

RELATO DE UMA PRÁTICA DO ENSINO EXPLORATÓRIO DA MATEMÁTICA COM ALUNOS DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Marcia Cristina Nagy
Docente da Rede Estadual de Educação do Paraná
marcianagy@yahoo.com.br

Cristina Cirino de Jesus
Docente da Rede Estadual de Educação do Paraná
criscirino@gmail.com

Resumo:

Este estudo foi desenvolvido a partir da implementação de uma tarefa¹, na perspectiva do ensino exploratório², com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, com a intenção de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico desses alunos. O ensino exploratório está estruturado em quatro fases: proposição e apresentação da tarefa, desenvolvimento da tarefa, discussão coletiva e sistematização das aprendizagens. O objetivo deste artigo é descrever e discutir a forma como uma professora³ conduziu seus alunos e promoveu a aprendizagem matemática deles, em especial nas fases de discussão coletiva e de sistematização, durante a implementação de uma tarefa. A professora assumiu o papel de orientadora, possibilitando aos alunos um papel ativo na compreensão das suas formas de pensamento, bem como na compreensão das explicações dos colegas. Como resultado da implementação da tarefa os alunos puderam discutir coletivamente ideias matemáticas, explorar diferentes estratégias de resolução, generalizar ideias matemáticas partindo de um conjunto de casos particulares e sistematizar uma regra.

Palavras-chave: Educação Matemática. Perspectiva do ensino exploratório. Anos iniciais do Ensino Fundamental.

Introdução

No cenário educacional, tanto no Brasil quanto em outros países, alguns estudos (SMITH, 2001; SMITH; STEIN, 2013, CYRINO, 2016) e documentos oficiais (NCTM, 2008) têm sugerido modificações nas maneiras de ensinar Matemática, pois, “ao estimular a mudança no modo de ensinar do professor estamos indiretamente influenciando a aprendizagem dos alunos” (STIGLER; HIEBERT, 1999, p.xi). Isso implica ao professor assumir novos papéis nos processos de ensino e de aprendizagem, movendo-se de transmissor de conhecimentos para o papel de orientador das aprendizagens, promovendo e sustentando

¹ Neste artigo assumimos o termo tarefas para nos referir às tarefas matemáticas.

² Trata-se de uma perspectiva alternativa de ensino desenvolvida a partir do trabalho com tarefas cognitivamente desafiadoras, mobilizando o trabalho autônomo do aluno (STEIN et al., 2009).

³ Primeira autora desse trabalho.

um ensino no qual “[...] todos os alunos devem aprender conceitos e processos matemáticos relevantes com compreensão” (NCTM, 2008, p. xv).

Segundo Ponte (2005), mudanças no modo de ensinar a Matemática podem ser concretizadas pela passagem do ensino direto⁴ para um ensino sustentado pela perspectiva do ensino exploratório, na qual os alunos têm a oportunidade de engajar-se em tarefas matemáticas cognitivamente desafiadoras⁵, que os mobilizam a desenvolver conhecimentos sustentados pela compreensão. Para esse autor, uma das características da perspectiva do ensino exploratório é que “o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de construção do conhecimento para os alunos realizarem. A ênfase desloca-se da atividade de ensino para a atividade mais complexa ensino-aprendizagem” (PONTE, 2005, p. 13).

Apesar de ser muito divulgada no cenário internacional (HMELO-SILVER; DUNCAN; CHINN, 2007; TOWERS, 2010; CANAVARRO, 2009; CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012), a perspectiva do ensino exploratório ainda se constitui um desafio para a maioria dos professores no Brasil (CYRINO, 2016). Esta forma de trabalho exige que os professores assumam um papel de orientador e apoiem o trabalho autônomo dos alunos, por meio do diálogo, da partilha de ideias matemáticas, mobilizando-os a justificarem seu pensamento presente em suas estratégias de resolução.

Este artigo tem como objetivo descrever e discutir a forma como uma professora conduziu os alunos e promoveu a aprendizagem matemática deles, em especial nas fases de discussão coletiva da tarefa e de sistematização, durante a implementação de uma tarefa na perspectiva do ensino exploratório. Para isso, apresentamos um relato de experiência relativo à prática dessa professora quanto à aplicação desta tarefa, desenvolvida com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental, com a intenção desenvolver o pensamento algébrico destes alunos.

