



O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO ARTICULANDO RPG AO ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Matheus Gustavo Jakimiu
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
matheus.jakimiu16@gmail.com

Everton José Goldoni Estevam
Universidade Estadual do Paraná - UNESPAR
evertonjgestevam@gmail.com

Resumo: Este trabalho busca investigar o potencial do *Role Playing Game* – RPG articulado ao Ensino Exploratório de Matemática – EEM para mobilização das ideias base do conceito de função na Educação Básica. Para tanto, estruturamos um quadro teórico sobre RPG, EEM e o ensino das ideias base sobre função e os dados analisados emergiram de uma sessão de RPG articulado ao EEM realizada com seis alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, integrantes de um grupo de Altas Habilidades/Superdotação de um colégio da rede estadual. As análises admitem natureza qualitativa e interpretativa, bem como consideram as produções escritas dos alunos e transcrições de gravações em áudio e vídeo do trabalho realizado, relacionando os dados elicitados com os aspectos teóricos articulados inicialmente. Os resultados apontam indícios das contribuições provenientes da articulação entre RPG e EEM para o ensino de Matemática, particularmente à compreensão das ideias base do conceito de função pelos alunos, despertando seu interesse e proporcionando-lhes uma aprendizagem com significado. Contudo, alguns aspectos particulares e limitantes necessitam ser considerados.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Ideias base de função. Jogos. Role Playing Game.

INTRODUÇÃO

O *Role Playing Game* – RPG é comumente traduzido em língua portuguesa como Jogo de Interpretação e pode ser descrito como “um jogo de faz-de-conta, em que cada um dos participantes conta histórias e também atua, assumindo o papel de um dos personagens principais da história” (JUNGES; GAY; ABEL, 2017, p. 8). Nele, cada jogador cria e interpreta seu personagem, trabalha em conjunto com os outros, e um deles assume o papel do mestre, responsável por conduzir a história e aplicar as regras, descrever o ambiente, narrar o que acontece e interpretar outros personagens não-jogadores (WIZARDS RPG TEAM, 2014).

O RPG tem se mostrado um recurso proeminente nas pesquisas na área de educação, porque auxilia na criação de condições favoráveis à aprendizagem dos alunos, de forma a motivar seu engajamento nas tarefas propostas e colabora para uma aprendizagem com significado, indo além da memorização de fórmulas e reprodução de exercícios (ESTEVAM; JAKIMIU, 2018).

Autores como Amaral (2013), Silva (2014) e Feijó (2014) desenvolveram trabalhos sobre a utilização do RPG na educação e, em geral, apresentam resultados positivos em relação aos alunos, salientando aspectos como a colaboração, o engajamento, as discussões e a atribuição de sentido às ideias tratadas. Considerando o *inquiry*¹, a colaboração, a comunicação e a reflexão como as dimensões fundamentais do Ensino Exploratório de Matemática – EEM (PAULEK; ESTEVAM, 2017), estes aspectos parecem se aproximar e evidenciar as contribuições do RPG associado a esta perspectiva de ensino.

Por outro lado, o conceito de função é um dos mais importantes da Matemática, porém seu estudo é complexo e apresenta dificuldades aos alunos (PAVAN; NOGUEIRA; KATO, 2009). Dubinsky e Wilson (2012) descrevem que pesquisas, do período de 1960 a 2011, apontam que embora existam muitos trabalhos focados em desenvolver perspectivas teóricas e utilizá-las para analisar as diversas dificuldades dos alunos em compreender o conceito de função, pouca atenção foi dada a aplicar as análises teóricas para desenvolver estratégias pedagógicas que possam auxiliar os alunos a superarem essas dificuldades. Assim, no presente trabalho, utilizamos uma estratégia pedagógica que articula o RPG ao EEM, com o objetivo de investigar seu potencial para apropriação das ideias base do conceito de função e superação das dificuldades comumente encontradas no ensino e aprendizagem desse conceito.

RPG E ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA

Os primeiros estudos sobre a utilização do RPG na educação datam da década de 1990, e têm o Brasil como um dos países com mais pesquisas na área (PAVÃO, 2000 apud AMARAL, 2013). Amaral (2013), por exemplo, mostra que o RPG provoca uma participação ativa dos alunos, maior interesse pelas aulas, fortalecimento das relações sociais, motiva a escrita e estimula a associação entre conceitos científicos e o conhecimento cotidiano dos alunos, bem como a autonomia na identificação e depuração de erros e equívocos.

Por sua vez, na perspectiva do EEM, as aulas são organizadas em quatro fases orientadas pelas ações a serem conduzidas pelo professor, quais sejam: proposição da tarefa; desenvolvimento da tarefa; discussão coletiva; e sistematização das aprendizagens (CYRINO, 2016). Ao se relacionar as fases da aula às dimensões fundamentais do EEM e ao RPG, identifica-se que a proposição da tarefa ocorre na apresentação da situação, o desenvolvimento através de *inquiry*, colaboração e comunicação acontece enquanto os alunos

¹ *Inquiry* é geralmente traduzido para a língua portuguesa como investigação ou inquirição, não correspondendo adequadamente ao seu significado. Assim, optamos por mantê-lo em inglês referindo, a partir das ideias de Dewey, um processo de, em situações desafiadoras, abordar o desconhecido com aquilo que é conhecido.

buscam a resolução da tarefa, e a reflexão pode ser desencadeada por meio de discussão durante o desenvolvimento e também com a sistematização após a conclusão da tarefa, corroborando o potencial da articulação do RPG ao EEM, já que as tarefas que orientam as aulas e sua dinâmica devem encorajar essas dimensões (PAULEK; ESTEVAM, 2017).

