

## O USO DE TRAJETÓRIAS HIPOTÉTICAS DE APRENDIZAGEM EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ABORDAGEM TEÓRICA

Victor Hugo dos Santos Gois  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
victor.gois28@hotmail.com

Karina Alessandra Pessoa da Silva  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
karinasilva@utfpr.edu.br

### Resumo:

Neste artigo apresentamos algumas considerações a respeito do uso de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem que podem subsidiar atividades de modelagem matemática com diferentes enfoques para os diferentes momentos de familiarização dos alunos com atividades de modelagem. As discussões que apresentamos fazem parte do trabalho de conclusão de curso de especialização em Ensino de Ciências e Educação Matemática que tinha como objetivo apresentar três propostas de atividades de modelagem matemática, que tratavam a respeito de funções trigonométricas, subsidiadas pelas Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem e com incentivo de *applets*, como os disponíveis no *GeoGebra*. Nosso objetivo é o de divulgar as articulações possíveis que percebemos entre as Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem e os diferentes momentos de familiarização que podem impulsionar outros trabalhos e mais discussões a respeito destes temas que tratamos.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Trajetória Hipotética de Aprendizagem. Modelagem Matemática. Momentos de Familiarização.

### Introdução

Observando o tema deste evento “Diversidade e Educação Matemática: desafios e perspectivas” buscamos com este trabalho fomentar discussões e apresentar possíveis alternativas a professores que dentre outras dúvidas se questionam a respeito da existência de ambientes de ensino<sup>1</sup> que promovem a aprendizagem dos alunos, recursos que potencializam e/ou auxiliam esses ambientes e apresentação de conteúdos do currículo de Matemática de forma contextualizada e interdisciplinar.

Neste artigo apresentamos considerações a respeito das Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA), proposta por Simon (1995), e os momentos de familiarização dos alunos

---

<sup>1</sup> Também chamados de ambientes de aprendizagem escolar é caracterizado como “[...] um lugar previamente organizado para promover oportunidades de aprendizagem e que se constitui de forma única na medida em que é socialmente construído por alunos e professores a partir das interações que estabelecem entre si e com as demais fontes materiais e simbólicas do ambiente” (MOREIRA, 2007, p. 56 *apud* Bragança, Ferreira e Pontelo, 2008, p.3).

com atividades de modelagem matemática, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Silva, Almeida e Gerônimo (2011). As THA, para nós, podem potencializar e auxiliar os professores no trabalho com atividades de modelagem.

Essas considerações que trazemos fazem parte do trabalho de conclusão de curso de especialização, Gois (2017), em Ensino de Ciências e Educação Matemática.

No trabalho supracitado nos propusemos a apresentar três atividades, uma para cada momento de familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática, e os diferentes enfoques que as THA podem assumir para cada tipo de atividade. Além disso, as atividades todas versaram a respeito do ensino de funções trigonométricas com situações contextualizadas e procuraram fazer uso do computador, em especial do software *GeoGebra*, pois vimos que a educação escolar tem como um dos objetivos o de “propiciar ao aluno meios para que aprenda de forma que se lembre do que aprende quando precisar, quer para a aprendizagem de novos conteúdos, quer para resolver problemas com que se depara na sua vida acadêmica ou fora dela (MOREIRA, 1999, p. 12)”.

Neste trabalho, porém apresentamos as vicissitudes do planejamento de atividades de modelagem em sala de aula prevendo as possibilidades de exploração das mesmas a partir das THA de Simon (1995), incentivando o uso da Modelagem Matemática (MM) como ambiente de aprendizagem escolar.

Com isso, este texto contempla, além dessa introdução, cinco seções. Na primeira apresentamos nosso entendimento sobre modelagem matemática para na segunda tratarmos da implementação de atividades de modelagem em sala de aula segundo momentos de familiarização dos alunos. A terceira seção é destinada à abordagem da THA. Na quarta estabelecemos uma articulação entre modelagem matemática e trajetórias hipotéticas de aprendizagem considerando os momentos de familiarização. Finalizamos apresentando nossas considerações.

## **Modelagem Matemática**

A partir da prerrogativa de formar cidadãos críticos, a Educação Matemática se faz necessária para aprimorar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, de modo que, por meio dessa disciplina os alunos consigam ser agentes ativos na construção do conhecimento. Sendo assim, a Modelagem Matemática, como um ambiente de aprendizagem, permite a possibilidade de explorar a Matemática, dentre outros pontos, a partir de situações do

interesse dos alunos.

Para Bassanezi (2002), Modelagem Matemática é definida como sendo a “[...] arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (p. 16).