A perspectiva do ensino exploratório

Para Ponte (2005) a aprendizagem dos alunos resulta principalmente de dois fatores: a atividade que realizam e a reflexão que efetuam sobre a mesma. Para ele quando se está envolvido numa atividade, realiza-se certa tarefa. Deste modo, uma tarefa é o objetivo da

⁴ O ensino direto tem subjacente a idéia da transmissão de conhecimento, caracterizado pela exposição de tópicos pelo professor, seguida da resolução de exercícios (Ponte, 2005).

⁵São tarefas que têm o potencial de envolver os alunos em formas complexas de pensamento (STEIN et al., 2009).

atividade. Nesse sentido, a seleção das tarefas que serão trabalhadas em sala de aula deve levar em consideração o tipo de atividade que propõe aos alunos.

Segundo Stein et al (2009, p. 131), “as tarefas nas quais os alunos se engajam constituem, em grande medida, o domínio de oportunidades para os mesmos aprenderem Matemática”. O trabalho do aluno é definido pelas tarefas que ele realiza diariamente, assim, diferentes tarefas constituem diferentes oportunidades para o aluno pensar, pois algumas têm o potencial de mobilizar os alunos a formas complexas de pensamento e outras não.

[...] tarefas que pedem ao aluno para realizar um procedimento memorizado em uma forma rotineira conduzem a um tipo de oportunidade para o aluno pensar; tarefas que exigem que os alunos pensem conceitualmente e que estimulam os alunos a fazerem conexões conduzem a um diferente grupo de oportunidades para os alunos pensarem (STEIN, SMITH, 1998, p.68).

Stein et al (2009) afirmam que é necessário iniciar o ensino com “tarefas cognitivamente desafiadoras, se o objetivo é desenvolver a sua capacidade de pensar, raciocinar e resolver problemas” (p.5). Por isso, é fundamental a seleção ou elaboração de tarefas que tenham potencial para provocar o pensamento do aluno.

Na perspectiva do ensino exploratório,

[...] a aprendizagem é um processo simultaneamente individual e coletivo, resultado da interação dos alunos com o conhecimento matemático, no contexto de certa atividade matemática, e também da interação com os outros (colegas e professor) sobrevivendo de processos de negociação de significados. (CYRINO; OLIVEIRA, 2016, p. 31).

Segundo Cyrino e Oliveira (2016) uma aula estruturada na perspectiva do ensino exploratório é desenvolvida em quatro fases: (i) *proposição e apresentação da tarefa*; (ii) *desenvolvimento da tarefa*; (iii) *discussão coletiva da tarefa* e (iv) *sistematização*. Na primeira fase, acontece a organização da sala de aula, a apresentação da tarefa, o gerenciamento dos recursos que podem ser utilizados pelos alunos, a leitura da tarefa. É o momento no qual o professor deve assegurar, em poucos minutos, a compreensão da tarefa pelos alunos e para que se sintam desafiados ao trabalho.

Na segunda fase, o professor direciona o trabalho em sala de aula, apoia os alunos em um trabalho autônomo, de modo a não reduzir os aspectos desafiadores da tarefa (STEIN; SMITH, 1998). Os alunos podem trabalhar individualmente ou em grupos e o professor deve buscar garantir que todos se envolvam ativamente. Nessa fase da aula, o professor também precisa orientar os alunos para a apresentação de seu trabalho à turma, na fase de discussão

coletiva. É neste momento também que o professor seleciona e sequencia, a partir de uma observação cuidadosa, as resoluções mais adequadas aos objetivos da aula para serem apresentadas no momento da discussão coletiva.