Canavarro (2011) ressalta a importância para o EEM de o professor estar preparado para criar um ambiente estimulante, encorajando os alunos a participarem ativamente, desenvolverem seu trabalho em conjunto, ouvirem, falarem, explicarem e questionarem, aspectos apontados como proeminentes em práticas pedagógicas assentes no RPG (AMARAL, 2013). Para tanto, o professor pode utilizar tarefas caracterizando problemas, investigações ou explorações (PONTE, 2005), a partir de uma situação desafiadora que possa envolver os alunos e estimular formas complexas de pensamento (CANAVARRO, 2011). Neste contexto, sua aprendizagem decorre “[...] da possibilidade de trabalharem com tarefas matemáticas ricas e de poderem partilhar com os colegas e o professor as suas ideias” (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013, p. 21), preceitos fundamentais para a aprendizagem segundo a perspectiva do EEM, reforçados pela natureza cooperativa do RPG.

Assim, o RPG pode ser explorado como contexto para o desenvolvimento de práticas na perspectiva do EEM, de forma a engajar, motivar e chamar a atenção dos alunos para o que é proposto. O trabalho cooperativo proporciona alcançar objetivos em conjunto, e avanços surgem a partir de acertos, mas também de erros que, percebidos pelos próprios alunos, estimulam-nos a depurá-los e evitá-los futuramente, com a compreensão de como se originaram e de que forma poderiam ser encaminhados (ESTEVAM; JAKIMIU, 2018).

O ENSINO DO CONCEITO DE FUNÇÃO E SUAS IDEIAS BASE

De acordo com as orientações curriculares vigentes, o ensino de função comumente inicia-se no 9º ano e é aprofundado no Ensino Médio (BRASIL, 2018). Porém, suas ideias base podem ser trabalhadas com grande antecedência, uma vez que desde a Educação Infantil a criança consegue estabelecer correspondências entre conjuntos de objetos e identificar padrões ou regularidades em sequências (PAVAN; NOGUEIRA; KATO, 2009).

Pavan, Nogueira e Kato (2009) referem que as dificuldades que alunos do Ensino Médio têm em compreender o conceito de função devem-se, muitas vezes, à falta de experiências variadas envolvendo noções de função, de modo informal, importantes para construir uma base consistente para uma aprendizagem mais rica em significados.

Sierpinska (1992) sugere que o ensino de funções deveria apresentar primeiro modelos de relações, da forma como esse conceito surgiu na história, com as funções consistindo de ferramentas para descrever e prever. Ao assumir que o significado de um conceito está nos problemas e questionamentos que o originaram, esta parece uma afirmação razoável, reforçada por Caraça (1951), ao referir que conceitos matemáticos surgem de uma necessidade e, no caso da função, da necessidade de um conceito próprio para o estudo da lei quantitativa. Assim, para elaboração do conceito de função, são importantes as ideias base de *variável*, *dependência*, *regularidade*, *correspondência* e *generalização* (TINOCO, 2004).

A *variável* em uma relação funcional pode ser simbolizada e sua variação interpretada através de uma tabela, um gráfico, expressões analíticas ou em língua natural. Os alunos podem familiarizar-se com a noção de variável e sua notação simbólica a partir de experiências de generalização de padrões e sequências, observação de regularidades e manipulação de expressões para justificar ou concluir resultados (TINOCO et al., 2008 apud PAVAN; NOGUEIRA; KATO, 2009).

A ideia de *dependência* de uma grandeza em relação à outra é uma das mais comuns no dia-a-dia, geralmente mudando de valor de acordo com as circunstâncias. Essa mudança corresponde à variação de outra ou outras grandezas, das quais uma grandeza apresentada depende (ROXO, 1930 apud PAVAN; NOGUEIRA; KATO, 2009). Isso, porém, não é simples para os alunos e, deste modo, a utilização de linguagem informal para descrever a dependência entre variáveis e situações significativas é uma estratégia que facilita a compreensão do conceito de função (NOGUEIRA, 2004). Além disso, a fim de fortalecer a ideia de relação de dependência entre duas variáveis, é importante propor aos alunos situações envolvendo uma variável em função da outra (PAVAN; NOGUEIRA; KATO, 2009).

A capacidade de reconhecer *regularidades* em situações reais ou sequências numéricas “é uma habilidade essencial à construção do conceito de função” (TINOCO, 2004, p. 6), alinhando-se à proposta de utilizar situações significativas para facilitar seu entendimento.

Caraça (1951) esclarece a importância de entender a *correspondência* entre dois conjuntos, ao exemplificar com a queda de um corpo no vácuo, situação na qual se tem um elemento do conjunto dos espaços e que corresponde a cada elemento do conjunto dos tempos t . A visualização dessa correspondência pode ser auxiliada pela utilização de diferentes representações, como uma tabela, um gráfico e em linguagem corrente.

