

O FRACTAL HEXAGONAL TIPO DURER: POSSIBILIDADES DE EXPLORAÇÃO DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS CONFORME A OPINIÃO DE PROFESSORES DA REDE BÁSICA DE ENSINO

Fabricia de Carvalho Paixão
UNESPAR / Campo Mourão
fah-carvalho@hotmail.com

Mariana Moran Barroso
UNESPAR – Campo Mourão
marianamoranmar@gmail.com

Resumo:

Objetivamos com este relato de experiência apresentar conteúdos, indicados nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná, que professores da Educação Básica consideram que são possíveis de exploração a partir da construção do fractal Hexagonal tipo Durer no *software* GeoGebra. Pretendíamos responder as seguintes questões: quais conteúdos matemáticos são possíveis de serem explorados durante e após a construção do Fractal Hexagonal tipo Durer? Como uma prévia da pesquisa realizamos uma breve revisão bibliográfica a respeito da formação continuada de professores, geometria fractal e o uso do *software* GeoGebra em sala de aula. Os sujeitos participantes foram professores do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) do Paraná. Realizamos com estes sujeitos, a construção do Fractal Hexagonal Tipo Durer com o auxílio do *software* GeoGebra e propomos uma questão que foi respondida pelos mesmos. Após a análise de tal questão, tivemos como resultado alcançado que, segundo os sujeitos participantes, os conteúdos possíveis de exploração, são: Funções, Geometria, Grandezas e Medidas, e, Números e Álgebra.

Palavras-chave: Conteúdos Estruturantes. Geometria Fractal. *Software* GeoGebra.

Introdução

Nas Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCE), em 2008, foi introduzido o conteúdo básico de geometria não-euclidiana. Este documento sugere o estudo de tal geometria tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio. “Para o Ensino Fundamental e Médio, o Conteúdo Estruturante Geometrias se desdobra nos seguintes conteúdos: geometria plana, geometria espacial, geometria analítica, noções básicas de geometrias não-euclidiana” (PARANÁ, 2008, p.55). Conforme apresentado nas DCE:

“Entende-se por conteúdos estruturantes os conhecimentos de grande amplitude, conceitos, teorias ou práticas, que identificam e organizam os campos de estudos de uma disciplina escolar, considerados fundamentais para a compreensão de seu objeto de estudo/ensino [...] Dos conteúdos

estruturantes organizam-se os conteúdos básicos a serem trabalhados por série [...]” (PARANÁ, 2008, p. 23 - 26.).

Neste documento a geometria dos fractais é inclusa como tópico da geometria não-euclidiana e tal documento sugere que os alunos conheçam os conceitos básicos dessa geometria.

Diante deste contexto, levantamos o seguinte questionamento: quais conteúdos matemáticos são possíveis de serem explorados, durante as aulas de matemática, a partir da construção de um fractal do ponto de vista de professores de matemática da Educação Básica?

Tal questionamento nos motivou a investigar um grupo de professores que ensinam matemática, membros do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE)¹. Consideramos que este grupo apresenta uma característica propícia ao desenvolvimento da pesquisa, já que estes professores possuem uma vasta trajetória em sala de aula.

Esta pesquisa faz parte de um trabalho de conclusão de curso (TCC), tal trabalho dá continuidade a algumas reflexões e discussões realizadas em um Projeto de Iniciação Científica (PIC), que teve como foco o trabalho da geometria fractal em sala de aula, a partir da construção de fractais com o auxílio de materiais manipuláveis, materiais de desenho geométrico e o uso do *software* GeoGebra.

Abordar a geometria fractal em sala de aula pode ser algo novo para alguns professores em processo de formação continuada, visto que alguns desses sujeitos podem não ter tido contato com tal geometria durante sua formação inicial pelo fato dela ter sido inserida nas DCE em 2008 como já mencionamos. Assim, acreditamos ser relevante estudar com estes sujeitos a geometria fractal e discutir as possibilidades de conteúdos que possam ser trabalhados a partir dos fractais. Pretendemos então responder a seguinte questão: quais conteúdos matemáticos são possíveis de serem explorados durante e após a construção do Fractal Hexagonal tipo Durer do ponto de vista de professores de matemática da Educação Básica?