A Modelagem Matemática “[...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões (BURAK, 1992, p. 62)”, ou seja, a MM “busca trabalhar os conteúdos matemáticos de uma forma que possibilite a construção dos conceitos matemáticos, buscando as relações destes com o dia-a-dia, sua aplicação, utilização e importância (BURAK; BARBIERI, 2005, p. 2)”.

De forma geral a Modelagem Matemática na Educação Matemática é entendida por diferentes pesquisadores e constituída por diferentes configurações, tais como: metodologia de ensino e de aprendizagem, ambiente de aprendizagem, alternativa pedagógica, entre outras abordagens. Porém, todas essas convergem em ensinar Matemática com o uso de modelos matemáticos que buscam uma solução para problemas dentro e fora da Matemática.

Desse modo, um modelo matemático consiste em um

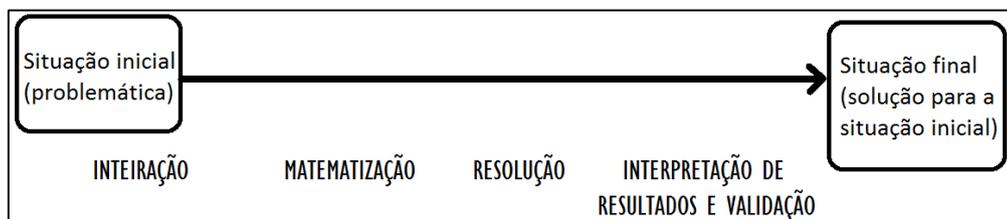
[...] sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012) os modelos matemáticos não consistem apenas de expressões algébricas, mas podem ser construídos a partir de diferentes representações, tais como gráficos, tabelas e até textos ou imagens, dependendo do nível de escolaridade, a qual a atividade de modelagem está atrelada, e dos objetivos do professor. Burak (2010) extrapola a ideia de modelo afirmando que listas de compra, croquis, maquetes, projetos estruturais ou plantas baixa de casas também podem ser considerados modelos, mas tudo depende da situação-problema e do nível de escolaridade.

Ao desenvolver uma atividade de modelagem matemática, uma situação-problema é traduzida para símbolos matemáticos, cujo objetivo é otimizar a busca por uma solução a partir de uma análise minuciosa dos dados que compõem esse problema, por meio da compreensão e levantamento de hipóteses que possam solucionar o mesmo (BIEMBENGUT; HEIN, 2007).

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012) uma atividade de modelagem consiste no intermeio entre uma situação inicial (problemática), e a situação final desejada (elaboração de um modelo para descrever a situação ou os fenômenos além de uma solução para a

problemática). E a MM, nesta perspectiva, pode perpassar por cinco fases: inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação (não necessariamente nessa ordem). Na Figura 1 apresentamos um esquema proposto por esses mesmos autores para melhor elucidar as fases propostas.



**Figura 1:** Esquema das fases da modelagem.  
**Fonte:** ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.15.

A inteiração é o primeiro contato com a situação-problema, em que são identificadas suas características por meio da coleta de dados quantitativos ou qualitativos; a matematização é a transição da linguagem natural da problemática (seja ela “dentro” ou “fora” da matemática<sup>2</sup>) em linguagem matemática, utilizando símbolos e objetos matemáticos; a resolução é a formulação de um modelo matemático que represente a situação; a interpretação dos resultados e validação visam aplicar o modelo matemático construído e consistem em responder às perguntas formuladas na problemática avaliando o modelo construído e suas interpretações.

Ainda que muitas pesquisas tenham sido feitas a respeito do uso de Modelagem Matemática sob diferentes aspectos, não paradigma único, pelo contrário, encontram-se algumas características semelhantes entre elas.

Kaiser e Sriraman (2006) embasados em pesquisas reforçam a ideia de que não há uma única definição para a modelagem e nem definições “corretas”. Eles apresentam cinco perspectivas “globais” de classificação a partir do objetivo da MM que se busca:

**Modelagem realista ou aplicada:** com objetivos pragmáticos-utilitaristas, isto é: resolver problemas do mundo real, a compreensão do mundo real, promoção e modelagem de competências;

**Modelagem contextual:** possui objetivos psicológicos relacionados ao assunto, ou seja, resolvendo problemas do contexto do aluno.

**Modelagem Educacional;** dividida em:

**a) Modelagem didática:** com objetivos pedagógicos relacionados à estruturação e aprendizagem de processos;

**b) Modelagem conceitual:** com objetivos pedagógicos relacionados à introdução e desenvolvimentos de conceitos.

**Modelagem sócio-crítica:** possui objetivos pedagógicos como compreensão crítica do mundo que nos rodeia;

<sup>2</sup> Consideramos de matematização “dentro” da matemática como o contexto escolar em que a matemática se faz presente e a matematização “fora” da matemática quando estamos nos remetendo a situações que a *priori* não apresentam aspectos matemáticos, mas que podem ser interpretadas via matemática.