Finalmente, pode-se *generalizar* as regularidades observadas, o que envolve abstração. Na maioria das vezes, os alunos generalizam situações que apresentam regularidades apenas ao verificar que certa lei se aplica a um caso particular. É necessário desenvolver a capacidade

de apresentar argumentos que justifiquem a validade dessa lei para qualquer caso, e registrá-los. “O registro de leis gerais em linguagem algébrica ou geométrica é passo decisivo para que construam o conceito de função” (TINOCO, 2004, p. 6).

De forma a facilitar a compreensão dessas ideias, é fundamental a utilização de tarefas significativas para o aluno. Assim, ele se familiariza “[...] com as diversas formas de representar funções: verbal (em palavras, oralmente ou por escrito); gráfica (gráficos formais e informais, tabelas); e analítica (por expressões matemáticas)” (TINOCO, 2004); bem como com a flexibilidade em passar de uma representação a outra, essencial para a construção do conceito de função (NOGUEIRA, 2004).

CONTEXTO E METODOLOGIA

Com base em aspectos característicos e potenciais do EEM e do RPG, nas suas relações, estruturamos um roteiro circunstanciado de RPG articulado a uma tarefa na perspectiva do EEM. Este roteiro consistiu em: dicas para atuar como mestre de RPG (WIZARDS RPG TEAM, 2014); sugestões para conectar-se aos alunos e sobre como desenvolver a aventura e a tarefa propostas; a aventura, com orientações para o mestre e textos que podem ser narrados para os jogadores, desafios a apresentar, possibilidades de ações dos jogadores e sugestões para reagir a elas; a apresentação da tarefa, com observações para o professor; propostas de ações do professor em resposta a possíveis atividades realizadas pelos alunos, objetivando provocá-los a pensar em diferentes estratégias e representações, sem diminuir o nível de desafio cognitivo da tarefa; os objetivos da tarefa e uma síntese de como pode ser abordada a sistematização.

Com isso, foi realizada uma sessão de RPG com seis alunos integrantes de um grupo de Altas Habilidades/Superdotação (AH/SD), identificados no Quadro 1, e que participavam de um projeto de construção de animações no GeoGebra em um Colégio Estadual do Paraná. Este grupo foi escolhido porque possuía um número adequado de integrantes para o jogo, comumente entre quatro e seis, os quais tinham disponibilidade de participar no contraturno e estavam acostumados com seus encontros sendo gravados em áudio e vídeo.

Aluno	Idade	Ano/série	AH/SD
A1	14 anos	9º ano	Linguagem
A2	11 anos	6º ano	Linguagem
A3	13 anos	8º ano	Exatas
A4	11 anos	6º ano	Astronomia/Linguagem/Oralidade
A5	13 anos	8º ano	Exatas
A6	14 anos	9º ano	Exatas

Quadro 1 – Identificação dos alunos

Fonte: os autores

A coordenadora do grupo informou que eles começariam a discutir sobre funções, portanto a tarefa foi estruturada com o objetivo de auxiliá-los na compreensão das ideias base do conceito de função. A Figura 1 apresenta a tarefa utilizada, que visou mobilizar essas ideias durante o desenvolvimento, a discussão coletiva e sistematização das aprendizagens.

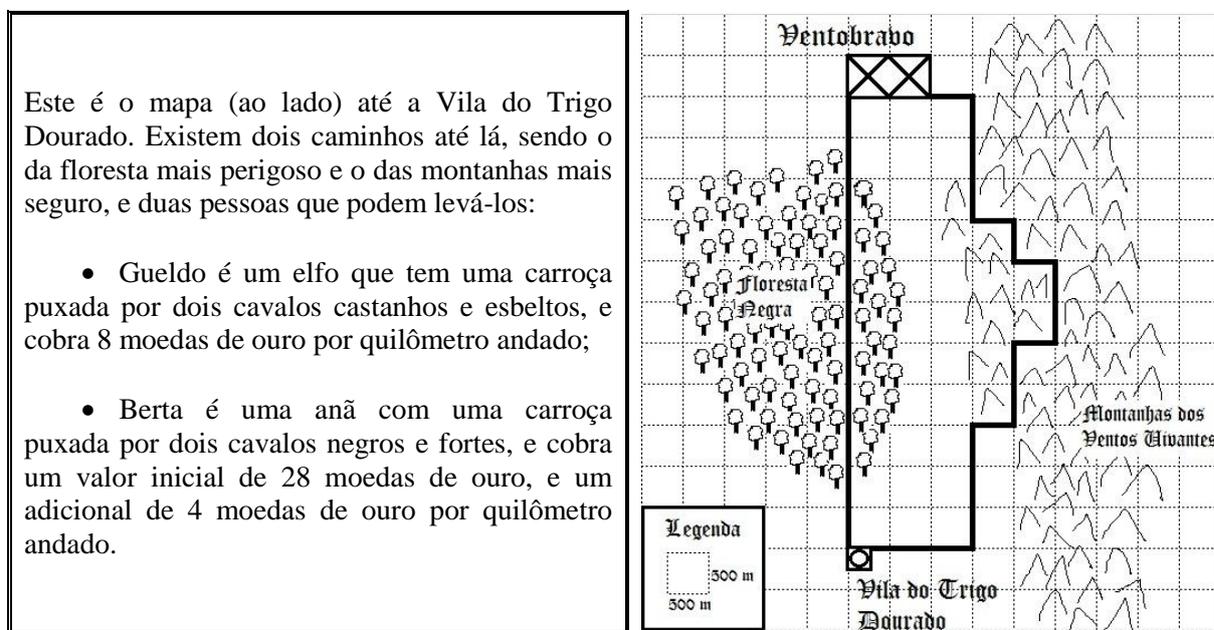


Figura 1 – Excerto do roteiro da sessão de RPG com a tarefa proposta aos alunos e o mapa apresentado aos alunos em conjunto à tarefa