Assim, o objetivo principal deste trabalho é identificar quais conteúdos da matemática, estes sujeitos consideram possíveis de serem explorados durante e após a construção do fractal Hexagonal tipo Durer, realizada por meio do *software* GeoGebra. Para alcançar tal

¹O PDE compõe uma política pública do Estado do Paraná, que visa o diálogo entre os professores do ensino superior com os professores da educação básica. Essa relação ocorre por meio de atividades teórico-práticas e o objetivo do programa com estas atividades é alcançar a produção de conhecimento e mudanças na prática escolar dos professores nas escolas públicas paranaense. Este programa é integrado às atividades de formação continuada em educação e podem participar do mesmo, professores do quadro próprio do magistério (QPM) que se encontram no nível III, classe 8 a 11, da tabela de vencimento.

objetivo, identificamos se houve conteúdos básicos mencionados nas respostas apresentadas pelos professores. Caso não ocorresse a menção destes conteúdos, identificaríamos conteúdos que são sugeridos pelas DCE para serem trabalhados no processo de avaliação. Por exemplo, supondo que um professor tenha mencionado o conteúdo semelhança de triângulos, este nas DCE não é caracterizado como um conteúdo básico, porém analisando o documento é possível identificar que o conteúdo mencionado se encaixa no conteúdo estruturante de Geometria. Por fim, com base nestas análises, identificamos em quais conteúdos estruturantes se encaixam os itens mencionados.

No decorrer deste trabalho é abordado primeiramente uma breve revisão bibliográfica a respeito da geometria fractal, formação continuada de professores e do uso do *software* GeoGebra em aulas de matemática. Posteriormente apresentamos uma análise a respeito da questão respondida pelos sujeitos da pesquisa. E, por fim, são relatados os resultados e considerações finais.

O *software* GeoGebra e a Geometria Fractal: uma combinação para a formação inicial e continuada de professores

A geometria fractal é caracterizada por sua autossimilaridade, uma propriedade especial de suas formas geométricas (fractais). Esta propriedade caracteriza que as partes de um fractal que lhe seguem são semelhantes. Segundo Barbosa (2005), podemos utilizar essa geometria para modelar uma natureza irregular, pois a mesma oferece aproximações para essas formas. Beinot Mandelbrot foi o pioneiro em estudá-la, e para ele, a geometria fractal reflete uma natureza de irregularidades e fragmentações (BARBOSA, 2005). Na figura 1 é possível observar a autossimilaridade do fractal Hexagonal Tipo Durer.

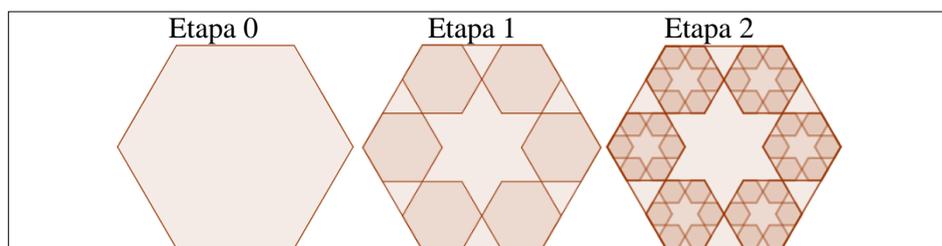


Figura 1: Autossimilaridade presente no Fractal Hexagonal tipo Durer
Fonte: Autoras

Em seu livro “Descobrimos a Geometria Fractal para a sala de aula”, Barbosa (2005) incentiva o trabalho da geometria fractal e afirma:

Creemos, no entanto, que para os fractais, em especial para a geometria fractal, faz-se necessário ao educador conseguir captar o educando com o transparecer de sua própria vibração e talvez evidenciando o êxtase na contemplação da beleza de seus visuais, conduzindo-o ao prazer pelas informações e conhecimentos culturais da vasta variedade de fractais (BARBOSA, 2005, p. 14).

