

MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA: RELATO DE UMA ATIVIDADE QUE RELACIONA A ÁREA DA SUPERFÍCIE CORPORAL E A ÁREA DA SOLA DO PÉ

Letícia Barcaro Celeste Omodei
Universidade Estadual do Paraná - Apucarana
leticia.celeste@unespar.edu.br

Lucineide Keime Nakaiama de Andrade
Universidade Estadual do Paraná - Apucarana
lematematicalu@hotmail.com

André Gustavo Oliveira da Silva
Universidade Estadual do Paraná - Apucarana
andre.silva@unespar.edu.br

Fábio Luís Baccarin
Universidade Estadual do Paraná - Apucarana
fabio.baccarin@unespar.edu.br

Resumo:

Nesse trabalho, apresentamos uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com alunos da segunda série do curso de Licenciatura em Matemática da UNESPAR – Campus de Apucarana, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II. A ideia de usar essa proposta nessa disciplina surgiu no módulo de Modelagem Matemática do projeto “O Ensino de Matemática e a prática em sala de aula: ideias e possibilidades”, promovido por professores do curso de Matemática e que tem como objetivo proporcionar aos professores e estudantes participantes, incluindo bolsistas do PIBID, a possibilidade de trabalhar com algumas tendências em Educação Matemática, no desenvolvimento de propostas elaboradas pelos professores da universidade. O desenvolvimento dessa atividade possibilitou que os acadêmicos tivessem um primeiro contato com a Modelagem Matemática e os professores participantes do projeto pudessem ver como seria desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula, uma vez que os conteúdos envolvidos dependem de que matemática os integrantes de cada equipe já conhecem. As estratégias iniciais, apesar de diferentes, envolviam apenas conteúdos matemáticos da educação básica, o que tornou semelhantes a resolução dos alunos do curso de matemática e dos professores participantes do projeto.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Cálculo Diferencial e Integral II. Integral Múltipla.

Introdução

Este artigo tem como objetivo relatar uma experiência acontecida com alunos da segunda série de um curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II no ano de 2016.

A ideia de utilizar uma atividade de Modelagem Matemática para ensinar o cálculo de volume e de área por meio de integrais múltiplas e/ou integral de linha, o que for mais conveniente em cada caso, surgiu dentro de um grupo de estudos em Educação Matemática, do qual participam professores universitários, professores da Educação Básica que ensinam Matemática e acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática (formação inicial), incluindo os bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID). Durante os trabalhos com a Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica para ensinar matemática, e após desenvolver atividades de modelagem com os participantes deste grupo, um dos autores deste trabalho, que tem sua formação na área de Matemática Pura, pretendia diferenciar sua prática de ensino, com uma metodologia que fosse mais desafiadora para seus alunos.

Para desenvolver o módulo de Modelagem Matemática do projeto, foram estudados os seguintes autores: Almeida, Silva e Vertuan (2016), Bassanezi (2010), Biembengut (2000), Dias (2005), Santos (2008), Silva e Almeida (2004), Silva e Almeida (2009). Com base nestes estudos, foi escrita a seção *A Modelagem Matemática como alternativa pedagógica*, que será seguida de *O relato da atividade de Modelagem Matemática e Algumas considerações*.

Optou-se por desenvolver a mesma proposta *Tecido de Revestimento do corpo humano*- atividade que consta na dissertação de mestrado de Dias (2005, p. 110) - tanto no grupo de estudos como com os alunos da segunda série do curso de Matemática, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II, não para que houvesse uma comparação entre os resultados, mas para estimular o uso de diferentes conteúdos de matemática, conhecidos e utilizados com frequência pelos grupos.

A Modelagem Matemática como alternativa pedagógica

Considerando que a Modelagem Matemática não surgiu dentro da Educação Matemática, mas na Matemática Aplicada, com o objetivo de dar explicações matemáticas - muitas vezes, tida como exatas - a fenômenos cotidianos ou da natureza, entende-se por Modelagem Matemática como um

[...] processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas

soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2010, p. 24).

Completa-se ainda esta concepção de Modelagem Matemática na Educação Matemática, concordando com Klüber (2008):

na Educação Matemática conforme as atuais discussões, as atividades devem permitir o diálogo do contexto educacional com outros contextos: como o econômico, o político, etc., diferentemente dos pesquisadores matemáticos, que procuram descrever fenômenos físicos, químicos, biológicos, dentre outros. Isso, em termos de Modelos Matemáticos para previsões, e, somente aí, os pesquisadores fazem a interlocução por meio de uma descrição matemática aproximada da realidade, descrição fundada na capacidade de matematização (KLÜBER, 2008, p. 05).