Fonte: os autores

O pesquisador (primeiro autor), interpretando o rei em sua função de mestre, ao propor a tarefa solicitou um relatório por escrito da aventura, para que pudesse lê-lo e assim compreender como os alunos pensaram. No início da aventura, já havia pedido aos jogadores que descrevessem no papel suas ações e ideias, a fim de prepará-los para o relatório seguinte.

O trabalho com os alunos realizou-se inicialmente em um período de três horas e, antes de começar, tomou-se alguns minutos para o pesquisador se apresentar e dialogar com os alunos. Seu objetivo era conhecê-los melhor, questionando e conversando, principalmente sobre interesses pessoais, para identificar pontos em comum, a fim de auxiliar nas interações durante o jogo e estabelecer uma conexão entre pesquisador e alunos, criando um ambiente mais confortável e descontraído. Pela limitação de tempo e por alguns alunos precisarem sair mais cedo, a sistematização ficou para um segundo encontro, na semana seguinte, com duração de outras duas horas. Por sugestão da coordenadora do grupo, os alunos foram incentivados a utilizar o GeoGebra para trabalhar com a tarefa antes da sistematização. Ambos os encontros foram gravados em áudio e vídeo.

Por fim, foi realizada uma análise qualitativa e interpretativa a partir das experiências com os alunos, das suas produções e das gravações, que considerou os objetivos da tarefa e

relacionou os resultados obtidos com os estudos teóricos a respeito do RPG articulado ao EEM e as ideias base do conceito de função.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com a conversa entre pesquisador (mestre) e alunos (jogadores) antes de iniciar o jogo, estabeleceu-se a conexão pretendida, com a identificação de gostos em comum (desenhos, filmes, jogos) que foram referenciados ao longo da sessão e permitiram aos alunos visualizar e compreender alguns aspectos do próprio jogo, além de se relacionarem mais profundamente com os personagens e o mundo da aventura. Conseqüentemente, conforme progrediam, demonstravam confiança e buscavam participar ativamente, ao tomar iniciativa, cooperar e interagir uns com os outros espontaneamente, em contraste ao início, quando geralmente apenas respondiam às ações do mestre. Isso corrobora as afirmações de Amaral (2013), Silva (2014) e Feijó (2014) sobre a utilização do RPG na educação, além de salientar a importância da criação de um ambiente estimulante ao EEM (CANAVARRO, 2011).

Quando a tarefa foi apresentada, em um primeiro momento, os alunos não se preocuparam com os valores, apenas com as distâncias e perigos do(s) caminho(s). Isso explicita uma dificuldade que pode ocorrer: os alunos ficam apenas no jogo, sem focar na tarefa proposta. Porém, durante essa discussão, contaram os quadrados do mapa para identificar as distâncias dos caminhos apresentados, e passaram a discutir os custos.

Consideraram inicialmente que Gueldo era mais barato, pois ele cobraria 8 moedas e Berta 32. Por isso, associado ao fato de que o caminho das montanhas seria o mais seguro, decidiram seguir por ele e com Gueldo. Seguindo os preceitos do EEM (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013), o pesquisador questionou como sabiam que este era o caminho mais barato, na intenção de que os alunos explicassem sua estratégia e refletissem sobre ela, ao que A1 respondeu que não consideraram a distância. Na discussão que seguiu, A6 tentou mostrar aos outros que seriam 4 moedas por km, não sempre 32 com Berta. Ao realizar os cálculos dos valores, considerando as distâncias dos dois caminhos apresentados, foi esclarecido que a distância influenciava no preço. Essa discussão entre os alunos, com apenas uma provocação do pesquisador, fez com que eles próprios percebessem o erro e explicassem uns aos outros como interpretar corretamente a situação proposta, evidenciando o que foi conjecturado em trabalho anterior (ESTEVAM; JAKIMIU, 2018). Houve indícios das ideias base de *variável* e *dependência* (TINOCO, 2004; CARAÇA, 1951), já que notaram que o valor a ser pago dependia da distância, e esta poderia variar.