Em uma pesquisa a respeito do que relatam as produções paranaenses sobre o ensino da geometria não euclidiana após sua inclusão nas DCE do Estado do Paraná, Bagio (2015), relata:

Em síntese, os resultados das pesquisas realizadas com relação às geometrias não euclidianas no Paraná podem ser divididos em três categorias gerais: I. A inserção desse conteúdo não foi algo simples e de concordância de todos os professores [...] II. A formação inicial e continuada do professor de Matemática deveria preparar melhor a todos para o ensino adequado deste conteúdo [...] III. A necessidade de mais materiais didáticos para o ensino desses conteúdos além dos propostos pela SEED [...] (BAGIO, 2015, p. 18).

O autor destaca ainda que conforme o que dizem as pesquisas analisadas sobre o tema, os professores de matemática tanto na formação inicial quanto na continuada, ainda não se encontram preparados adequadamente para o ensino da geometria não-euclidiana. Acreditamos que este processo de preparação demanda tempo e não é algo simples de se realizar, visto que os cursos de formação inicial necessitam reestruturar seus currículos para isso.

Em um trabalho voltado para a análise de teses e dissertações com relação ao uso do *software* GeoGebra na formação de professores, Cyrino e Baldini (2012, p. 60), mencionam: “De modo geral, os eixos temáticos identificados apontam para contribuições do *software* nos processos de ensino e de aprendizagem de conteúdos matemáticos”. As autoras ainda destacam alguns momentos que podem ser proporcionados ao utilizar-se as TIC (Tecnologias da Informação e Comunicação), e relatam:

[...] consideramos que nos cursos de formação de professores (inicial e continuada), ao trabalhar com o uso das TIC, podem ser oferecidos momentos nos quais eles tenham a oportunidade de: analisar um software como uma ferramenta que permite ao aluno construir novos conhecimentos matemáticos [...] investigar diferentes formas de utilizar o software para dinamizar as aulas, promovendo a interação entre o aluno e o objeto matemático [...] elaborar propostas alternativas de organização e gestão dos processos de ensino e de aprendizagem, por meio do uso do software, de modo a valorizar as interações entre os alunos, entre o aluno e o professor, [...] analisar e reconhecer diferentes formas de pensamento e de registros, provocadas pelo uso do software [...] (CYRINO E BALDINI, 2012, p.59).

Cury e Leivas (2008) abordam que gerar fractais utilizando o *software* GeoGebra, em trabalhos com professores de formação continuada pode proporcionar a estes a apropriação e aquisição de conhecimentos que não tiveram oportunidade de apreciar em sua formação inicial.

Faria e Maltempi (2012) afirmam que o *software* GeoGebra proporciona a exploração de um mesmo fractal em diferentes níveis. Os autores ainda ressaltam que o software é capaz de estimular o teste de algumas conjecturas proporcionando assim a comprovação ou refutação de algumas ideias. Pensamos que esta argumentação dos autores está relacionada à generalização do comportamento de um fractal. O *software* GeoGebra permite verificar tal comportamento (padrão fractal) em n etapas.

Baseados nestes estudos, realizamos a construção do fractal Hexagonal tipo Durer, com professores em formação continuada, membros do PDE. O Fractal foi escolhido do livro “Descobrimos a Geometria Fractal para a sala de aula”, de Ruy Madson Barbosa, e construído com o auxílio do *software* GeoGebra. O intuito do trabalho com estes sujeitos foi também de conscientizá-los que a geometria fractal pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de diferentes conteúdos matemáticos. Acreditamos que o professor é o principal mediador entre o aluno e o conhecimento, por isso o interesse em trabalhar com estes sujeitos de pesquisa e utilizando esta metodologia.