Na terceira fase, discussão coletiva da tarefa, o professor orquestra essa discussão, gere as intervenções e interações dos diferentes alunos. Também busca promover a qualidade matemática das explicações e argumentações dos mesmos, sem perder o foco nos objetivos da aula. Essa fase representa uma etapa muito importante em uma aula na perspectiva do ensino exploratório, pois, é neste momento que os alunos são convidados a apresentarem suas resoluções, justificá-las, explicando seu raciocínio de modo a explicitarem as ideias ou conceitos matemáticos envolvidos em sua resolução. Nesta fase, o professor deve apoiar as aprendizagens matemáticas dos alunos e auxiliá-los a “aprenderem a comunicar as suas ideias, tornando público o seu pensamento e a avaliar as suas próprias idéias matemáticas e as dos outros” (SMITH; STEIN, 2013, p.1). Para isso o professor pode utilizar questionamentos, não somente para esclarecer o que alunos fizeram, mas, para chamar a atenção de alguns alunos para aspectos da tarefa que ficaram despercebidos por eles.

Fazer os alunos falarem sobre as ideias matemáticas, conceitos, procedimentos, estratégias de resolução podem trazer à tona as suas lacunas na compreensão. É importante notar que os alunos não são os únicos beneficiários de ouvir seu próprio pensamento tornado público. Tal conversa também permite que os professores ouçam os equívocos dos alunos com mais atenção e, assim, identifiquem o que os alunos fizeram e não entenderam (CHAPIN; O’CONNOR; ANDERSON, 2003, p.7).

A última fase, sistematização, é essencial para que os objetivos que o professor constituiu previamente possam ser alcançados. É nesse momento que o professor sistematiza os conceitos, ideias ou procedimentos envolvidos na aula, permitindo aos alunos consolidarem sua aprendizagem. “Os estudantes aprendem quando são encorajados a serem autores de suas próprias ideias e quando são responsabilizados pelo raciocínio e compreensão das ideias chaves” (SMITH; STEIN, 2013, p.2). Nesta fase é recomendável que o professor tenha como ponto de partida as resoluções que foram apresentadas e “discutidas” na fase de discussão coletiva (CHAPIN, O’CONNOR; ANDERSON, 2003; SMITH; STEIN, 2013).

Aspectos metodológicos

Este estudo foi desenvolvido a partir da implementação da tarefa “Quantos telefonemas?” (FIGURA 1), a 20 alunos de 5º ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal da cidade de Cambé - PR, no ano de 2016. A implementação desta tarefa teve como objetivo proporcionar aos alunos oportunidades de desenvolver o pensamento algébrico e, assim, aproximá-los da álgebra por meio da produção de significados e não pela aprendizagem descontextualizada de regras de manipulação simbólica. Ao longo do ano foram propostas aos alunos outras tarefas com o potencial para mobilizar pensamento algébrico

Quantos telefonemas?

Cinco amigos ganharam um concurso. Quando souberam da notícia, telefonaram uns aos outros para se cumprimentar.

a) Quantas chamadas fariam os cinco amigos fizeram para se cumprimentar entre si?

b) E se fossem seis amigos, quantas chamadas fariam?

c) E se fossem sete amigos, quantas chamadas fariam?

d) Escreva uma regra para descrever o número de telefonemas para qualquer número de amigos.

Figura 1 – Tarefa: Quantos telefonemas?⁶

Escolhemos para a implementação da tarefa “Quantos telefonemas” a perspectiva do ensino exploratório, pois, este modo de ensinar tem como foco o trabalho autônomo dos alunos. Para o trabalho com a tarefa, os alunos foram organizados em grupos de até quatro integrantes. Entendemos que ao interagirem em pequenos grupos os alunos têm oportunidades de expressarem suas ideias, compartilhar experiências, desenvolver argumentos, conjecturas, enfim, pensar matematicamente. O trabalho com esta tarefa envolveu duas aulas de 50 minutos cada.

Os instrumentos utilizados para coleta de informações foram: produções escritas dos alunos (resolução da tarefa) e da professora (notas da aula) e gravações em áudio da aula. Os nomes utilizados para os alunos são fictícios, de modo a preservar sua identidade evitando, assim, quaisquer constrangimentos.

Na análise dos dados buscamos evidenciar o papel que a professora e os alunos assumiram durante as fases de discussão coletiva e sistematização das aprendizagens.

⁶ Adaptada de Canavarro (2009).

Apresentação dos resultados

A seguir, descrevemos a forma como a professora gerenciou as fases de discussão coletiva da tarefa e de sistematização. Para isso, apresentamos algumas produções escritas dos alunos e trechos de suas explicações relativas à tarefa. Destacamos que o foco da discussão coletiva não foi somente a expressão da regra, mas, principalmente a forma como os alunos a descobriram.