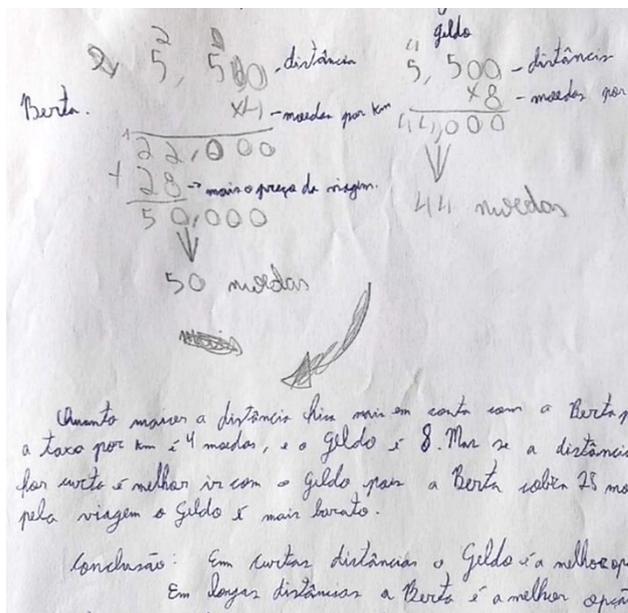
Ao calcular, perceberam que pelas montanhas Berta seria mais barata, mas A2 questionou o porquê, se Gueldo era mais barato, indicando que ainda não havia compreendido a variação do preço em função da distância. Iniciou-se outra discussão sobre Gueldo ser ou não mais barato, da qual surgiu uma comparação com táxi, em que os alunos chamaram o 28 cobrado por Berta de “taxa” ou “valor de entrada”, e o 4 de valor cobrado pela distância percorrida. Assim, A2 compreendeu a relação do preço com a distância, o que explicita a contribuição da colaboração no grupo, já que o questionamento de A2 levou os outros a refletirem de forma mais profunda a fim de comunicar suas ideias, o que explicita comportamentos que se alinham às dimensões fundamentais do EEM (PAULEK; ESTEVAM, 2017). Com isso, o grupo concluiu que em longas distâncias o trajeto com Gueldo era mais caro e com Berta mais barato.

Como provocação, contudo, o pesquisador questionou se a viagem com Berta sempre seria mais barata e por que antes haviam dito que com Gueldo o era, bem como de que maneira poderiam representar isso para que o rei entendesse ao ler o relatório. Os alunos estavam com dificuldade para encontrar uma maneira de responder a esses questionamentos, então o pesquisador questionou se, caso o caminho fosse mais longo, o preço seria mais caro ou barato. A2 respondeu que seria mais caro por ser maior, e A3 complementou afirmando que a cada 1 km rodado custaria 4 moedas a mais com um e 8 com outro. Pelo mesmo princípio, A3 disse que se o caminho fosse mais curto, o preço seria mais barato, pois seriam menos km rodados. Isso expressa a ideia de *regularidade* (TINOCO, 2004), cuja identificação pode ter sido auxiliada pela situação com a qual os alunos (no papel de seus personagens do RPG) estavam envolvidos, a qual possuía significado para eles.

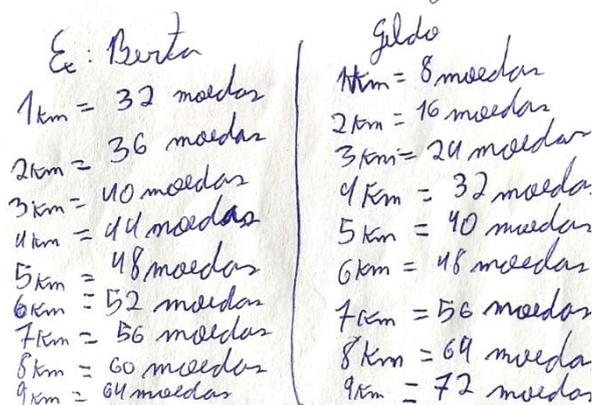
O pesquisador sugeriu que seria interessante isso aparecer no relatório, e os alunos começaram a indicar um ao outro para escrevê-lo, sem que nenhum tomasse a iniciativa. A falta de vontade de escrever e a dificuldade de expressar suas ideias por escrito parece ser uma característica de alunos com AH/SD, o que sugere outra dificuldade enfrentada, pois o relatório seria importante para a análise. Contudo, a insistência do pesquisador ao longo do desenvolvimento e discussão da tarefa conduziu os alunos a o elaborarem. A3 registrou os cálculos realizados, o significado de cada número, e a conclusão a que chegaram (Figura 2a).

Seguindo seu planejamento, com as ações propostas no roteiro, o pesquisador perguntou se haveria alguma situação em que o preço cobrado por ambos os transportadores seria igual, o que pareceu deixar os alunos curiosos e pensativos. A2 afirmou que o preço cobrado por Berta e Gueldo não seria o mesmo em nenhuma das situações apresentadas no mapa. A fim de instigar os alunos a pensar mais sobre isso, o pesquisador indagou se, caso

houvesse outro caminho, ambos poderiam cobrar o mesmo valor. Os alunos não conseguiram dar uma resposta definitiva de imediato, discutindo que se fosse 1 km, Berta cobraria 32 moedas, valor correspondente a um trajeto de 4 km para Gueldo.



(a)



(b)

Figura 2 – Multiplicações e conclusão (a) e representação tabelar (b) elaboradas por A3

Fonte: os autores

Com isso, demonstraram compreender que o preço *depende* diretamente da distância, varia em função dela, e que a *variável* distância é independente. Identificam-se também indícios da ideia de *correspondência*, ao expressarem que cada distância correspondia a um único preço cobrado por cada transportador. A partir disso, o pesquisador sugeriu que registrassem no papel e identificassem em que ponto a distância passaria de curta para longa.