**Modelagem teórica ou epistemológica:** com objetivos de teoria-orientada, ou seja, a promoção e desenvolvimento da teoria (KAISER; SRIRAMAN, 2006, p.304, tradução nossa).

Desse modo, o professor pode analisar a partir de seus objetivos de que maneira pretende utilizar as atividades de modelagem com seus alunos a partir das necessidades do mesmo para os processos de ensino e aprendizagem. Ainda que com diferentes abordagens, a modelagem em todos os casos segue a premissa de tentar trazer para a sala de aula situações com dados baseados na realidade, contudo não é obrigatório que isso aconteça sempre.

Logo, podemos entender a Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem para o professor nos processos de ensino e de aprendizagem, que visa ensinar matemática a partir da solução de problemas por meio de modelos matemáticos. Pois segundo Barbosa (2004),

[...] o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo (BARBOSA, 2004, p. 75).

Com vistas à implementação de atividades de modelagem matemática em sala de aula, muitas pesquisas defendem que seu uso ocorra de forma gradativa seguindo diferentes momentos de familiarização dos alunos com atividades de modelagem.

### **Momentos de familiarização dos alunos com Modelagem Matemática**

Silva, Almeida e Gerônimo (2011) e Almeida, Silva e Vertuan (2012) descrevem que ao trabalhar com atividades de modelagem em sala de aula o professor pode “ensinar o aluno a trabalhar com modelagem” familiarizando o mesmo com atividades de modelagem. Esses autores definem três momentos diferentes de trabalho em sala com atividades deste tipo valorizando a autonomia dos alunos. No primeiro momento de familiarização o professor já apresenta uma situação-problema com dados necessários e um problema matemático já definido, segundo Silva, Almeida e Gerônimo (2011, p. 30-31), “o próprio professor apresenta essas informações e os alunos realizam a investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático, assessorados pelo professor”.

O segundo momento de familiarização com atividades de modelagem já traz uma maior independência dos alunos com relação ao professor. É apresentada uma situação e alguns dados,

porém cabe ao aluno determinar um problema, as hipóteses que serão consideradas, se necessário coletar mais dados e definir as variáveis. Para Silva, Almeida e Gerônimo (2011, p. 33) “O que muda, essencialmente, do primeiro momento para o segundo é a independência dos alunos no que se refere ao uso ou obtenção de dados bem como à definição de procedimentos extra matemáticos e matemáticos adequados”.

Assim, ao trabalharem com atividades desses dois momentos, os alunos podem ir desenvolvendo confiança em formular modelos, definindo aquilo que é necessário para sua situação-problema e verificando que é possível diferentes modelos responderem a uma situação inicial e a partir de então trabalhar com atividades de modelagem matemática caracterizadas como de terceiro momento de familiarização. “O professor neste [terceiro] momento já pode atuar como alguém que orienta, que sugere ponderações, ou simplesmente aquele que atende quando é solicitado” (SILVA; ALMEIDA; GERÔNIMO, 2011, p. 35, acréscimos nossos) e cabe ao aluno desenvolver desde a escolha de uma situação-problema, definição dos dados, variáveis e hipóteses até a resolução da situação respondendo seu problema inicial.

Desse modo podemos sintetizar estes momentos de familiarização conforme Tabela 1.

**Tabela 1:** Papel do professor e do aluno e os momentos de familiarização de atividade de modelagem

As atividades de Modelagem Matemática inseridas de forma gradativa nas aulas:			
	1º Momento	2º Momento	3º Momento
Papel do professor	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propõe situação-problema;</li> <li>• apresenta o problema;</li> <li>• apresenta as possíveis variáveis.</li> </ul> <p>Professor dá suporte no papel do aluno confirmando aquilo que eles fazem e questionando para estimulá-lo a chegar a situação final.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propõe situação-problema;</li> <li>• traz alguns dados pertinentes à situação proposta.</li> </ul> <p>Professor passa ao papel de auxiliador e procura ajudar os alunos no decorrer do desenvolvimento das atividades dando uma maior autonomia do que nas atividades de primeiro momento.</p>	<p>Professor dá maior autonomia aos alunos desenvolvendo o papel de orientador para as atividades em desenvolvimento. O docente pode ou não indicar uma temática para a turma ou ainda deixar que os discentes, em grupos, escolham alguma temática que desejam explorar.</p>
Papel do aluno	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Formula as hipóteses;</li> <li>• deduz o modelo para a situação;</li> <li>• valida o modelo;</li> <li>• responde o problema.</li> </ul> <p>O aluno amparado pelo professor faz a matematização da</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estabelece um problema;</li> <li>• identifica as variáveis.</li> <li>• formula as hipóteses;</li> <li>• deduz o modelo para a situação;</li> <li>• valida o modelo;</li> <li>• responde o</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propõe situação-problema;</li> <li>• apresenta o problema;</li> <li>• apresenta as variáveis;</li> <li>• formula as hipóteses;</li> <li>• deduz o modelo para a situação;</li> <li>• valida o modelo;</li> <li>• responde o problema.</li> </ul> <p>Nesse momento os alunos já</p>

situação-problema, valida e responde a atividade.