Ao pensar no ensino da Matemática na Educação Básica, pode-se utilizar a Modelagem Matemática como um meio para educar matematicamente, pois ela

[...]constitui uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de uma situação-problema não essencialmente matemática. Assim, trata-se de uma “maneira” de trabalhar com atividades na aula de Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 17).

A Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de um modelo e este dá a forma à solução. Considera-se um modelo matemático

[...] um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitira realização de previsões sobre este outro sistema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 13).

Muitas vezes, ao se trabalhar com modelagem matemática no ensino superior, os alunos esperam chegar a alguma “fórmula”, ou a uma função que generalize os cálculos feitos com os dados estudados. Porém, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2016),

Um modelo matemático pode ser escrito utilizando-se para isso diferentes sistemas de representação. Uma equação, uma tabela, um gráfico, são exemplos de representações que podem ser associadas aos modelos matemáticos (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 14).

De acordo com esses autores, uma atividade de Modelagem Matemática

[...] tem em uma situação problemática a sua origem e tem como característica essencial a possibilidade de abarcar a cotidianidade ou a relação com aspectos externos à Matemática, caracterizando-se como um conjunto de procedimentos mediante o qual se definem estratégias de ação do sujeito em relação a um problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 15).

Ainda com base nos autores supracitados, pode-se dizer que, em uma atividade de Modelagem Matemática existem as seguintes fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação, que podem não ocorrer linearmente, mas de forma dinâmica.

Para Almeida, Silva e Vertuan (2016), a inteiração seria a fase inicial, na qual se obtém as informações sobre a situação a ser estudada. A matematização consiste na fase em que se transformam essas informações em uma linguagem matemática. Já a construção do modelo matemático acontece na fase denominada “resolução”. Após a obtenção deste modelo, interpreta-se o resultado e acontece a validação da solução.

Durante os encontros do projeto, procurou-se seguir todas essas etapas sugeridas pelos autores e, em cada atividade de Modelagem Matemática, os professores que conduziam o encontro discutiam com os demais participantes sobre o que fazia parte de cada fase. Assim, professores e alunos participantes poderiam se sentir mais familiarizados com as atividades de Modelagem Matemática, sabendo o que esperar e como desenvolver cada uma das fases.

De acordo com esses autores, essa familiarização dos alunos com a atividade de Modelagem Matemática pode acontecer, gradativamente, em três momentos:

	1º momento	2º momento	3º momento
Introdução da situação - problema	A situação-problema colocada pelo professor contém os dados e as informações necessárias	A situação-problema é sugerida pelo professor.	A situação problema é definida pelos próprios alunos.
Papel dos alunos	Desenvolvem as etapas da modelagem, sempre acompanhados pelo professor.	Em grupos, de forma mais independente do professor quando comparado ao momento anterior, complementam a coleta de informações, definem as variáveis e formulam hipóteses, obtém e validam o modelo.	Em grupos, são responsáveis pela condução da atividade, desde a identificação da situação problema até a obtenção do modelo e sua comunicação para a comunidade escolar.

Quadro 1: Momentos de familiarização com a atividade de Modelagem Matemática elaborado pelos autores com base em Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 26).

Fonte: Os autores (2017).

Durante todo o processo de familiarização com a atividade de modelagem matemática, o professor deve acompanhar o desenvolvimento da atividade pelos alunos, orientando-os e avaliando as estratégias utilizadas, fazendo com que se tornem, a cada momento, mais independentes da atuação do professor.

Com base no que foi descrito nesta seção, apresenta-se o relato do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática no primeiro momento da familiarização proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2016).

O relato da atividade de Modelagem Matemática

A busca por alternativas pedagógicas a fim de dinamizar o aprendizado tem sido uma preocupação em todos os níveis de ensino; no ensino superior não é diferente. Pensando nisto, durante um dos encontros do projeto que os autores desenvolvem, fomentou-se a ideia de usar a atividade de modelagem que por hora estava sendo desenvolvida pelo grupo, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II, mas com o enfoque diferente do Ensino Básico, usando integral dupla, tripla e posteriormente integral de linha.