Após algum tempo de discussão, A3 iniciou a construção de uma representação que expressa quanto cada transportador cobraria para distâncias diferentes (Figura 2b), em um esboço de tabela. Ele imitou um som de explosão enquanto realizava um gesto com as mãos que indicava “cabeça explodindo”, para então dizer “Eles ficaram iguais”. O pesquisador perguntou o que havia ocorrido, e ele respondeu que em 7 km, Berta e Gueldo cobrariam o mesmo valor. A5 complementou que, a partir de 8, Berta passaria a ser mais barata. A3 explicou que, ao construir a tabela (Figura 2b), somou a cada linha 1 km, correspondendo a 4 moedas para Berta e 8 para Gueldo, o que evidencia a compreensão da *variação* do preço como *dependente* da distância, cuja *regularidade* se expressa a cada linha. Essa importante representação surgiu em decorrência dos desafios propostos pelo pesquisador, mas sem que solicitasse a organização em forma de tabela, resultando em uma representação à maneira dos alunos. Os alunos demonstraram colaboração, comunicação e *inquiry* (PAULEK; ESTEVAM,

2017) ao discutir e representar, ao partir do conhecido para chegar ao desconhecido (distância na qual os valores seriam iguais), sem deixar de relacionar à situação da aventura.

O pesquisador questionou então se haveria alguma maneira de representar quanto cada transportador cobraria para qualquer distância, mesmo sem saber a distância a ser percorrida. A partir disso, e após alguma discussão entre os alunos, A6 sugeriu fazer “tipo uma fórmula” (Figura 3a) e A3 descreveu a relação funcional em linguagem natural (Figura 3b).

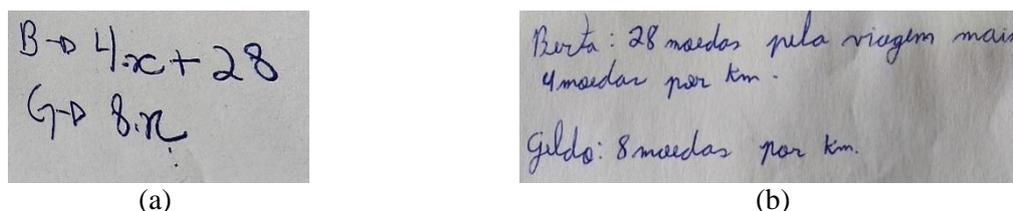


Figura 3 – Representações funcionais em expressão algébrica (a) e em linguagem natural (b)

Fonte: os autores

Como explicação, A6 referiu que x representa a quilometragem e, substituindo-o por alguma distância, bastaria multiplicar por 4 e somar 28 (expressão B – Figura 3a), ou apenas multiplicar por 8 (expressão G – Figura 3a), para obtenção do valor a pagar a Berta e Gueldo, respectivamente. Os alunos perceberam que substituindo x por 7, B seria igual a G , contrapondo e relacionando as duas formas de representação (Figura 3). Estas relações demonstram flexibilidade na utilização de diferentes representações (NOGUEIRA, 2004).

Nota-se também que os alunos chegaram à *generalização*, em um primeiro momento oralmente, depois escrita em linguagem natural e finalmente como uma expressão algébrica (TINOCO, 2004), utilizando letras para identificar as variáveis dependente (B e G) e independente (x), mesmo não conhecendo formalmente esses conceitos. Finalmente, decidiram seguir pela floresta – mais rápido – e com Gueldo, mais barato para a situação.

No encontro seguinte, A3 e A5 não estavam presentes. O pesquisador incentivou os alunos a utilizarem o GeoGebra para representar as situações vivenciadas na aventura, cujo resultado está expresso na Figura 4. Já acostumados com o GeoGebra, digitaram as expressões da Figura 3a, resultando nas retas *berta* e *gueldo*. Logo notaram o ponto de interseção A e, ao observar os eixos do gráfico, o associaram ao ponto onde ambas têm os mesmos valores, sendo 7 km identificado no eixo das abscissas e 56 moedas no eixo das ordenadas, valores que haviam expressado na Figura 2b.

Observando o gráfico, concluíram também que até o ponto A *berta* teria o maior preço, e além dele *gueldo* o teria, com ambas as retas crescendo sempre em função da distância, relacionando novamente à Figura 2b. Identificaram, deste modo, a *correspondência* entre distância e preço, sendo um preço diferente para cada distância.

