

## ENSINO EXPLORATÓRIO NO TRABALHO COM NÚMEROS REAIS: A DUPLICAÇÃO DA ÁREA DO QUADRADO

Laís Maria Costa Pires de Oliveira  
Universidade Estadual de Londrina  
lais\_mariaa@hotmail.com

Tânia Marli Rocha Garcia  
Universidade Estadual do Paraná – Campus de Paranavaí  
taniamarli@hotmail.com

### Resumo:

Ao considerar as dificuldades de professores na organização e no desenvolvimento de trabalhos significativos em sala de aula, com potencial para explorar e sistematizar conceitos a respeito de conjuntos numéricos, especialmente aqueles que exigem maior abstração por parte dos alunos, a Comunidade de Prática de Professores que Aprendem e Ensinam Matemática, CoP-PAEM, organizou a proposta de uma aula para os anos finais do Ensino Fundamental e/ou do Ensino Médio, na perspectiva do ensino exploratório, a ser desenvolvida a partir do trabalho com a tarefa Duplicação da Área do Quadrado, adaptada de um livro didático e a tarefa Explorando Folhas de Papel elaborada pelos professores participantes da CoP. Para este minicurso serão utilizadas as tarefas impressas, folhas de papel milimetrado, calculadora, régua, tesoura e folhas de papel do tipo A ( $A_3$ ,  $A_4$ ,  $A_5$ ). Neste minicurso temos o objetivo de oferecer a possibilidade de os participantes vivenciarem a experiência de uma aula exploratória, discutirem aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem de conjuntos numéricos segundo essa perspectiva de ensino e de (re)significarem conhecimentos profissionais especialmente seu conhecimento matemático e sobre o ensino de matemática.

**Palavras-chave:** Números Reais. Ensino Exploratório.

### Introdução

Apesar de as discussões a respeito dos números reais permearem grande parte da trajetória de estudos de alunos e de professores, é possível identificar dificuldades, de naturezas diversas, existentes nos processos de ensino e de aprendizagem a respeito do tema, em diferentes níveis escolares. Essas dificuldades parecem ser intensificadas conforme os estudos e discussões sobre os números reais afastam-se de explorações com apoio de referenciais concretos, comuns nos trabalhos acerca dos conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais, e encaminham-se para a sistematização de conjuntos numéricos cujas definições demandam maior capacidade de abstração dos indivíduos, como é o caso do conjunto dos números irracionais.

Segundo os PCN (BRASIL,1998), os trabalhos desenvolvidos em sala de aula com números irracionais pouco têm contribuído para que os alunos produzam significado para esse

conjunto numérico e assim sejam capazes de lidar com situações mais abstratas, próprias do contexto matemático, em que esses números são mais recorrentes. Souto (2010) destaca que é comum que o tratamento dado ao conjunto dos números irracionais nas aulas de matemática, muitas vezes com o apoio de livros didáticos, seja reduzido à apresentação pontual de alguns de seus elementos ( $\sqrt{2}, \pi, \phi, \sqrt{13}...$ ) e à posterior resolução de exercícios de cálculo com radicais, situação que oferece poucas oportunidades de discussão entre alunos e entre alunos e professores, para a construção e (res)significação de conhecimentos acerca do conjunto dos números irracionais.

Para Siroc e Zazsik (2007), a dificuldade em compreender o conceito de número irracional é inerente à própria natureza do conjunto dos irracionais, mas sua compreensão é essencial para a (re)construção do conceito de número demandada na expansão existente do conjunto dos números racionais para o conjunto dos números reais. Ao considerar esses aspectos, pensamos que é necessário que exista, por parte dos professores, um cuidado na seleção e na proposição de tarefas em sala de aula com o intuito de explorar o conceito de número irracional, de modo que estas sejam relevantes para o desenvolvimento matemático dos alunos e que possam oferecer a eles oportunidades de construir/(res)significar esse conceito de forma significativa.