A professora iniciou a fase da discussão coletiva, retomando a tarefa para centrar os alunos no seu objetivo. Em seguida orientou os alunos dizendo que poderiam fazer perguntas ao grupo que estivesse apresentando. Então, solicitou aos alunos Marcos, Júlio, Pedro e André (grupo 1) que explicassem como descobriram quantos telefonemas os cinco amigos fizeram para se cumprimentar entre si (item *a* da tarefa). Marcos iniciou explicando o modo como resolveram a tarefa.

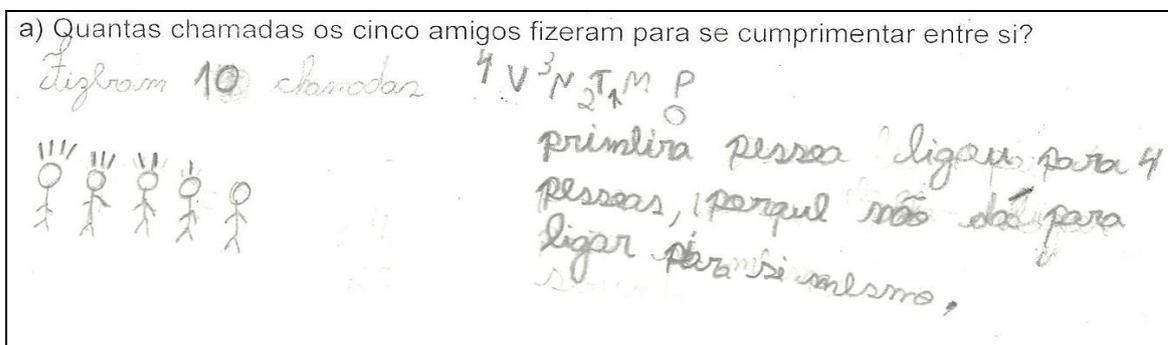


Figura 2: Produção escrita do grupo 1

Marcos: *Nós chegamos nessa conclusão nos colocando no lugar dos amigos que ganharam o concurso.*

Professora: *Explique.*

Marcos: *A primeira pessoa ligou para quatro pessoas, porque não dá pra ligar para si mesmo. A segunda pessoa ligou para três amigos... não ligou para quatro porque já tinha recebido uma ligação. A terceira pessoa ligou para dois amigos. A quarta pessoa ligou para um. E a última pessoa não precisou ligar para ninguém porque não tinha mais pra quem ligar.*

Destacamos que durante o desenvolvimento da tarefa, esse grupo havia apresentado 20 telefonemas como resposta, pois, haviam feito 5 vezes 4. Após intervenção da professora por meio de questionamentos, eles conseguiram perceber que estavam contando duas vezes uma mesma chamada.

A maioria dos alunos mostrou-se interessada em compreender a explicação de Marcos. Alguns alunos de outros grupos manifestaram-se informando que haviam feito este item da tarefa de maneira diferente e pediram para apresentar a sua resolução. Então, a professora solicitou que eles fossem ao quadro e registrassem como fizeram. Feito isso, a professora fez o seguinte questionamento aos alunos: *O que há de igual ou de diferente nas resoluções que vocês apresentaram e a do grupo do Marcos?* Após alguns minutos, os alunos verificaram que haviam registrado de maneira diferente, porém, obtiveram o mesmo número de telefonemas.

Em seguida, a professora prosseguiu com a discussão pedindo que alguns grupos apresentassem como haviam calculado o total de chamadas para os itens *b* e *c* da tarefa. Como a maioria das estratégias utilizadas pelos grupos foi semelhante às utilizadas por eles para os itens *a*, *b* e *c*, a professora solicitou aos alunos Cláudio, Patrícia e Valéria (grupo 2) apresentarem e explicarem sua resolução para o item *b* da tarefa.