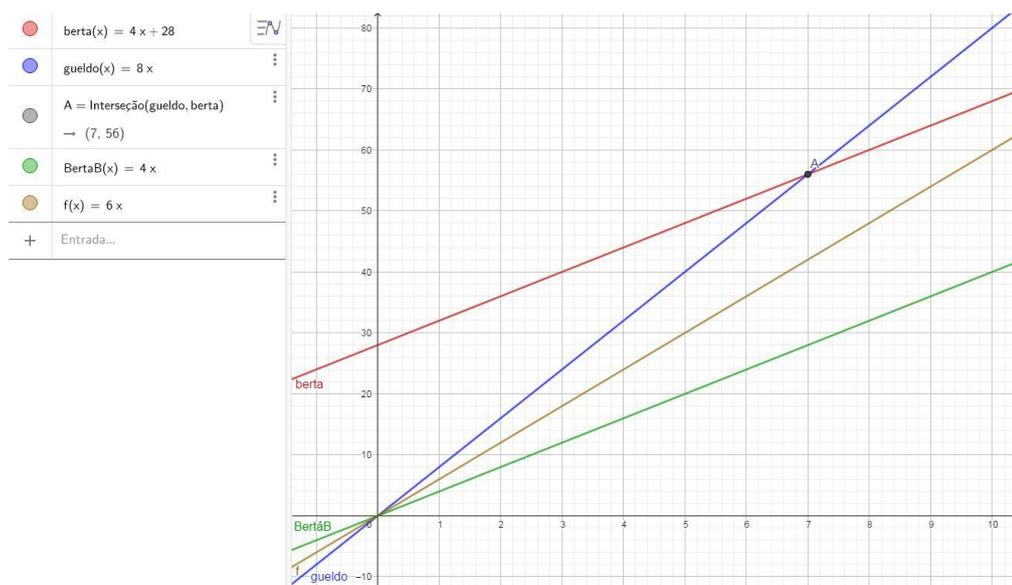


Figura 4 – Representação funcional em um gráfico

Fonte: os autores

Além disso, os alunos, por iniciativa própria, utilizaram pontos e expressões diferentes para estudar o comportamento do gráfico, representando versões modificadas das funções da tarefa. Ao alterar os valores dos coeficientes linear e angular, criaram as retas *BertaB* (reta *berta* sem somar 28) e *f* (ao modificar o número que multiplica *x* em *gueldo*). Perceberam que *BertaB* e *berta* eram retas paralelas em posições diferentes, com *BertaB* cortando o eixo das ordenadas na origem e *berta* no ponto (0, 28), e relacionaram 28 ao valor que seria cobrado por Berta, independentemente da distância.

Já sobre as retas *gueldo* e *f*, notaram que possuíam inclinações diferentes, e deduziram que isso estaria associado ao valor que multiplica *x*. A partir desta análise das quatro retas, concluíram que o valor que multiplica *x* determina a inclinação da reta. Deste modo, sendo o mesmo para duas retas, elas serão paralelas, e sendo diferente, elas se cruzarão em algum ponto no qual seus valores serão iguais. Constataram também que o número que não multiplica *x* altera o ponto de interseção entre a reta e o eixo das ordenadas. Por isso, quando esse número não aparece (é zero), a reta passa pela origem.

Enquanto realizavam seu trabalho, os alunos remetiam à situação proposta pela tarefa, ao relacionar sempre suas descobertas com o preço a pagar e com a decisão de caminho e transportador a escolher, o que indica envolvimento devido ao significado do trabalho. De outro modo, ao trabalhar com o GeoGebra, passaram a deixar um pouco de lado a proposta inicial e a testar diferentes expressões e valores para as variáveis, o que denota um nível de abstração, ao *generalizar* propriedades que valem para qualquer expressão (TINOCO, 2004).

Finalmente, foi realizada a sistematização das aprendizagens, quando o pesquisador apresentou formalmente as definições e propriedades propostas pela tarefa, as quais tanto ele quanto os alunos relacionaram ao trabalho desenvolvido ao longo de toda a aventura.

CONCLUSÃO E CONSIDERAÇÕES

Ao analisarmos uma prática que articulou o RPG e o EEM, evidenciamos que os alunos foram provocados a desenvolver formas complexas de pensamento (CANAVARRO, 2011), tornando-se responsáveis pela elaboração do conhecimento e, motivados pela aventura, tiveram participação ativa, ao superar desafios e corrigir erros em conjunto, discutir e explicar suas ideias uns aos outros. Assim, realizaram discussões e elaboraram representações nas quais foi possível identificar indícios das cinco ideias base do conceito de função e suas inter-relações (TINOCO, 2004; CARAÇA, 1951; NOGUEIRA, 2004).

As dimensões fundamentais do EEM (PAULEK; ESTEVAM, 2017) se mostraram presentes durante o RPG, de modo que os alunos demonstraram comunicação, colaboração e *inquiry* no desenvolvimento e discussão, inicialmente da aventura e posteriormente da tarefa proposta naquele contexto. A reflexão surgiu de maneira discreta durante o desenvolvimento e discussão, geralmente provocada pelo pesquisador/mestre. Contudo, durante a sistematização, os próprios alunos levantaram reflexões acerca do que estava sendo discutido e suas relações com o trabalho desenvolvido anteriormente, evidenciando promoção e cultivo desta atitude.

O RPG auxiliou na criação de um ambiente estimulante para os alunos, fundamental para o EEM (CANAVARRO, 2011). A aventura os chamou a participar de forma ativa e a trabalhar em equipe para superar desafios que sozinhos possivelmente não conseguiriam, gerando um engajamento que talvez não surgisse sem o RPG. Isso continuou durante o desenvolvimento da tarefa, com sua discussão pelos alunos no papel dos personagens. Já o EEM contribuiu para o RPG de modo que a antecipação e a preparação do pesquisador ofereceram condições para estar apto a provocar os alunos sem comprometer o nível de desafio cognitivo, tanto durante a aventura quanto durante o desenvolvimento da tarefa. Além disso, os estímulos a colaboração, comunicação, *inquiry* e reflexão repercutiram de forma positiva no engajamento dos alunos, no trabalho em equipe e nos avanços na aventura. Esses resultados evidenciam as possibilidades da articulação do RPG ao EEM e avançam sobre as ideias apresentadas em trabalho anterior (ESTEVAM; JAKIMIU, 2018).