A atividade de modelagem proposta foi adaptada da dissertação de mestrado da professora Michele Regiane Dias defendida na Universidade Estadual de Londrina em 2005, orientada pela professora Dra. Lourdes Maria Werle de Almeida, num contexto de formação continuada de professores que atuavam no Ensino Básico. Trata-se de uma atividade que relaciona a área da sola do pé com a área da superfície corporal total.

Na atividade, necessita-se determinar uma aproximação da área da superfície corporal. No meio médico já existem algumas formas de se fazer isso, usando a massa corporal do indivíduo, mas, para efeitos de estudos, esta aproximação será realizada a partir de sólidos geométricos conhecidos, como será detalhado mais a diante.

A turma (segunda série do curso de Matemática, 2016) em que a experiência foi realizada era composta por vinte e dois estudantes, que foram subdivididos em seis grupos, para que pudessem socializar e discutir a situação proposta.

Nesse sentido, ainda que a aprendizagem não seja uma atividade que se possa compartilhar, pois é algo de responsabilidade de cada um, o que pode ser compartilhado, discutido e negociado, são os significados. Assim, as atividades compartilhadas podem contribuir com a aprendizagem de cada participante de forma diferenciada, mas têm uma importante função social de promover um espaço para discussões e troca de significados. O trabalho com modelagem em situações de ensino proporciona uma atmosfera propícia para essa troca de significados (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 37).

Neste artigo serão apresentados e discutidos os resultados de dois destes grupos, identificados por Grupo A e Grupo B, ambos com quatro membros cada.

Na figura 1 será apresentada a atividade de modelagem que foi proposta para a turma, para então serem feitas as considerações das experiências vivenciadas, as formas de soluções dadas pelos grupos. Ao final, é apresentado o esquema das fases da modelagem envolvida nesta situação voltada para uma abordagem indicada para o Ensino Superior.

Parte I – Com um dos pés descalço, desenhe o formato de seu pé no papel milimetrado anexado à folha.
Agora use o método da contagem dos quadrados para determinar, aproximadamente, a área preenchida pela sola do seu pé.
Área obtida:

Parte II - Com esta atividade pretendemos verificar a relação que existe entre a superfície revestida por pele em nosso corpo e a superfície da sola do pé. Segundo a ciência a superfície da sola do pé representa aproximadamente 1% da superfície total do corpo.
Admitindo que nosso corpo possa ser modelado por várias conexões de “cilindros” podemos estimar, aproximadamente, sua superfície e seu volume.
Imagine seu corpo formado por vários cilindros como em o Mágico de Oz. (foi fornecida a figura na atividade)
Você vai precisar de barbante, régua e ajuda de um colega para fazer as medições (aproximadas) e partir para o cálculo (use o verso da folha).

Parte do corpo	Altura	Comprimento	Superfície	Raio	Volume
Cabeça					
Pescoço					
Braços					
Tórax					
Coxas					
Canelas					

Faça o somatório das áreas e dos volumes.
* Superfície total do corpo:
* Volume do corpo:
* Verifique e registre o percentual obtido entre as superfícies da sola do pé e de seu corpo. (Faça os cálculos)

Figura 1: Atividade de modelagem proposta na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II
Fonte: Os autores (2016).

Como se vê na literatura, introduzir a atividade de modelagem é um desafio tanto para o professor, quanto para o estudante, atividades não usuais geram nos estudantes certa apreensão e esta não foi diferente. No início, a atividade gerou certa resistência na turma, apesar de ter sido introduzida como sugerem Almeida, Silva e Vertuan (2016) como uma atividade bem orientada e acompanhada bem de perto pela professora, muitos questionaram a relação entre a atividade e o conteúdo.

Para iniciar, foi entregue aos dois grupos a folha com a atividade impressa, ao Grupo A foi entregue uma fita métrica e régua, ao Grupo B foi entregue barbante e régua. Os materiais de medidas foram diferentes por causa da limitação da disponibilidade de material do laboratório de matemática da universidade.

As equipes foram orientadas a iniciar a resolução pela parte I, assim cada grupo escolheu um membro para retirar o calçado e desenhar o pé na folha de papel milimetrado. Foi possível observar o uso de estratégias diferenciadas, entre elas: o Grupo A fez a contagem dos quadrados diretamente, um a um, para só então fazer as compensações das áreas pintadas por aproximação visual. Já no Grupo B foram realizados os cálculos das áreas dos retângulos possíveis e, depois, as compensações das áreas pintadas, como é possível observar na figura 2 que segue.