Nesse sentido, consideramos que a organização de aulas na perspectiva do ensino exploratório (PONTE, 2005; CANAVARRO, 2011; CANAVARRO, OLIVEIRA, MENEZES, 2012; OLIVEIRA, MENEZES, CANAVARRO, 2013; CYRINO, 2016) a partir de tarefas desafiadoras, com potencial para a construção e (res)significação do conceito de número irracional pelos alunos valorizando seus conhecimentos prévios, pode ser considerada uma alternativa ao ensino diretivo, e muitas vezes limitado, que tem sido desenvolvido para esse tema. A perspectiva de aulas exploratórias nos parece estar mais alinhada aos esforços dos professores e às orientações curriculares no que se refere à ampliação e aprofundamento do trabalho com números irracionais em sala de aula, de maneira mais significativa tanto para os alunos quanto para os professores.

Segundo Canavarro (2011), a perspectiva do ensino exploratório defende que a aprendizagem dos alunos acontece por meio de seu engajamento no trabalho com tarefas desafiadoras, valiosas, que lhes possibilite observar conhecimentos, ideias, conceitos e procedimentos matemáticos surgirem com significado, a partir de suas ações e discussões com colegas e com o professor. Uma aula exploratória desenvolve-se por meio das etapas: proposição da tarefa, desenvolvimento da tarefa pelos alunos com o apoio do professor,

discussão coletiva das diferentes resoluções elaboradas para a tarefa e a sistematização das aprendizagens (CANAVARRO, OLIVEIRA, MENEZES, 2012; CYRINO 2016). Para que essa dinâmica aconteça, é fundamental o papel dos alunos e do professor, a escolha criteriosa de uma tarefa, além do desenvolvimento da exploração matemática em sala de aula em acordo com as intenções do professor com a aula, pautados nas orientações curriculares em vigor.

Ao levar em conta as discussões pontuadas anteriormente, a CoP-PAEM se engajou na organização de uma proposta de trabalho para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental ou do Ensino Médio, baseada na perspectiva do ensino exploratório, a partir de tarefas com potencial para exploração e construção ou (res)significação do conceito de número irracional, uma delas, adaptada de um livro didático e outra, elaborada pelos participantes da Cop.

Esse trabalho elaborado pela CoP-PAEM durante o ano de 2016, sustenta e orienta o desenvolvimento deste minicurso, direcionado aos professores que ensinam matemática na Educação Básica, aos alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática e aos demais interessados em discutir esse tema. Temos por objetivo promover a reflexão e discussões relacionadas ao ensino e a aprendizagem de números irracionais e ao ensino exploratório, a partir do trabalho desenvolvido com as tarefas Duplicação da Área do Quadrado e Explorando Folhas de Papel.

### **Infraestrutura necessária para a realização do minicurso**

Para o desenvolvimento deste minicurso serão necessários os seguintes materiais (a serem providenciados pelas ministrantes): folhas com cada uma das tarefas impressas, “Duplicação da Área do Quadrado” (tarefa é dividida em duas partes que serão impressas em duas folhas distintas de papel A4, uma delas com a parte 1 da tarefa e a outra com a parte 2 da tarefa) e “Explorando Folhas de Papel” (tarefa única organizada com 5 questões), folhas de papel milimetrado (uma por participante), folhas do tipo A ( $A_3$ ,  $A_4$ ,  $A_5$ ) para cada grupo, tesoura, régua, cola, calculadora e giz branco para registros no quadro. O espaço físico necessário será uma sala de aula equipada com projetor de slides e mesas e cadeiras para os participantes.

### **Desenvolvimento do minicurso**

O desenvolvimento do minicurso iniciará a partir da proposição da tarefa Duplicação da Área do Quadrado, que é constituída de duas partes, como apresentado a seguir.

**Quadro 1: Tarefa Duplicação da área do quadrado**

<p>Primeira parte:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Utilizando o papel quadriculado construa um quadrado com lados de medida 5 cm.</li> <li>2. Calcule a área desse quadrado e descreva seu raciocínio, justificando sua resposta.</li> <li>3. Descreva a relação que existe entre a área do quadrado e a medida de seu lado, representando-a em linguagem algébrica.</li> </ol>
<p>Segunda parte</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Construa um quadrado cuja área seja o dobro da área do primeiro quadrado que você construiu. Qual será a medida do lado desse novo quadrado? Justifique sua resposta.</li> </ol>