problema. Nesse momento os alunos já trabalharam com atividade de modelagem antes e já tem certa segurança e desenvolvem alguma autonomia do professor para tentarem resolver o problema.

trabalharam com atividades caracterizadas como de momentos anteriores, tem autonomia na resolução e veem no professor um orientador no processo de criação e desenvolvimento de atividades de modelagem.

**Fonte:** Os autores.

Durante o planejamento das aulas, independente do momento de familiarização, cabe ao professor avaliar constantemente o quanto seus estudantes já aprenderam, ou ainda, que bases esses têm para poder se aprofundar a respeito de determinado conteúdo e, a partir disso, traçar estratégias para que alcancem aquilo que o docente espera. Sob essa ótica, as Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem se apresentam como instrumento pedagógico que auxilia o professor a alcançar esses objetivos.

### **Trajetória Hipotética de Aprendizagem**

Ao desenvolver suas pesquisas em ensino de Matemática, Martin Simon analisa a partir de tarefas matemática como é feito o ensino dos conteúdos matemáticos e como o professor os conduz em sala de aula. Para propor o que Simon chama de Ciclo de Ensino de Matemática e Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem ele se baseia numa perspectiva de ensino construtivista e discute a importância de uma pedagogia da Matemática.

Esse mesmo autor ao falar da discussão de ensino construtivista no meio acadêmico da Educação Matemática, coloca que diferentes pesquisas moldam a ideia de construtivismo a partir de seus objetivos.

De expressões como “Construtivismo Radical” e “Construtivismo Social” derivam algumas orientações, caracterizando a existência de uma diversidade de perspectivas epistemológicas semelhantes dentro dessas categorias. Conseqüentemente, parece importante uma descrição aprofundada da perspectiva construtivista na qual nossa pesquisa está baseada (SIMON, 1995, p. 4).

Simon caracteriza o construtivismo dizendo que o sujeito constrói seus conhecimentos de mundo a partir de suas experiências e vivências, buscando a partir daquilo que já sabe galgar ideias mais profundas e complexas. “O ensino é um processo pelo qual adapta suas experiências de mundo (SIMON, 1995, p. 5)”.

Nosso interesse está no trabalho (adaptação com a nossa experiência de mundo). Para esclarecer essa concepção de trabalho precisamos fazer uma extensão: construir nosso senso de percepção ou dados, construir um prognóstico adequado para resolver um problema ou para realizar uma meta (SIMON, 1995, p. 4).

Ao tratar da Pedagogia da Matemática, Simon questiona como o construtivismo pode contribuir com a mesma fomentando que comumente usamos o termo “ensino construtivista” enquanto essa teoria não traz uma solução para resolver os problemas nos processos de ensino e de aprendizagem e nem como aplicar esse tipo de ensino.

É preciso ter cuidado, segundo Simon (1995), ao tratar da teoria do construtivismo haja vista que ele não descreve parâmetros práticos de ensino, mas discorre a respeito do desenvolvimento do conhecimento, que pode se manifestar tanto na prática pedagógica, no professor ou ainda no aluno. Não há um paradigma que possa sintetizar totalmente de forma basilar os processos de ensino e aprendizagem. Sendo assim, pode-se dizer que o construtivismo não dita a utilização e a não utilização de diferentes estratégias de ensino.

Simon (1995) trata o processo de aprendizagem como “um processo de construção individual e social mediados por professores com a concepção de um trabalho estruturado na qual se entende a aprendizagem dos alunos (Simon, 1995, p. 7)”.

O termo “Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem” fora introduzido pela primeira vez por Simon (1995) com o objetivo de auxiliar no trabalho em sala de aula, em que são consideradas todas as experiências e conhecimentos dos professores. Nas palavras do autor

eu uso o termo “trajetória hipotética de aprendizagem” para me referir a previsão do professor como um caminho pelo qual a aprendizagem pode ocorrer. É hipotético porque a trajetória real de aprendizagem não é conhecida previamente. Ela caracteriza uma tendência esperada. A aprendizagem individual dos estudantes ocorre de forma idiossincrática, embora frequentemente em caminhos similares. É assumido que uma aprendizagem individual tem alguma regularidade, que a sala de aula limita a atividade matemática frequentemente de formas previsíveis, e que muitos estudantes na mesma sala podem se beneficiar da mesma tarefa matemática (SIMON, 1995, p. 135, tradução nossa)<sup>3</sup>.