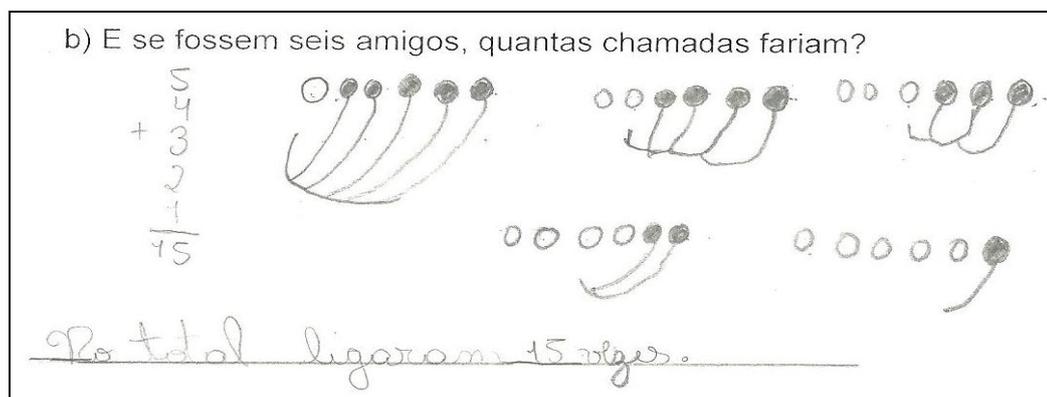


Figura 3: Produção escrita do grupo 2

Patrícia: *Cada bolinha representa uma pessoa. E as bolinhas pintadas são quantas ligações foram feitas. Aí nós somamos.*

Para o item *c* da tarefa, a professora convidou as alunas Bianca, Débora, Ingrid e Marina (grupo 3) para apresentarem e explicarem a sua resolução.

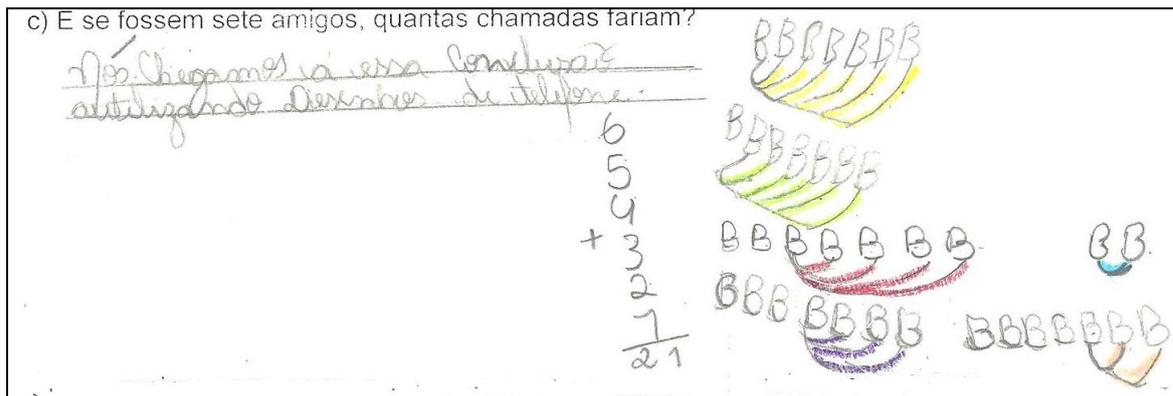


Figura 4: Produção escrita do grupo 3

Débora: *Nós chegamos a essa conclusão utilizando desenhos de telefones. Pintamos as chamadas que cada um fez. E depois somamos todas as chamadas realizadas.*

A professora selecionou esse grupo, pois, as alunas haviam recorrido ao desenho para desenvolver a resolução do item c. Isso não aconteceu com a resolução de alguns grupos, que utilizaram desenhos apenas para os itens *a* e *b* da tarefa. Para o item *c* esses alunos não precisaram recorrer a desenhos para calcular o número de chamadas realizadas, pois, eles haviam identificado a estrutura matemática da situação em análise. Observado esse fato, a professora solicitou a aluna Patrícia uma explicação para esse item da tarefa:

Patrícia: *Na letra c nós pensamos: se são 7 pessoas, a primeira vai ligar para 6 pessoas, porque ela não liga para si mesma. A segunda vai ligar para 5 pessoas. A terceira para 4. A quarta para 3. A quinta vai ligar para 2. A sexta para 1. E a sétima não vai ligar para ninguém.*