**Fonte: CoP-PAEM**

Na sequência, será proposta a tarefa Explorando Folhas de Papel organizada da seguinte maneira:

**Quadro 2: Tarefa Explorando Folhas de Papel**

<p>A folha de papel no formato A<sub>4</sub> tem dimensões 210 mm de largura por 297 mm de comprimento e é um dos formatos de uma série (Série A<sup>1</sup>) de papéis comercializados, que varia entre os formatos A<sub>0</sub> (maior folha) e A<sub>10</sub>, (menor folha). É comum utilizar folhas de papel A<sub>4</sub> para registrar anotações, criar desenhos, imprimir textos, imagens... <b>Mas, por que a folha de papel A<sub>4</sub> tem esse formato e esse tamanho?</b></p>			
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Com algumas de folhas de papel da série A (A<sub>5</sub>, A<sub>4</sub> e A<sub>3</sub>) em mãos, explore suas dimensões e seu formato, identifique e registre as relações que existem entre elas.</li> <li>2. Discuta com seus colegas e apresente possíveis razões para as folhas de papel da Série A terem esse formato.</li> <li>3. Como se trata de uma série, os outros tamanhos de folha da série A devem obedecer às mesmas relações. Agora que você conhece as razões para o formato, você consegue completar a tabela com as dimensões dos outros tamanhos da série, mesmo sem ter as folhas em mãos? Explique seu raciocínio.</li> </ol>			
<b>Formato</b>	<b>Comprimento (c)</b>	<b>Largura (l)</b>	
<b>A<sub>0</sub></b>			
<b>A<sub>1</sub></b>			
<b>A<sub>2</sub></b>			
<b>A<sub>3</sub></b>			
<b>A<sub>4</sub></b>			
<b>A<sub>5</sub></b>			
<b>A<sub>6</sub></b>			
<b>A<sub>7</sub></b>			
<b>A<sub>8</sub></b>			
<b>A<sub>9</sub></b>			
<b>A<sub>10</sub></b>			
<ol style="list-style-type: none"> <li>4. Analise os dados do quadro anterior, discuta com seus colegas e apresente possíveis razões para as folhas de papel da Série A terem essas dimensões. Você pode explorar outras dimensões ou grandezas relacionadas às folhas e anotar nas colunas disponíveis.</li> </ol>			

<sup>1</sup> A Série A, assim como outras séries de formatos de papéis, segue o padrão estabelecido pela ISO 216, da International Organization for Standardization. No Brasil e no Mercosul, essa padronização está regulamentada pela NBR NM ISO 216:2012 da Associação Brasileira de Normas e Técnicas (ABNT).

5. Após a exploração feita, faça uma síntese das principais ideias matemáticas envolvidas na tarefa, e elabore uma resposta para a questão inicial: **por que a folha de papel A4 tem esse formato e esse tamanho?**

**Fonte: CoP-PAEM**

A dinâmica do minicurso acompanhará as etapas do trabalho de alunos e professores em uma aula na perspectiva do ensino exploratório. Para cada uma das partes propostas da tarefa será realizada:

- Proposição da tarefa: orientações a respeito da forma de trabalho (pequenos grupos, de 3 a 4 pessoas, registro das resoluções com suas justificativas, para posterior compartilhamento), distribuição da folha com a tarefa impressa, leitura do enunciado seguida de uma breve discussão sobre o que os participantes compreenderam acerca do que foi solicitado;
- Desenvolvimento da tarefa: momento em que os participantes trabalharão em conjunto para resolver a tarefa, com o apoio das formadoras que propõem o minicurso;
- Discussão coletiva das resoluções: compartilhamento de algumas das resoluções e justificativas produzidas pelos grupos (que serão selecionadas e sequenciadas pelas formadoras que propõem o minicurso, para posterior apresentação), confronto entre as resoluções apresentadas e análise de seu potencial matemático para a etapa seguinte de sistematização de conceitos/ideias matemáticas;
- Sistematização das aprendizagens: momento em que os conhecimentos matemáticos evidenciados nas resoluções dos participantes serão relacionados e sistematizados pelas formadoras em uma estrutura organizada e formal.