Descrição da investigação

Para realizar aplicação da questão, propomos um minicurso para um grupo de professores do PDE (Programa de Desenvolvimento Educacional) lotados em uma universidade estadual do Paraná. Tal minicurso visou à construção do fractal Hexagonal tipo Durer com o auxílio do *software* GeoGebra, e ocorreu no dia 10 de agosto de 2016 no Laboratório de Informática da Universidade Estadual do Paraná, campus de Campo Mourão. O tempo destinado para a construção e preenchimento das questões foi de aproximadamente 2 horas e contou com 14 participantes, os quais foram denotados por P1, P2, P3, assim por diante, até P14.

No dia do minicurso, para realizar a construção do fractal, solicitamos que os professores se agrupassem em duplas e, para melhor instruí-los, com o auxílio de um Datashow, projetamos a imagem do *software* GeoGebra no quadro. Os passos da construção foram relatados oralmente. O condutor do minicurso relatava os passos e simultaneamente os

realizava. Posteriormente os professores os desenvolviam. Assim, foi possível que os professores visualizassem e acompanhassem a realização de cada passo através da projeção no quadro. A figura 2, a seguir, apresenta o fractal construído.

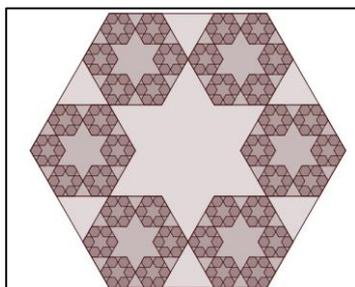


Figura 2: Fractal Hexagonal Tipo Durer Etapa 3
Fonte: Autoras

A construção do fractal, realizada com o auxílio do *software* GeoGebra, se desenvolveu com os seguintes passos:

- Etapa 0: Construção de um Hexágono Inicial de lado igual a 9 cm;
- Etapa 1: Construção de 6 hexágonos no interior do hexágono inicial;
- Etapa 2: Construção de 6 novos hexágonos no interior dos 6 hexágonos que surgiram na etapa 1.

O surgimento de 6 novos hexágonos é uma característica do fractal Hexagonal tipo Durer, processo que se renova em cada etapa do mesmo. Para auxiliar este momento da construção, a partir da etapa 1, criou-se uma ferramenta no *software* *GeoGebra*, a fim de minimizar o tempo de construção.

Na figura 1, apresentada anteriormente, também é possível visualizar a transformação que ocorreu em cada etapa deste fractal. Após realizarmos a construção do fractal, distribuimos uma questão para os professores responderem individualmente. Na próxima seção apresentaremos as análises desta questão e os resultados alcançados.

Análise da Questão

Ao elaborarmos a questão aplicada: “Quais conteúdos matemáticos você acha possível explorarmos durante e após a construção do fractal Hexagonal tipo Durer?”. Tivemos por objetivo identificar quais conteúdos estruturantes foram abordados por cada um dos

professores e para alcançar tal objetivo utilizamos como suporte as DCE (Diretrizes curriculares do Estado).

Tem-se nas DCE, como proposta para a Educação Básica da rede pública estadual, os seguintes conteúdos estruturantes: Números e Álgebra; Grandezas e Medidas; Geometrias; Funções e Tratamento da Informação (PARANÁ, 2008). Assim, com base no que é indicado por conteúdo estruturante, os quais englobam os conteúdos básicos, analisamos as respostas apresentadas para a questão 1, identificando quais foram os conteúdos estruturantes indicados pelos professores para serem explorados durante e após a construção do fractal Hexagonal tipo Durer. A tabela 1, a seguir, apresenta o levantamento dos conteúdos estruturantes citados nas respostas dos professores participantes.

CONTEÚDO ESTRUTURANTE	PROFESSOR QUE MENCIONARAM
Funções	P1 e P2.
Geometrias	P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10, P11, P12, P13 e P14.
Grandezas e Medidas	P1, P2, P3, P4, P5, P6, P8, P12, P13 e P14.
Números e Álgebra	P7, P8, P9, P10, P11, P13 e P14.