A professora, então, chamou a atenção dos alunos para o fato de Patrícia não ter precisado desenhar para calcular o número total de telefonemas para os sete amigos, o que motivou alunos de outros grupos a manifestarem-se sobre suas resoluções:

Karina: *Nós demos nomes para os amigos e fomos marcando em cada nome quantas ligações cada um deles tinha feito. Depois somamos tudo.*

Pedro: *Nós também fizemos assim, mas depois fizemos o desenho para confirmar se estava certo.*

A explicação de Pedro evidencia que no seu grupo foi utilizada inicialmente uma estratégia diferente do uso do desenho e contagem, no entanto, para verificar a sua validade, o

grupo confrontou a resposta encontrada com a da estratégia inicial. Assim, esse grupo levantou e validou uma hipótese sobre a estratégia utilizada por eles, fato que foi destacado a todos os alunos pela professora.

No que se refere ao item *d* da tarefa, a professora observou durante o desenvolvimento da tarefa, que na busca de determinar uma regra para descrever o número de telefonemas para qualquer número de amigos, a maioria dos grupos escolheu um número de amigos e a partir dele calculou o número de telefonemas que seriam realizados. Por isso, ela propôs aos alunos a construção de uma tabela na qual relacionassem o número de amigos e o número de telefonemas que eles realizariam. Ela começou utilizando as respostas apresentadas pelos alunos e questionou-os sobre qual seria o número de telefonemas para grupos com até nove amigos. Por fim, a tabela ficou completa:

Número de amigos	Número de telefonemas
1	0
2	1
3	$2+1 = 3$
4	$3+2+1 = 6$
5	$4+3+2+1 = 10$
6	$5+4+3+2+1 = 15$
7	$6+5+4+3+2+1 = 21$
8	$7+6+5+4+3+2+1 = 28$
9	$8+7+6+5+4+3+2+1 = 36$

A construção da tabela permitiu aos alunos organizarem uma regra para calcular o número de telefonemas realizados por um número qualquer de amigos. Então, a professora convidou os alunos a escreverem essa regra (linguagem natural). Em seguida, pediu para que alguns alunos lessem o que haviam escrito para a turma.

Cláudio: *Aumenta-se sempre o número de amigos menos um.*

Ana: *A regra é: se temos 30 amigos, não podemos começar com o número total, devemos começar com um número a menos do total e somar.*

Patrícia: *Nunca começar pelo número de amigos e sempre terminar com o número 1.*

Valéria: *A regra é somar o número de amigos menos um até chegar no número 1.*

Concluída a fase de discussão coletiva, a professora fez o seguinte questionamento: *Quantos telefonemas poderiam ser realizados para uma quantidade de amigos diferente destes da tabela?* Os alunos responderam com facilidade, o que motivou a professora a

questioná-los se as regras apresentadas por eles estavam completas. Então, convidou-os a sintetizarem coletivamente a regra do seguinte modo:

Para descobrir o número de telefonemas feitos por qualquer número de amigos, basta somar todos os números, começando do número anterior ao número de amigos até chegarmos ao número um.

Durante a implementação desta tarefa, na perspectiva do ensino exploratório, percebemos que os alunos tiveram oportunidades de discutir suas ideias com a professora e com os colegas, o que os ajudou na generalização de uma regra em linguagem natural para a determinação de qualquer termo da sequência. Tendo em vista a atividade matemática na qual eles se envolveram, bem como as suas produções escritas e explicações, foi possível inferir que mobilizaram aspectos sofisticados do pensamento matemático. Segundo Canavaro (2009, p. 6), trata-se de aspectos que nem sempre se têm reconhecido como próprios de crianças muito novas, pois, “[...] são aspectos que revelam a possibilidade de os alunos muito jovens se envolverem em pensamento algébrico.

Algumas considerações

A professora selecionou uma tarefa cognitivamente desafiadora que se revelou adequada para promover o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. No entanto, é importante evidenciar que a maneira como a tarefa foi abordada em sala de aula e a atividade desenvolvida pelos alunos foi essencial a aprendizagem dos mesmos. Promover aulas em um contexto de ensino exploratório pode revelar-se complexo para o professor, uma vez que ele precisa estar atento à gestão da aula e à promoção da aprendizagem matemática dos alunos. Contudo, evidencia-se como um caminho que possibilita um papel ativo dos alunos nas aulas de Matemática, bem como a constituição de conhecimento matemático com compreensão.

