

FASES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: UMA PESQUISA

Thaís Dutra da Hora
Universidade Estadual do Norte do Paraná
thadutra69@hotmail.com

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa Robim
Universidade Estadual do Norte do Paraná
barbara.palharini@uenp.edu.br

Rudolph dos Santos Gomes Pereira
Universidade Estadual do Norte do Paraná
rudolphsantos@uenp.edu.br

Resumo:

Este artigo apresenta uma investigação sobre o uso de atividades de modelagem matemática na Educação de Jovens e Adultos. Apresentamos uma atividade de modelagem matemática desenvolvida com 10 alunos da Educação de Jovens e Adultos na região do norte do Paraná, tendo como objetivo investigar os aspectos da Modelagem Matemática utilizados nas resoluções dos alunos. Dados foram coletados por meio de registros escritos, da gravação em áudio do discurso dos alunos e da elaboração de mapas conceituais pelos alunos que desenvolveram a atividade. Os aspectos metodológicos da pesquisa nos direcionaram para uma análise qualitativa de dados, feita por meio dos pressupostos da análise de conteúdo. Resultados apontam a maneira como os alunos transitam pelas fases da atividade de modelagem matemática e como elaboram os mapas conceituais no desenvolvimento da atividade.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Educação de Jovens e Adultos. Aprendizagem Significativa.

Introdução

O ensino e a aprendizagem de matemática dos alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), tem tido rendimento escolar insatisfatório (MIGLIORINI, 2007). Esse fato nos causa desconforto, e foi o motivo escolhido para o desenvolvimento de um trabalho de conclusão de um curso de Licenciatura em Matemática, na região norte do Paraná.

Quando tratamos da Educação de Jovens e Adultos, segundo Oliveira (2004) a Modelagem Matemática pode contribuir para melhorar o ensino e aprendizagem dos alunos da EJA em matemática, por relacionar os conteúdos matemáticos do currículo com a realidade dos alunos, proporcionando assim sentido e significado para os conteúdos matemáticos vistos na sala de aula.

Neste contexto, delineamos o problema de pesquisa: Que contribuições para a aprendizagem de alunos da EJA, são possíveis por meio de atividades de modelagem

matemática? Para a investigação do problema de pesquisa, levantamos questões específicas: Quais os procedimentos dos alunos ao desenvolverem atividades de modelagem matemática?

Desse modo, o objetivo deste artigo é investigar os aspectos da Modelagem Matemática utilizados nas resoluções dos alunos. Neste artigo, sinalizamos tais características a partir das fases, detalhadas na literatura, para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Abordamos o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática realizada na pesquisa citada, bem como identificamos os aspectos metodológicos da pesquisa; a perspectiva assumida com relação a Modelagem Matemática; a atividade de modelagem matemática com a qual foi possível a coleta de dados; a análise dos resultados; as considerações e as referências que foram utilizadas na pesquisa.

Aspectos Metodológicos

Nessa pesquisa a Modelagem Matemática é entendida como um meio de abordar situações-problema da realidade por meio da matemática, de acordo com o entendimento dos autores citados (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013; BIEMBENGUT; HEIN, 2011). Sendo considerado relevante, neste contexto, responder a um problema originado da realidade, seja por meio de um modelo matemático, como indica Biembengut e Hein (2011), seja por meio de considerações e reflexões, com base na Matemática e no uso de modelos matemáticos sobre a situação-problema inicial, o que evidencia a fase de interpretação de resultados e validação de Almeida, Silva e Vertuan (2013).

A atividade de modelagem matemática foi desenvolvida considerando o primeiro momento de familiarização citado por Almeida, Silva e Vertuan (2013) e apresentados por Almeida e Dias (2004), onde todos os dados e informações necessárias sobre o tema são fornecidos pelo professor, cabendo ao aluno construir o modelo e encontrar a solução para o problema.

No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, dados foram coletados por meio de registros escritos e da gravação em áudio do discurso dos alunos. No final do desenvolvimento da atividade, foi solicitado aos alunos a elaboração de mapas conceituais, de acordo com a teoria da aprendizagem significativa, para compor o *corpus* de análise dessa pesquisa.