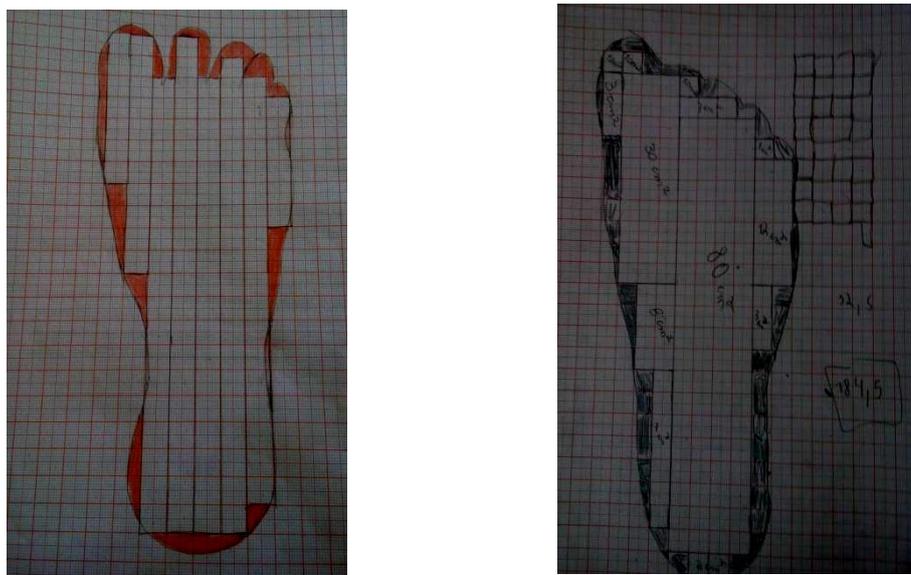


Figura 2: Contagem da área do pé. Grupo A e Grupo B
Fonte: Os autores (2016).

Na resolução da parte II, começaram a ser realizadas as medições da seguinte forma: da cabeça convencionaram-na como esfera, fizeram a medida do comprimento da maior circunferência, e como altura usaram a medida do topo da cabeça até o queixo, do pescoço, braços, pernas, tórax, coxas e canelas convencionaram-nos como cilindros, mediram o comprimento da maior circunferência dessas partes da pessoa e, como altura, mediram o tamanho dessas partes do corpo. É importante lembrar que essas estratégias também foram utilizadas com o grupo de professores participantes do projeto, uma vez que, até o momento,

as decisões também poderiam ser tomadas de modo análogo na educação básica, independente do nível de ensino.

Com os valores da altura, comprimento e raio completos na tabela iniciaram o processo de encontrar a área da superfície e o volume, neste momento para o Grupo B surgiu a dúvida de quais eram as fórmulas para fazer esse cálculo, já que ninguém da equipe se recordava pesquisaram na internet. Com auxílio da calculadora, ambas as equipes, foram terminando de preencher a tabela, lembraram que algumas partes deveriam ser multiplicadas por dois, como braços e pernas.

O Grupo B durante esse processo se questionou sobre os pés e as mãos, uma vez que não fizeram nenhuma medida para acrescentar à superfície corporal, nem ao volume, mas decidiram que essas medidas não influenciariam tanto assim no resultado final, uma vez que estavam fazendo aproximações e uma compensaria a outra.

Nas figuras 3 e 4, apresentam-se o preenchimento da tabela e os resultados a que chegaram o Grupo A e o Grupo B, respectivamente.

Parte do corpo	Altura	Comprimento	Superfície	Raio	Volume
Cabeça	18,5	54	923,25 cm ²	8,59	2.655,02 cm ³
Pescoço	9,5	29,5	280,54 cm ²	4,70	659,28 cm ³
Braços	66	22	2.902,83 cm ²	3,50	5.049,96 cm ³
Tórax	46	65	2.991,42 cm ²	10,95	15.480,68 cm ³
Coxas	42	48	4.032,30 cm ²	7,64	12.403,37 cm ³
Canelas	35	28,5	1.996,80 cm ²	4,54	4.532,33 cm ³

Faça o somatório das áreas e dos volumes.
 * Superfície total do corpo: 13.131,14 cm²
 * Volume do corpo: 43.310,98 cm³
 * Verifique e registre o percentual obtido entre as superfícies da sola do pé e de seu corpo. (Faça os cálculos)

$$\frac{13.131,14 \text{ cm}^2}{14200} = 100\%$$

$$\frac{13131,14}{14200} = x$$

$$13.131,14x = 14200$$

$$x = 14200$$

$$x = 1,08\%$$

Figura 3: Resolução do Grupo A
Fonte: Os autores (2016)