O sistema de RPG utilizado, embora não tenha sido desenvolvido com fins pedagógicos, foi selecionado por sua simplicidade. O que norteou a elaboração do roteiro que

articula RPG ao EEM foi a seleção e adaptação de uma tarefa. Foi necessário pensar em uma situação que se encaixasse no universo da aventura, e em como apresentá-la por meio de um de seus personagens (o rei), ao invés de entregar ou fazer a leitura de um enunciado, mas de modo a preservar um registro escrito das informações gerais do trabalho realizado e das ideias mobilizadas, ao qual os alunos pudessem recorrer durante seu desenvolvimento. Ademais, o roteiro foi construído de maneira muito similar a um plano de aula na perspectiva do EEM, e expandido para englobar, além da tarefa e fases da aula, a aventura que circunda o RPG.

Cabe ressaltar que a estratégia aqui discutida possui limitações. Recomenda-se que seja utilizada com grupos de no máximo seis alunos, para que todos tenham espaço durante o jogo e não precisem ficar muito tempo como espectador enquanto outros fazem suas ações. Isso também facilita para que o professor consiga gerenciar a sessão, acompanhe o que todos estão a fazer e incentive a contribuição dos menos participativos. Como consequência, dificilmente pode ser utilizada em uma sala de aula regular, em virtude da quantidade de alunos, mostrando-se mais apropriada para práticas em contraturno com grupos menores. Outros estudos podem apontar possibilidades para contorno desta condição.

Além disso, a escrita do relatório pelos alunos é de grande importância para a discussão e sistematização (também avaliação, se aplicável). Assim, o professor deve chamar a atenção dos alunos para isso em diversos momentos durante a sessão, bem como antecipar meios de provocar a elaboração destes registros. Também se deve estar preparado para alunos que pensem apenas no jogo e apresentem resistência a desenvolver a tarefa. Neste caso, o professor deve esclarecer que o jogo e a tarefa estão conectados e ambos são importantes.

Por fim, este trabalho pode ajudar a elucidar o potencial e as implicações de práticas fundamentadas no EEM e sua admissão como possibilidade promissora ao ensino de Matemática na Educação Básica, com especial atenção às possibilidades de mobilização de ideias base do conceito de função anteriormente à sua formalização.

REFERÊNCIAS

AMARAL, R. R. D. **RPG na escola: aventuras pedagógicas**. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: SEF, 2018.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

CYRINO, M. C. de C. T. **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática**. Londrina: Eduel, 2016.

DUBINSKY, E.; WILSON, R. T. High school students' understanding of the function concept. **The Journal of Mathematical Behavior**, v. 32, n. 1, p. 83-101, 2012.

ESTEVAM, E. J. G.; JAKIMIU, M. G. Por que articular Ensino Exploratório de Matemática e RPG? In: SEMANA DA MATEMÁTICA, 14., 2018, União da Vitória. **Anais...** União da Vitória: UNESPAR, 2018. p. 51–54.

FEIJÓ, R. O. **O uso de Role Playing Games como recurso pedagógico nas aulas de Matemática**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

JUNGES, T.; GAY, D.; ABEL, L. **Mighty Blade**. 3ª. ed. Porto Alegre: Coisinha Verde, 2017.

NOGUEIRA, C. M. I. Construindo o conceito de funções. In: SEMANA DA MATEMÁTICA, 14., 2004, Maringá. **Anais...** Maringá: Universidade Estadual de Maringá, 2004. p. 1-17.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, v. 22, n. 2, p. 19-53, 2013.

PAULEK, C. M.; ESTEVAM, E. J. G. Ensino exploratório de matemática: uma discussão sobre tarefas e a dinâmica da aula. In: Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 8., 2017, Madrid. **Livro de Actas**, Andújar (Jaén): Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. 2017. p. 412-421.

PAVAN, L. R.; NOGUEIRA, C. M. I.; KATO, L. A. As relações entre o campo conceitual multiplicativo e as ideias básica do conceito de função: um estudo com crianças da 4ª série (5º ano) do ensino fundamental. In: EPREM, 10., 2009, Guarapuava. **Anais...** Guarapuava: SBEM/PR, 2009.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APM, 2005. p. 11–34.

SIERPINSKA, A. On understanding the notion of function. In: DUBINSKY, E.; HAREL, G. **The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy**. Washington: Mathematical Association of America, 1992. p. 25-58.

SILVA, F. Q. da. **Usando RPG no ensino da Matemática**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

TINOCO, L. A. A. **Construindo o conceito de Função**. 5ª ed. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, 2004.

WIZARDS RPG TEAM. **Dungeons & Dragons 5th Edition Player's Handbook**. 1ª ed. Renton: Wizards of the Coast, 2014.