Para análise dos dados foi utilizado a metodologia de análise de conteúdo de Bardin (2009), onde a ênfase está no processo da pesquisa e não no produto final. A análise de conteúdo, segundo essa metodologia é organizada em três fases: a primeira fase “a pré-analítica”, corresponde a fase de leitura e organização do material a ser analisado; a segunda fase “a exploração do material”; é a fase de codificação do material e a definição das categorias para a análise; e na terceira fase “o tratamento dos resultados, a interferência e a interpretação”, é a fase de análise e reflexão dos resultados encontrados.

A pesquisa foi realizada com 10 alunos com idade entre 19 e 50 anos, da Educação de Jovens e Adultos, de um colégio estadual, localizado na cidade de Assaí, Paraná.

A Atividade de Modelagem Matemática

A atividade de modelagem matemática (Figura 1) foi adaptada de Almeida, Silva e Vertuan (2013) para o desenvolvimento com os alunos em seu primeiro contato com atividades dessa natureza.

A segurança eletrônica em questão: cerca elétrica

Cercas elétricas vêm sendo amplamente utilizadas na Europa e nos Estados Unidos desde 1930. No Brasil o uso desse equipamento tornou-se mais significativo a partir da década de 1990.

A finalidade inicialmente proposta para a cerca elétrica era dividi áreas de pastagens e lavouras. Atualmente, ela é utilizada para auxiliar na segurança em residências, estabelecimentos comerciais e industriais, entre outros locais.

O aumento do índice de violência, tanto no campo como na cidade, requer equipamentos de segurança mais sofisticados. Portões altos, muros com pedaços de vidro, grades na janela não são mais suficientes para evitar que residências e estabelecimentos comerciais sejam invadidos. A cerca elétrica é uma alternativa para ampliar o nível de segurança.

Em áreas residenciais, a cerca elétrica costuma ser ligada a uma central, capaz de emitir descarga elétrica suficiente para impulsionar uma pessoa para longe. O choque, nome popular dessa descarga elétrica, afugenta o intruso sem causar maiores danos e, se os fios forem cortados, um alarme é acionado.

Considerando o interesse de investigar instalações de cercas elétricas foram obtidos os dados:

Tabela 1: Preços de kits (pronto e a montar) para a instalação de cercas elétricas residenciais.

Conteúdo	Opção 1 (kit pronto)	Opção 2 (Kit a montar)
Central		R\$ 254,00
Bateria		R\$ 87,00

Sirene	R\$ 554,00	R\$ 40,00
Haste de aterramento		R\$ 59,00
Cerca (20 metros com 4 fios)		_____
Valor do metro de cerca (4 fios)	R\$ 12,00	R\$ 9,00

Fonte: as autoras

Nas situações são consideradas as informações:

- Na opção 1: o valor do kit R\$ 554,00 e paga-se R\$ 12,00 por metro de cerca que exceder 20 m.
- Na opção 2: tem-se um valor fixo de R\$ 440,00 e cada metro de cerca custa R\$ 9,00.

A partir dessas informações, qual a opção mais vantajosa para um cliente que deseja instalar esse equipamento?

Figura 1: Sugestão de temática a partir da literatura
Fonte: adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 75).

Análise dos Resultados da Pesquisa

No polo empírico da pesquisa dados foram coletados, com alunos da Educação de Jovens e Adultos, a fim de atingir os objetivos da pesquisa, ou seja, investigar características na produção dos alunos, que possam denotar a aprendizagem de conceitos matemáticos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Antes da aplicação do questionário do perfil dos alunos, o questionário foi validado por três professores do ensino superior, utilizando o instrumento de validação. A coleta dos dados ocorreu com 10 alunos da EJA do ensino médio, foram coletados registros escritos e em áudio dos alunos durante o desenvolvimento da atividade. Para esta utilização aos alunos foi solicitado à instituição um termo de consentimento livre esclarecido.

Segundo a metodologia utilizada, inicialmente foi realizada a leitura de todo o material coletado a fim de organizar a fase de exploração. Na fase de exploração do material, os registros escritos dos alunos foram selecionados, bem como os registros em áudio. Para o processo de análise foram adotados os seguintes códigos A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9 e A10, para os alunos da EJA.