Parte do corpo	Altura	Comprimento	Superfície	Raio	Volume
Cabeça	27 cm	58 cm	1.041,33 cm ²	29	4.947,25 cm ³
Pescoço	16 cm	37 cm	407 cm ²	37	3764,77 cm ³
Braços	52 cm	36 cm	3.848 cm ²	37	35.594 cm ³
Tórax	59 cm	98 cm	5782 cm ²	49	283.318 cm ³
Coxas	40 cm	54 cm	4.080 cm ²	54	52.010 cm ³
Canelas	44 cm	40,5 cm	3.304 cm ²	40,5	33.625,12 cm ³

Faça o somatório das áreas e dos volumes.
 * Superfície total do corpo: 14.927,33 cm²
 * Volume do corpo: 463.299,14 cm³
 * Verifique e registre o percentual obtido entre as superfícies da sola do pé e de seu corpo. (Faça os cálculos)

$$1,2\%$$

Figura 4: Resolução do Grupo B
Fonte: Os autores (2016).

Na problemática, que era verificar o percentual que a área da sola do pé correspondia a área da superfície corporal total, o Grupo A chegou a um percentual bem próximo a um por cento, já o Grupo B teve uma diferença um pouco maior, diferença esta atribuída a aproximações de medidas, instrumentos de medidas, falta de acrescentar a área da superfície dos pés e das mãos.

Ao término dessa fase, que foi denominada de inicial, a professora complementou a atividade de modelagem de forma a fazer a relação com os conceitos que estavam sendo abordados na disciplina: integração múltipla - de forma a conduzir a atividade de modelagem para o uso de conceitos próprios do Ensino Superior.

Você sentiu dificuldade para lembrar a fórmula da área da circunferência? A fórmula do volume do cilindro? A fórmula do volume da esfera? Assim te convindo a deduzir essas fórmulas através da integração dupla e/ou tripla.

1. Dado uma circunferência centrada na origem de raio r , vamos determinar a área dessa circunferência.
2. Dado um cilindro circular reto de raio r e altura h , vamos determinar o volume desse cilindro.
3. Se a esfera tem raio r , qual será o seu volume?
4. Qual será o volume de um cone de raio r e altura h ?

Figura 5: Atividades para o uso de integrais múltiplas
Fonte: Os autores (2016).

Ao lerem a continuação da proposta, os que estavam resistentes acharam muito interessante a associação direta entre o conteúdo da disciplina e a atividade de modelagem. Isto serviu e motivação para avançarem no aprendizado de integral dupla e tripla. Como sugere a fala de um dos estudantes: “- Ah, agora eu consigo entender para que serve a

integral dupla e a tripla, calcular o volume, de sólidos geométricos que vemos no Ensino Médio. Por quê a senhora não deu esse exemplo antes? Assim é muito mais fácil!”.

Com auxílio da professora, os estudantes mobilizaram-se a discutir e elaborar as integrais duplas ou triplas dependendo do caso. Pesquisaram, em seu material, acerca do uso de coordenadas polares e coordenadas cilíndricas. Para exemplificar segue a resolução do exercício 2 realizada pelos acadêmicos, foi utilizado para o raio a letra a para que não houvesse confusão com a mudança de coordenada cilíndrica:

$$\text{Volume do cilindro: } V = \int_0^{2\pi} \int_0^a \int_0^h r dz dr d\theta = \pi a^2 h.$$

O enfoque dado ao volume foi pela possibilidade de relacionar o conceito específico que estava sendo tratado na disciplina na ocasião, mas a área da superfície do cilindro foi deduzida em momento oportuno, ao se iniciar o tema de integral de linha. Apenas a área da superfície da esfera não foi possível ser deduzida, devido a problemas com andamento do ano letivo de 2016. Mas para que o trabalho de matematização estivesse completo dentro da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II, optou-se por apresentar neste artigo o que seria usado para obtê-la.

Assim como em Almeida, Silva e Vertuan (2016) apresenta-se o esquema das diferentes fases da modelagem, para caracterizar a atividade, como segue:

Situação inicial

Comparar a área da sola do pé com a área da superfície corporal.

Inteiração

A leitura do problema proposto, o levantamento e a manipulação dos dados, as decisões consensuais no grupo.

Definição do problema:

Conhecida a área da sola do pé, qual o percentual em relação à área da superfície corporal?