Ainda, de acordo com Simon (1995), o professor a partir de suas experiências pedagógicas e conteudistas pode bem escolher de que maneira a aprendizagem dos alunos

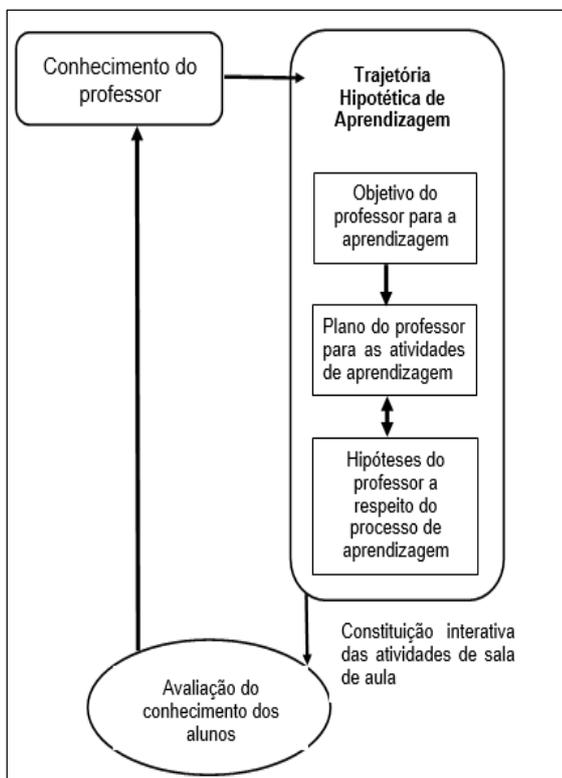
---

<sup>3</sup> I use the term "hypothetical learning trajectory" to refer to the teacher's prediction as to the path by which learning might proceed. It is hypothetical because the actual learning trajectory is not knowable in advance. It characterizes an expected tendency. Individual students' learning proceeds along idiosyncratic, although often similar, paths. This assumes that an individual's learning has some regularity to it, that the classroom community constrains mathematical activity often in predictable ways, and that many of the students in the same class can benefit from the same mathematical task.

poderá melhor ocorrer analisando racionalmente aquilo que irá propor.

Assim, (1) o professor define o objetivo de aprendizagem de seus alunos de forma clara e concisa, (2) constrói as tarefas para o ensino e (3) desenvolve de forma hipotética como serão resolvidas essas atividades, tentando supor de que maneiras os alunos irão pensar possíveis dúvidas e diferentes maneiras de resolução da mesma situação-problema. Para Pires (2009) essa tríade é basilar no desenvolvimento de THA e é fundamental para o que Simon denomina como Ciclo de Ensino de Matemática que inter-relaciona os conhecimentos do professor, o pensamento dos alunos e a interação entre estes.

Além disso, o Ciclo de Ensino de Matemática (Quadro 1), envolve ainda os conhecimentos do professor e a avaliação do conhecimento dos alunos.



**Quadro 1:** Ciclo de Ensino de Matemática (abreviado).  
**Fonte:** SIMON, 1995, p. 136.

Simon (1995) faz alusão das THA a uma viagem, em que você recolhe informações a respeito dos lugares que pretende conhecer e formula um plano para essa viagem, de maneira que busque esgotar suas dúvidas a respeito de cada lugar que desejará passar. Porém, no decorrer podem acontecer alguns fatores que influenciem nesse planejamento. Sendo assim, segundo Simon (1995), o caminho pelo qual você viaja é a sua trajetória e o caminho que você havia planejado é a sua trajetória hipotética.

A compreensão matemática do professor e suas hipóteses a respeito do conhecimento

dos alunos é uma das características das THA. O educador não consegue acessar diretamente o conhecimento dos seus alunos, assim como reforça Simon (1995), que não é possível que os professores conheçam o entendimento real dos estudantes. Então o professor consegue comparar seus entendimentos a respeito de um determinado conceito com base em sua constituição hipotética de como os alunos irão aprender, mas não sabe por quais fins os alunos o alcançarão realmente.