Tabela 1: Conteúdos estruturantes mencionados como resposta para a questão 1
Fonte: Autoras

O gráfico a seguir apresenta um levantamento, em porcentagem, dos conteúdos estruturantes que foram diretamente ou indiretamente mencionados pelos professores em suas respostas para a questão.

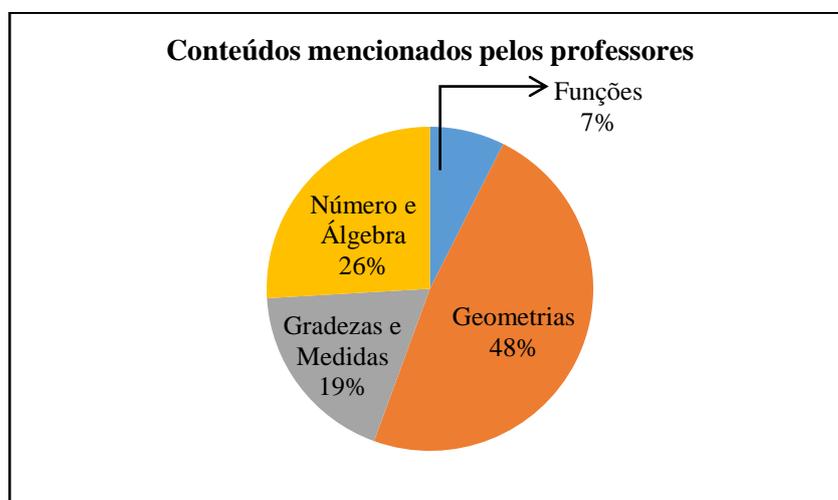


Figura 3: Frequência de conteúdos mencionados pelos professores
Fonte: Autoras

Como se pode observar, o conteúdo mencionado com maior frequência foi o de Geometrias e o conteúdo de Funções foi o menos mencionado. Já o conteúdo Tratamento da Informação não foi mencionado na resposta de nenhum professor.

As DCE indicam que no Ensino Médio o conteúdo estruturante de Tratamento da Informação inclui algumas noções de Probabilidade. No artigo intitulado “O ensino de probabilidade geométrica por meio de fractais e da resolução de problemas”², Lopes *et al.* (2013), apresentam exemplos de atividades que focam em trabalhar essas noções de probabilidade através de alguns fractais. Neste contexto acreditamos que os conceitos de Probabilidade Geométrica e Condicional, possam ser trabalhados através do fractal Hexágono de Durer, abarcando assim o conteúdo de Tratamento da Informação.

Com relação ao conteúdo estruturante de Funções para o Ensino Médio, pode-se observar a presença deste, por exemplo, na resposta apresentada pelo professor P1 ao citar: Sequências Numéricas, Progressão Geométrica e Funções. As DCE indicam que para este nível o aluno “[...] Reconheça, nas sequências numéricas, particularidades que remetam ao conceito das progressões aritméticas e geométricas; [...]” (PARANÁ, 2008, p.81). A imagem a seguir apresenta a resposta do professor P1.

