, p. 387-414, 2010.

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, Michele Regiane. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. **Sobre a geração e a interpretação de signos em atividades de modelagem matemática**. In: VI SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2015, Pirenópolis - GO. Anais do VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Pirenópolis - GO, 2015. v. 1. p. 1-13.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. A. P. **Modelagem Matemática em Foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2014.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2012. 158 p.

BASSANEZI, Rodney C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BORSSOI, Adriana H., SILVA, Karina A. P., ALMEIDA, Lourdes, M. W. **Atividades de Modelagem Matemática e uso da Tecnologia: uma análise semiótica.** VII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática. 5 a 7 de junho de 2013. Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, Rio Grande do Sul.

FERREIRA, E. P. *Semiótica Visual na Educação Tecnológica: significações da imagem e discurso visual.* **Dissertação de Mestrado** (Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2006.

GREEFRATH, Gilbert. Using Technologies: New Possibilities of Teaching and Learning Modelling – Overview. In: G. Kaiser et al. (eds.), **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling.** Springer Science Business Media B.V., 2011, p.301-314.

HERTLEIF, Corinna. Dynamic Geometry Software in Mathematical Modelling: about the role of Programme-Related Self –Efficacy and Attitudes Towards Learning with the Software. In: Gilles Aldon, Jana Trgalova. **Anais da 13ª Conferência Internacional de Tecnologia em Mathematical**, 2017, p.124-133.

NÖTH, W. Panorama da semiótica: de Platão a Peirce. 4. Ed. São Paulo: Annblume, 2008.
PEIRCE, C. S.. **Semiótica.** Tradução de José Teixeira Coelho Neto. 2. reimpr. da 3. ed. de 2000. Estudos: 46. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PEIRCE, C.A.. **Semiótica.** 4. Ed. Trad. José Teixeira Coelho Neto. São Paulo: Perspectiva, 2012.

SANTAELLA, L. **Matrizes da linguagem e pensamento:** sonora, visual, verbal. 3. ed. São Paulo: Iluminuras, 2009.

SANTAELLA, L. **Teoria geral dos signos: como as linguagens significam as coisas.** São Paulo: Cengage Learning, 2012.

SILLER, H.-St, GREEFRATH, G.. Mathematical modelling in class regarding to technology. In Durand-Guerrier, V.; Soury-Lavergne, S. & Arzarello, F. (eds.), **Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education** (p. 2136-2145). Lyon: IRNP, 2010.

SILVA, K. A. P. Modelagem matemática e semiótica: algumas relações. **Dissertação de Mestrado** (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

VERONEZ, M. R. D.; ALMEIDA, L. M. W. de. Sobre o papel dos signos em atividades de Modelagem Matemática. **REnCiMa**, V.8, n.3, p.142-157. 2017.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Um olhar sobre a Modelagem Matemática à luz da Teoria dos registros de representações Semiótica. 2007, 54p. **Dissertação de Mestrado** (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina 2007.