Ao longo do desenvolvimento da tarefa apresentada nesse trabalho, na perspectiva do ensino exploratório, foi possível verificar que houve um envolvimento ativo dos alunos em todas as fases da aula, principalmente, no momento da discussão coletiva, no qual os alunos explicaram suas formas de pensamento, bem como se empenharam em compreender as explicações dos colegas, desenvolvendo um trabalho autônomo.

No que se refere ao modo como a professora gerenciou o momento de discussão coletiva da tarefa, percebemos que ela conduziu esta fase sempre com o foco nos objetivos traçados para a aula. Assim, ela organizou a ordem das apresentações, utilizando as produções que havia selecionado e sequenciado no desenvolvimento da aula; assumiu um papel de orientadora da discussão, questionando os alunos sobre aspectos envolvidos nos registros, tanto aqueles que estavam apresentando quanto aqueles que estavam assistindo, instigando esses últimos a fazerem perguntas aos colegas; chamou à atenção para detalhes de estratégias utilizadas pelos alunos; explorou as resoluções apresentadas, tornando visíveis as ideias matemáticas que estavam subjacentes as resoluções; promoveu conexões entre as ideias matemáticas, estratégias de resolução e representações utilizadas, a fim de obter uma discussão matemática produtiva de modo que a construção de conhecimentos fosse com significado.

Quanto à fase de sistematização das aprendizagens, a professora assumiu um papel mais diretivo. Com a intenção de auxiliar os alunos a estabelecerem uma regra, para o cálculo do número de telefonemas para qualquer número de amigos, a professora em conjunto com os alunos construiu uma tabela na qual seria possível relacionar o número de amigos e o número de telefonemas que eles realizariam. A ação de elaborar esta tabela permitiu aos alunos realizar uma reflexão sobre a situação em questão e, assim, aprender as ideias matemáticas envolvidas com compreensão.

Referências

- CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, 16(2), 2009, Educação Matemática, pp. 81-118.
- CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H. MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. *Práticas de Ensino da Matemática*, 2012.
- CHAPIN, S. H.; O'CONNOR, C.; ANDERSON, N. C. *Classroom discussions: using math talk to help students learn*. Math Solutions Publications. Sausalito, CA, 2003.
- CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. Casos multimídia sobre o ensino exploratório na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, Márcia C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 19-32.
- CYRINO, M. C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016.

HMELO-SILVER, C.; DUNCAN, R.G.; CHINN, C.A. Scaffolding and achievement in problem-based and inquiry learning: A response to Kirschner, Sweller, and Clark (2006). *Educational Psychologist*, n. 42, v.2, p.99-107. Lawrence Erlbaum Associates, 2007.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS MATHEMATICS – NCTM. Princípios e Normas para a Matemática Escolar. Tradução portuguesa de: Principles and standards for School Mathematics. Lisboa: Associação de Professores de Matemática; Instituto de Inovação Educacional, 2ª edição. 2008.

PONTE, J. P.. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular. Lisboa, 2005, pp.11-34.

SMITH, M. S.; STEIN, M. K. Five practices for orchestrating productive mathematics discussion. National Council of Teachers of Mathematics. Reston, Virgínia, 2013.

SMITH, M. S. Practice-Based Professional Development for Teachers of Mathematics. National Council of Teachers of Mathematics. Reston, Virgínia, 2001.

STEIN, M. K. et al. Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development. 2. ed. New York: Teachers College Press, 2009.

STEIN, M. K.; SMITH, M. S. Mathematical tasks as a framework for reflection: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, v. 3, p.268-275, 1998.

STIGLER, J. W.; HIEBERT, J. The teaching gap: best ideas from the world's teachers for improving education in classroom. Free Press, Nova York, 1999.

TOWERS, J. Learning to teach mathematics through inquiry: a focus on the relationship between describing and enacting inquiry-oriented teaching. *Journal of mathematics education*, 13(3), pp.243-263, 2010.