Contudo, no que diz respeito aos saberes do docente de Matemática tudo pode contribuir e expandir as THA proposta. Conhecimento de diferentes teorias de aprendizagem, encaminhamentos metodológicos, representações da matemática, materiais didáticos e prática de ensino fortalecem o trabalho do professor à medida que define os objetivos de sua trajetória hipotética extrapolando as possíveis dúvidas e diferentes rumos que determinado conteúdo pode tomar. Então, por meio da interação professor e aluno esses objetivos podem ser alterados de forma contínua no desenvolvimento do trabalho em sala, sendo aprimorado ou refinado. O aluno tem papel primordial por meio de suas impressões de possibilitar ao professor os possíveis desvios que lhes proporcione uma “melhor viagem”.

Simon (1995) discorre que as Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem não necessariamente vão considerar alcançar um único objetivo por vez, ou ainda uma única trajetória. É de suma importância a definição do objetivo e de um caminho, porém, o que importa são as análises que o professor faz no decorrer da atividade e suas decisões quanto a elas. Desse modo,

[...] o desenvolvimento de um processo de trajetória hipotética de aprendizagem e o desenvolvimento de atividades de aprendizagem têm um relacionamento simbiótico; a geração de ideias para atividades de aprendizagem é dependente das hipóteses do professor sobre o desenvolvimento do pensamento e da aprendizagem dos estudantes, além disso, a geração de hipóteses do desenvolvimento conceitual do estudante depende da natureza de atividades antecipadas (SIMON, 1995, p. 136, tradução nossa)<sup>4</sup>.

Assim, as Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem podem ser entendidas também como um recurso para o professor nos processos de ensino e de aprendizagem, que visa ensinar matemática estabelecendo objetivos, em seguida, utilizando toda sua identidade profissional para traçar hipóteses para atingir esses objetivos e interagindo com os alunos e formatando a

---

<sup>4</sup> [...] the development of a hypothetical learning process and the development of the learning activities have a symbiotic relationship; the generation of ideas for learning activities is dependent on the teacher's hypotheses about the development of students' thinking and learning; further generation of hypotheses of student conceptual development depends on the nature of anticipated activities.

trajetória no desenvolver das atividades pelos discentes.

Articulações entre THA e modelagem matemática têm sido objeto de estudo de alguns pesquisadores. Silva e Ferreira (2016) tratam de Modelagem Matemática e Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem argumentando sobre as potencialidades do uso das THA para o professor que deseja preparar aulas pautadas na Modelagem Matemática. Porém em nosso trabalho, estamos interessados em estabelecer relações entre THA e os momentos de familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática.

### **THA e os três momentos de familiarização**

Ao trabalhar em um ambiente de aprendizagem, propiciado pela modelagem, pensando em sua inserção gradual em sala de aula, o professor pode dispor de THA no processo de planejamento de suas aulas, e por meio da teoria desenvolvida por Simon buscar um maior preparo para trabalhar com modelagem com os alunos e as situações diversas que podem acontecer em sala.

Assim, consideramos que para cada momento de familiarização com atividades de modelagem as Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem assumem um enfoque diferente.

Para atividades do primeiro momento, em que há uma dependência maior dos alunos com o professor, as atividades de modelagem se constituem na resolução de um problema pré-definido, nesse sentido, o professor precisa deixar claro o objetivo da aprendizagem, bem como desenvolver um plano em que considera o trabalho em grupo e as diferentes formas que os grupos podem desenvolver para obter uma solução para o problema. É preciso levar em consideração formas adequadas e também as formas inadequadas de resolução com o intuito de prever encaminhamentos a serem realizados enquanto hipóteses sobre o processo de aprendizagem. Nesses encaminhamentos também é preciso considerar questionamentos com relação ao problema e aos conteúdos matemáticos.

Uma THA pensada para atividades de segundo momento de familiarização, deve considerar que os alunos experimentam uma maior autonomia na busca de dados além dos fornecidos e a determinação da situação-problema. Os objetivos para aprendizagem, para além dos conteúdos matemáticos, estão relacionados com as ações que os alunos tomam para desenvolver a atividade. A partir de uma situação-problema, o plano se inicia com hipóteses sobre diferentes problemas que podem emergir e as formas de coleta de dados que podem ser estabelecidas pelos grupos de alunos. A partir de então, assim como no primeiro momento,