Matematização e Resolução

Definição das variáveis:

p - área da sola do pé

A_1 - área da superfície da cabeça (como esfera)

A_2 - área da superfície do pescoço (como cilindro)

A_3 - área da superfície dos braços (como cilindro)

A_4 - área da superfície dos tórax (como cilindro)

A_5 - área da superfície das coxas (como cilindro)

A_6 - área da superfície das canelas (como cilindro)

y - percentual de comparação da área da sola do pé com a área da superfície corporal

Modelo Matemático da situação:

$$y = \frac{100p}{A_1 + A_2 + 2A_3 + A_4 + 2A_5 + 2A_6}$$

$$A_i = \int_c f(x,y) ds = \int_a^b f(\sigma(t)) \cdot \|\sigma'(t)\| dt, \text{ onde } i = 2, 3, 4, 5, 6$$

$f(x,y) = h$ (altura do cilindro, de cada parte medida do corpo)
 $\sigma(t) = (r \cos(t), r \sin(t))$ (parametrização da circunferência de raio r , de cada parte medida do corpo), onde $0 \leq t \leq 2\pi$.

$$A_1 = \iint_D |r_u \times r_v| dA, \text{ onde } r(u,v) = (x(u,v), y(u,v), z(u,v))$$

$$r_u = \left(\frac{\partial x}{\partial u}, \frac{\partial y}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial u} \right) \text{ e } r_v = \left(\frac{\partial x}{\partial v}, \frac{\partial y}{\partial v}, \frac{\partial z}{\partial v} \right)$$

$r(u,v) = (r \sin(u) \cos(v), r \sin(u) \sin(v), r \cos(u))$ (parametrização da esfera de raio r , medida da circunferência da cabeça), onde $0 \leq u \leq \pi$ e $0 \leq v \leq 2\pi$.

Interpretação e validação

Análise da aproximação do percentual da área da superfície corporal total e a área da sola do pé, ainda que com valores aproximados de medidas.

Situação final

Um modelo que relaciona o percentual da área da superfície corporal total e a área da sola do pé.

Algumas Considerações

Estudar acerca da modelagem matemática como uma alternativa pedagógica que faça parte da prática de ensino do professor de matemática proporcionou aos autores deste trabalho uma visão de que a matemática pode ser construída pelos alunos e professores, independente de que nível escolar eles se encontram. Apesar das fases da modelagem e dos momentos de familiarização propostos por Almeida, Silva e Vertuan (2016) estarem sempre centradas no aluno, como sujeito da atividade, as orientações do professor foram indispensáveis nas etapas de matematização e construção do modelo. Isto se justifica por ter

sido uma primeira tentativa de implantação da proposta. É natural que à medida que vão realizando novas modelagens os estudantes ajam de forma mais autônoma.

As estratégias utilizadas, tanto pelos professores participantes do projeto como para os alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II, apesar de diferentes, envolviam os mesmos conteúdos matemáticos, todos aprendidos na educação básica. Porém, como o objetivo da professora da disciplina era diferente do objetivo do projeto, houve a necessidade de “lembrar” aos alunos sobre uma das utilidades das integrais duplas, triplas e de linha, o que fez com que os envolvidos tivessem um novo olhar para a atividade.

Considera-se motivador e desafiador, tanto para os alunos como para os professores, o fato de que a atividade de modelagem matemática pode ser desenvolvida com “diferentes matemáticas”.

Referências

ALMEIDA, L.W., SILVA, K. P., VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2016.

BASSANEZI, R. C.. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2010.

DIAS, M. R.. **Uma experiência com Modelagem Matemática na formação continuada de professores**. 2005. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Educação matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

KLÜBER, T. E. O que é isto, a Modelagem Matemática para e na Educação Matemática? In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2008, Rio Claro. **Anais...** Rio Claro: Unesp, 2008.

SANTOS, F. V. **Modelagem Matemática e Tecnologias de Informação e Comunicação: o que os alunos fazem do computador em atividades de modelagem**. 2008. 176 f. Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Educação matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SILVA, A. G. O., ALMEIDA, L. M. W.. Modelagem Matemática no Contexto da Matemática e Cidadania. In **Anais VII Encontro Paulista de Educação Matemática**. São Paulo - SP, 2004.

SILVA, A. G. O., ALMEIDA, L. M. W.. E o espaço para a formação cidadã como fica nas aulas de Matemática? Uma experiência com Modelagem Matemática. **Educação Matemática em Revista** (São Paulo), v. 12, p. 01-23, 2009.