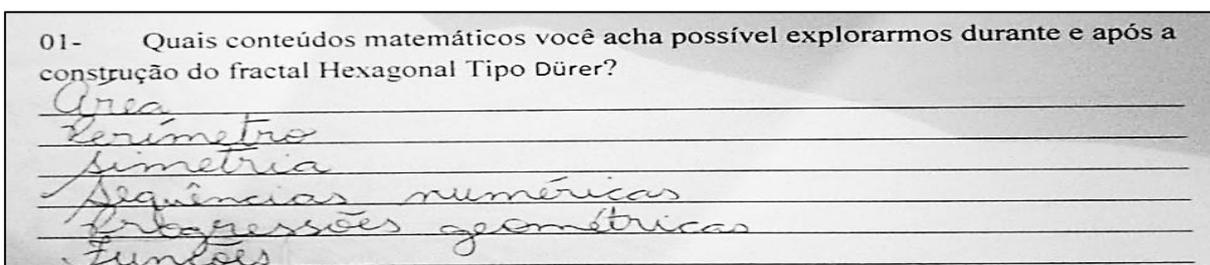


Imagem 2: Respostas da questão 1 apresentada pelo professor P1.
Fonte: Autoras

As DCE indicam que no Ensino Fundamental o conteúdo estruturante de Geometrias, seja trabalhado da seguinte forma, “Neste nível de ensino, o aluno deve compreender: os conceitos da geometria plana: ponto, reta e plano; [...] cálculos geométricos: perímetro e área [...]” (PARANÁ, 2008, p.56). Ainda sobre o que sugere as DCE para o trabalho deste conteúdo, com relação ao Ensino Médio aborda-se: “[...] os alunos realizam análises dos elementos que estruturam a geometria euclidiana, [...] Também, no Ensino Médio, aprofundam-se os estudos das noções de geometrias não-euclidianas ao abordar a geometria dos fractais [...]” (PARANÁ, 2008, p. 57).

² Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/500>

Assim, identificamos na resposta apresentada, por exemplo, pelo professor P3 e P4, a presença do conteúdo estruturante de geometria para ser trabalhado no Ensino Fundamental, pois estes citam, por exemplo, geometria plana e plano cartesiano. Já na resposta apresentada pelo professor P14, por exemplo, identificamos a presença deste conteúdo para um trabalho tanto no Ensino Fundamental, quanto no Ensino Médio, pois este professor cita: perímetro e fractais. As imagens 3 a 5 apresentam as respostas dos respectivos professores.