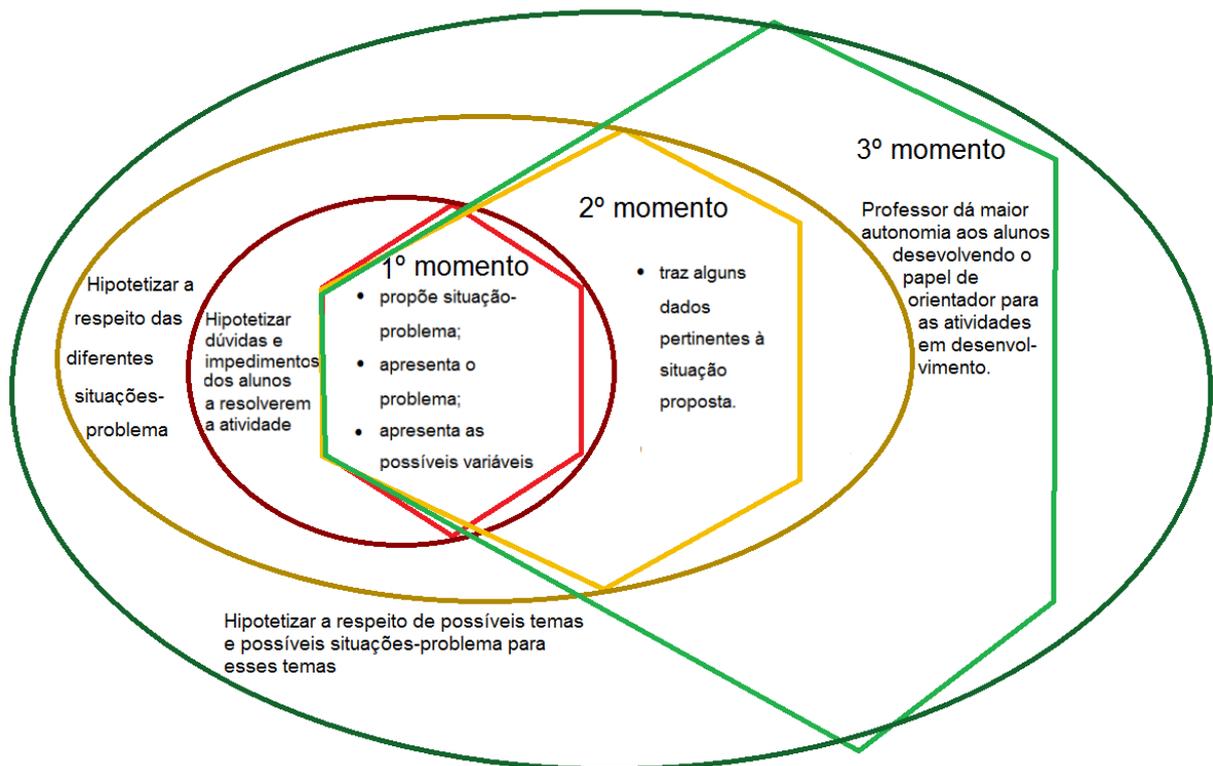
planejar diferentes formas de condução das ações dos alunos frente ao desenvolvimento da atividade. Sendo assim, essas THA devem apresentar um plano mais aberto<sup>5</sup> do que as THA para atividades de primeiro momento, principalmente com relação aos conteúdos matemáticos que podem emergir.

Quando os alunos atingem um maior nível de autonomia e já estão mais habituados com atividades de modelagem, o professor pode trabalhar com atividades de último momento de familiarização, de terceiro momento. Nesse nível as atividades têm um grau de complexidade maior que nas atividades de momentos anteriores, pois antes de desenvolver THA, como as elucidadas anteriormente, o professor precisa levantar os diferentes temas que os alunos pretendem estudar e, a partir daí, traçar hipóteses de possíveis que poderiam ser considerados e quais situações-problema poderiam emergir, para então pensar nos encaminhamentos, contratempos e desafios. De fato, o que podemos considerar são diferentes THA para cada situação-problema a ser investigada pelos grupos. O papel do professor é o de orientador no desenvolvimento da atividade e pode construir o plano de acordo com os avanços dos alunos com o que se propuseram a estudar.

Na Figura 3 ilustramos o papel do professor nessa possível relação entre as Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem e as atividades de modelagem nos diferentes momentos de familiarização dos alunos.

---

<sup>5</sup> Embora na abordagem teórica apresentada por Simon (1995) não se faça menção a plano mais aberto, nosso entendimento sobre os momentos de familiarização considera que diferentes abordagens podem ser propostas. Não está no escopo desse artigo apresentar essas diferentes abordagens.



**Figura 3:** Diferentes enfoques para a THA em relação às atividades de modelagem de diferentes momentos.

**Fonte:** Os autores.

Assim quando os alunos avançam no nível de familiaridade com atividades de modelagem o professor desenvolve trajetórias com grau de complexidade maior, pois a autonomia do aluno retira do professor o papel exclusivo de trazer aquilo que será estudado em sala e o conduz a um papel de orientador. Desse modo o professor pode se antecipar tecendo hipóteses de que caminhos seus alunos poderão escolher, mas não tem como objetivo abranger a todos esses.