### **Considerações finais**

Os estudos realizados na CoP-PAEM a respeito do ensino do conceito de número irracional na perspectiva do ensino exploratório foram pautados na relação teoria e prática, de forma que os aspectos teóricos dessa temática foram discutidos e confrontados com as experiências realizadas pelos professores em suas aulas, em um processo de reflexão sobre a prática. O resultado desse trabalho é a produção de conhecimentos específicos a respeito do ensino, que se integram ao conjunto de conhecimentos profissionais dos professores (ELBAZ, 1983; SCHULMAN, 1986; CYRINO 2003, PONTE, OLIVEIRA, 2002; OLIVEIRA, 2004).

Nesse movimento, a CoP-PAEM concluiu que as aulas de matemática desenvolvidas na perspectiva do ensino exploratório têm grande potencial para promover a aprendizagem dos alunos por meio de seu engajamento e de sua participação ativa em sala, e que a concretização dessas aulas exige mudanças significativas na dinâmica do trabalho em sala de aula, especialmente ao que se refere às ações e atitudes do professor, que precisa coordenar seu trabalho com o de toda a turma e realizar intervenções no sentido de promover o desenvolvimento do pensamento autônomo dos alunos.

Na realização deste minicurso, nossa intenção é a de compartilhar tais conhecimentos com os participantes, num contexto em que poderão “experimentar” pessoalmente uma aula exploratória em toda a sua dinâmica. Ao se colocar na condição de “aluno” o professor ou futuro professor pode antecipar possíveis impactos dessa forma de ensino, e refletir a respeito dos processos de aprendizagem que podem ocorrer, levando em conta a sua própria experiência como aprendente.

Segundo Kelchtermans (2009), o conhecimento demandado dos professores para o exercício da profissão é amplamente idiossincrático e baseado em experiências pessoais, de modo que o reconhecimento de um conhecimento, ou de uma forma diferente de ensinar, somente é validado e aceito se o professor ou futuro professor percebe que tal conhecimento é relevante para ele mesmo, ou que pode ser relevante para seus alunos.

Acreditamos que o minicurso proposto se configura como uma oportunidade de compartilhar o trabalho realizado pela CoP-PAEM, e de promover reflexões que possam contribuir para o aprimoramento do conhecimento profissional dos participantes, particularmente quanto ao conhecimento matemático acerca dos números irracionais e ao conhecimento do ensino da matemática com foco neste tema.

## Referências

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CANAVARRO, A. P. **Ensino exploratório da Matemática**: Práticas e desafios. Educação e Matemática, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.

CANAVARRO, A.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: SANTOS, L. (Ed.), **Investigação em Educação Matemática 2012**: Práticas de ensino da Matemática. Portalegre: SPIEM, 2012, p. 255–266.

CYRINO, M. C. C. T. **As várias formas de conhecimento e o perfil do professor de matemática na ótica do futuro professor**. 2003. 256 f. Tese (Doutorado em Educação) – FEUSP, São Paulo, São Paulo, 2003.

\_\_\_\_\_. (Org.). **Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática**: elaboração e perspectivas. Londrina: EDUEL, 2016.

ELBAZ, F. **Teacher thinking**: A study of practical knowledge. London: Croom Helm, 1983.

KELCHTERMANS, G. Who I am in how I teach is the message: self-understanding, vulnerability and reflection. **Teachers and Teaching**: theory and practice. v. 15, n. 2, p. 257–272, 2009.

OLIVEIRA, H. M. A. P. **A construção da identidade profissional de professores de Matemática em início de carreira**. 2004. 576 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) – Departamento de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2004.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. **Quadrante**, v. 22, n. 2, p. 1-25, 2013.

PONTE, J. P. Gestão Curricular em matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2005, p. 11-34.

PONTE; OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista de Educação**, Campinas, v. 11, n. 2, p. 145-163, 2002.

SHULMAN, L. S. Those who understanding: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4 -14, fev. 1986.

SIROTIC, N. & ZAZKIS, A. Irrational numbers: the gap between formal and intuitive knowledge. **Educational Studies in Mathematics**, v. 65, n. 1, p. 49-76, 2007.

SOUTO, A. M. **Análise dos Conceitos de Número Irracional e Número Real em Livros Didáticos da Educação Básica**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, Instituto de Matemática – IM. 2010