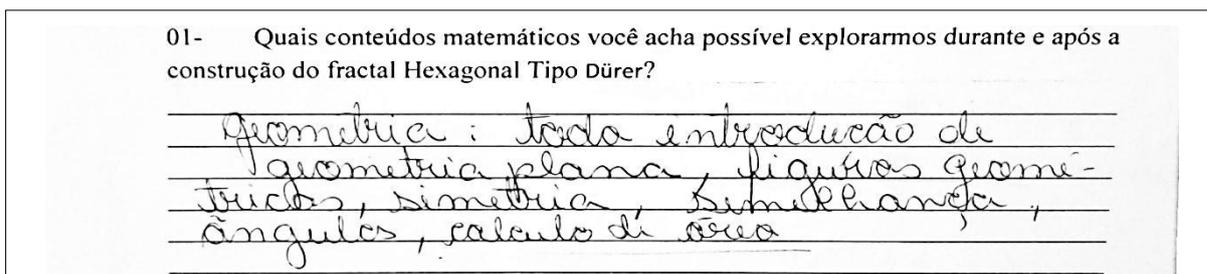


Imagem 3: Respostas da questão 1 apresentadas pelo professor P3.
Fonte: Autoras

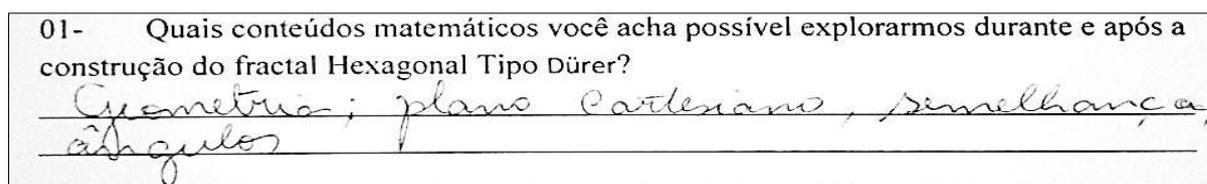


Imagem 4: Respostas da questão 1 apresentada pelo professor P4.
Fonte: Autoras

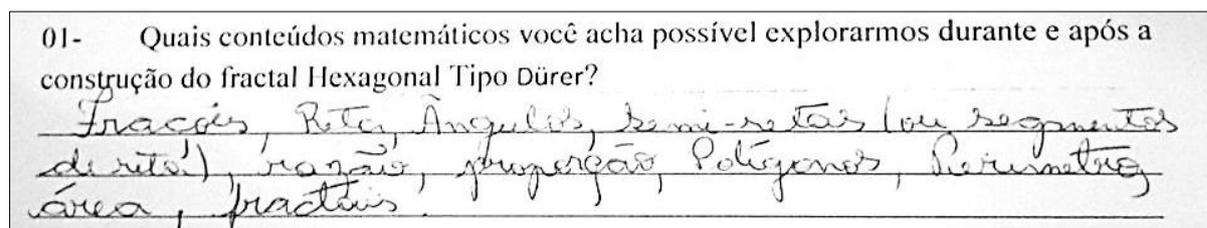


Imagem 5: Respostas da questão 1 apresentada pelo professor P14
Fonte: Autoras

Para um trabalho com o Ensino Fundamental, com relação ao conteúdo estruturante de Grandezas e Medidas, as DCE sugerem que nesta etapa, este conteúdo seja trabalhado de forma que aborde alguns conteúdos como, por exemplo, medidas de comprimento, medidas derivadas: áreas e volumes, medidas de ângulos, entre outros. Assim, com base no que é indicado pelas DCE, identificamos a presença do conteúdo de Grandezas e Medidas, por exemplo, na resposta apresentada pelos professores P12, ao mencionar: ângulos e área, conforme mostra as imagem 6, apresentada a seguir:

01- Quais conteúdos matemáticos você acha possível explorarmos durante e após a construção do fractal Hexagonal Tipo Dürer?

geometria; pontos, reta, área, ângulos

Imagem 6: Respostas da questão 1 apresentadas pelo professor P12.
Fonte: Autoras

Já com relação ao conteúdo Números e Álgebra, às expectativas com este conteúdo para o Ensino Fundamental são de que o mesmo seja trabalhado de forma que os alunos compreendam: “[...] o conceito de razão e proporção, regra de três, porcentagem, frações e dos números decimais e as suas operações” (PARANÁ, 2008, p.51). Assim, podemos identificar a presença deste conteúdo na resposta apresentada pelo professor P10 ao citar: razão e proporção e na resposta apresentada pelo professor P14 ao citar: frações. A seguir as imagens 7 e 8 apresentam a respostas destes professores.

01- Quais conteúdos matemáticos você acha possível explorarmos durante e após a construção do fractal Hexagonal Tipo Dürer?

Razão, proporção, geometria, polígono regular, área, perímetro, simetria

Imagem 7: Respostas da questão 1 apresentada pelo professor P10.
Fonte: Autoras

01- Quais conteúdos matemáticos você acha possível explorarmos durante e após a construção do fractal Hexagonal Tipo Dürer?

Frações, Reta, Ângulos, semi-retas (ou segmentos de reta), razão, proporção, Polígonos, Perímetros, área, fractais.

Imagem 8: Respostas da questão 1 apresentada pelo professor P14.
Fonte: Autoras

Após a análise da questão, observamos que os professores participantes conseguiram identificar que é possível explorar diferentes conteúdos matemáticos que fazem parte dos conteúdos estruturantes indicados pela DCE, durante e após a construção do fractal Hexagonal Tipo Durer, realizada com o auxílio do *software* GeoGebra.

Além disso, pelo fato de identificarmos nas respostas conteúdos estruturantes de diferentes níveis de ensino, ressaltamos que esta metodologia diferenciada - construção do fractal com o auxílio do *software* GeoGebra - proporciona a exploração de conteúdos

matemáticos com alunos em diferentes faixas etárias e os professores têm consciência e visibilidade desta opção, o que contribui para os processos de ensino e aprendizagem da matemática, além de proporcionar aos alunos o conhecimento e a apreciação do belo existente na geometria fractal.

Considerações Finais

Trabalhar com a geometria fractal em sala de aula e explorar fractais geométricos com o auxílio do *software* GeoGebra, pode ser algo novo para alguns professores. Como a noção de geometria não-euclidiana foi incluída em 2008 nas DCE no Estado do Paraná, acreditamos que o processo de adaptação dos cursos de professores em formação inicial e continuada, com relação ao trabalho da geometria não-euclidiana, ainda está ocorrendo e apesar de ter se passado quase 10 anos após esta inclusão, acreditamos que este tempo, no que diz respeito à adaptação nos cursos de formação inicial e continuada e também uma reforma nos livros didáticos, exigirá muito mais tempo.