### Considerações finais

Levando em consideração o que apresentamos, percebe-se que, as Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem que Simon (1995) propõe surgem como ferramentas potencializadoras ao planejar atividades no ambiente de aprendizagem da Modelagem Matemática. Entendemos que considerar trajetórias hipotéticas de aprendizagem em atividades de modelagem auxilia o professor, pois possibilita que esse vislumbre um “leque” de alternativas que podem surgir no desenvolvimento de atividades, permitindo um preparo para as situações hipotetizadas. Contudo, não é intenção destacar que THA contemplem todas as possibilidades que podem emergir em sala de aula, visto que cada turma de alunos tem sua

singularidade.

Devemos ressaltar que todas as THA construídas por um docente estão intrinsecamente relacionadas ao conhecimento matemático e extra-matemático<sup>6</sup> do professor com relação à situação, bem como ao conhecimento sobre os alunos com os quais trabalha.

Desse modo, quanto mais forem levadas essas informações em consideração, mais bem explorada e enriquecida uma trajetória pode ser, pois se torna uma ferramenta para prática pedagógica que pode favorecer um ambiente de aprendizagem.

Assim, consideramos que há relações entre os momentos de familiarização dos alunos com atividades de modelagem matemática e como as Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem podem ser construídas, sendo essa segunda uma ferramenta que pode potencializar o trabalho do professor em um ambiente de aprendizagem proporcionado pela modelagem. Contudo, ressaltamos que estas considerações que aqui apresentamos são uma interpretação pessoal que fazemos da teoria desenvolvida por Simon (1995) e do modo de entender modelagem por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

## Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004. Disponível em:  
<[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos\\_teses/2010/Matematica/artigo\\_veritati\\_jonei.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf)> Acesso em: 13 jun. 2017.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 4.ed. São Paulo: Contexto, 2007. 127p.

BRAGANÇA, B.; FERREIRA, L. A. G.; PONTELO, I. **Práticas Educativas e Ambientes de Aprendizagem Escolar: Relato de Três Experiências**. CEFET MG: Seminário Nacional de Educação Profissional e Tecnológica, 2008. Disponível em:  
<[http://www.senept.cefetmg.br/galerias/Arquivos\\_senept/anais/terca\\_tema1/TerxaTema1Artigo17.pdf](http://www.senept.cefetmg.br/galerias/Arquivos_senept/anais/terca_tema1/TerxaTema1Artigo17.pdf)> Acesso em: 13 jun. 2017.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-**

---

<sup>6</sup> Chamamos de conhecimento extra-matemático todo conhecimento que não está propriamente dentro da área da Matemática, sendo conhecimentos científicos, físicos, químicos, biológicos, sociais exemplos de conhecimentos extra-matemáticos.

**aprendizagem.** Campinas, 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Campinas, 1992.

BURAK, D. Modelagem matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v.1, n.1, p.10-27, 2010.

Disponível em: <<http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelagem/article/view/2012/1360>>. Acesso em 12 dez. 2016.

BURAK, D.; BARBIERI, D. D. Modelagem Matemática e suas implicações para a Aprendizagem Significativa. In: IV CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - CNMEM, 2005, Feira de Santana-BA. **Anais...** Feira de Santana - BA: UEFS, 2005. Disponível em: <<http://www.dionisioburak.com.br/artigos-eventos>>. Acesso em 13 jun. 2017.

GOIS, V. H. S. **Modelagem Matemática no ensino de funções trigonométricas:** uma proposta por meio da Trajetória Hipotética de Aprendizagem. 2017. 66 p. Monografia (Especialização em Ensino de Ciências e Educação Matemática - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, 2006. p. 302-310, 2006. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/225805678\\_A\\_global\\_survey\\_of\\_international\\_perspectives\\_on\\_modelling\\_in\\_mathematics\\_education](https://www.researchgate.net/publication/225805678_A_global_survey_of_international_perspectives_on_modelling_in_mathematics_education)>. Acesso em: 13 jun 2017.

MOREIRA, A. F. **Ambientes de Aprendizagem no Ensino de Ciência e Tecnologia.** Belo Horizonte: CEFET-MG, 2007. Notas de aula.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem.** São Paulo: EPU, 1999.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W.; GERÔLOMO, A. M. L. “Aprendendo” a fazer modelagem matemática: a vez do aluno. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, v. 1, p. 28-36, 2011.

SILVA, K. A. P.; FERREIRA, P. E. A. É possível hipotetizar uma aula com Modelagem Matemática? In: XII Encontro Nacional de Educação Matemática, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo, 2016.

SIMON, M. Reconstructing mathematics pedagogy from a contrutivist perspective. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 26, n. 2, p. 114-145, 1995.