Com este trabalho, buscamos investigar com um grupo de professores do programa PDE, maneiras de se explorar diferentes conteúdos matemáticos a partir do fractal Hexagonal tipo Durer do ponto de vista deles, realizando a construção deste fractal com o auxílio do *software* GeoGebra.

Trabalhar a geometria fractal atrelada a outros conteúdos matemáticos, é algo possível de ocorrer, visto que em nossas análises identificamos que os professores participantes acreditam que conteúdos, os quais se encaixam nos conteúdos estruturantes, como Funções, Geometria, Grandezas e Medidas, e Números e Álgebra, podem ser trabalhados durante e após a construção do Fractal Hexagonal tipo Durer.

Ressaltamos que abordar a geometria fractal em sala de aula e construir seus entes geométricos (fractais), em especial o fractal Hexagonal Tipo Durer, utilizando um *software* de Geometria como o GeoGebra, além de proporcionar aulas dinâmicas, proporciona que os professores explorem outros conteúdos matemáticos.

Esperamos ter proporcionado aos professores participantes uma reflexão a respeito da possibilidade de diversidade existente de conteúdos que podem ser trabalhados com o fractal Hexagonal Tipo Durer, mesmo que isso não tenha sido feito diretamente. Além disso, proporcionamos aos professores a exploração do *software* GeoGebra na construção do fractal Hexagonal tipo Durer.

Assim, ressaltamos que trabalhar a geometria fractal, atrelado ao uso do software GeoGebra, e também trabalhar simultaneamente outros conteúdos matemáticos, pode ser algo enriquecedor para o ensino. Ressaltamos também, que o fractal Hexagonal Tipo Durer, permite explorarmos diferentes conteúdos. Em trabalhos anteriores, com parceria de outros pesquisadores, realizamos uma exploração matemática, em sala de aula, através do fractal Árvore Pitagórica e do fractal Escada.

Por fim, mesmo que alguns professores não tinham conhecimento do trabalho com a geometria fractal e, principalmente, com o Fractal Hexagonal tipo Durer, foi possível que estes identificassem, durante a sua construção, conteúdos possíveis de serem trabalhados em sala de aula de modo a enriquecer o conhecimento dos alunos.

Referências

BARBOSA, R.M. **Descobrendo a geometria Fractal** - para a sala de aula. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

BAGIO, Viviane Aparecida. O que dizem as produções paranaenses quanto ao ensino das geometrias não euclidianas a partir da publicação das Diretrizes Curriculares da Educação do Estado do Paraná. **BOEM: Boletim Online de Educação Matemática**, Joinville, v. 8, n. 4, p.45-65, jul. 2015. Disponível em: <<http://www.revistas.udesc.br/index.php/boem>>. Acesso em: 22 fev. 2017

CURY, H.N; LEIVAS, J.C. Atividades com fractais em uma proposta de inovação curricular para cursos de formação de professores. Disponível em: <http://limc.ufrj.br/hitem4/papers/8.pdf>. Acesso em: 23 de novembro de 2016.

CYRINO, M. C.C. T; BALDINI, L. A. F. O software geogebra na formação de professores de matemática – uma visão a partir de dissertações e teses. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 1, n. 1, p.42-61, jun. 2012. Semestral.

FARIA. R. W. S; MALTEMPI, M. V. Manipulação e Análise de Padrões Fractais no Processo de Generalização de Conteúdos Matemáticos por meio do Software GeoGebra. In: Conferência Latino Americana de GeoGebra, 1, 2012, São Paulo. **Anais...** São Paulo: PUC-SP, 2012. p.1-15.

PARANÁ. Diretrizes Curriculares de matemática do Estado do Paraná, 2008. Disponível em http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_mat.pdf. Acesso em: 24 de novembro de 2016