No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática os alunos foram divididos em dois grupos G1 composto pelos alunos codificados (A1, A2, A3, A4, A5) e o G2 composto pelos alunos codificados (A6, A7, A8, A9, A10).

Com o objetivo de analisar os aspectos da Modelagem Matemática utilizados nas resoluções dos alunos, foram definidos as seguintes unidades de registro para a primeira unidade de contexto: inteiração; matematização; resolução; interpretação e validação dos resultados.

O quadro 1 sintetiza as representações das unidades de contexto e os registros conforme aborda a Modelagem Matemática e a Teoria da Aprendizagem Significativa na resolução dos alunos da EJA.

Unidade de Contexto	Unidade de Registro	Síntese	Códigos (EJA)
Aspectos da Modelagem Matemática	Inteiração	Os alunos fizeram a leitura da atividade, identificaram a situação-problema, e levantaram as hipóteses.	A4, A3 e A6
	Matematização	Os alunos transformaram a situação-problema de uma linguagem natural para uma linguagem matemática.	A5 e A2
	Resolução	Os alunos apresentaram uma solução que respondesse a atividade.	Todos os alunos de G1 e G2
	Interpretação e Validação dos Resultados	Os alunos analisaram a resposta encontrada para responder o problema inicial.	A8 e A7
Teoria da Aprendizagem Significativa	Mapas Conceituais	Os alunos elaboraram mapas conceituais.	Todos os alunos de G1

Quadro 1: Categoria 1: unidades de contexto e de registro – EJA

Fonte: os autores

Análise das unidades de registro

Na inteiração, como primeira etapa da atividade de modelagem matemática, os alunos fizeram a leitura da atividade, levantaram os dados fornecidos na situação-problema, identificaram o problema e levantaram as hipóteses, conforme sinaliza o diálogo:

A8: Então assim, considerando, considerando o kit, os vinte metros do kit da opção, se você for fazer vinte metros a opção um seria mais

A10: Mais em conta. [...] Se você for precisar de 60 metros a mais

A8: Se eu for precisar fazer sessenta metros de cerca o kit dois

A10: O kit dois seria a opção.

A9 e a10: Mais vantajosa.

A8: Não é sessenta a mais, se eu for precisar fazer sessenta metros de cerca.

A10: Não sessenta metros a mais.

A8: Ah ta.

A10: Porque os vinte aqui oh já é incluído, ele teria que fazer oitenta metros. Se ele for fazer oitenta metros de cerca compensa você comprar o segundo kit, se você for fazer oitenta.

A7: Menos de oitenta.

A10: Só vinte.

A8: Só vinte, compensa o kit um.

A10: O kit um. Se você for fazer oitenta ai já é o kit dois.

De modo oral os alunos de cada grupo discutiram entre si, a maneira como eles iriam resolver a atividade, e por interpretação dos dados contidos na atividade. O registro gráfico não foi utilizado por nenhum grupo, pois tiveram dificuldades para elaborar o gráfico e interpretá-lo para a resposta à situação-problema, configurando a transição da linguagem natural para a linguagem matemática, ou seja, a fase de matematização.

A resolução dos grupos consistiu no desenvolvimento da atividade por dois grupos G1 e G2, tanto os alunos do grupo G1 quanto do grupo G2 não sistematizaram um modelo matemático, resolveram a situação-problema por meio de aproximações matemáticas utilizando as quatro operações, sendo discutidas inicialmente por diálogos entre os alunos do grupo, para responder a situação inicial. Os alunos não utilizaram na resolução modelos algébricos, somente aritmético, tiveram dificuldades para trabalhar com incógnitas. Os alunos não utilizaram na resolução modelos algébricos (apenas quando a professora propôs a sistematização dos conceitos matemáticos que poderiam ser utilizados na atividade de modelagem matemática), somente aritméticos, tiveram dificuldades para trabalhar com incógnitas (Figura 1).

	<table border="1"> <thead> <tr> <th>L (comprimento em m)</th> <th>C1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 a 20</td> <td>554</td> </tr> <tr> <td>21</td> <td>$554 + 12 = 554 + 1 \cdot 12$</td> </tr> <tr> <td>22</td> <td>$554 + 12 + 12 = 554 + 2 \cdot 12$</td> </tr> <tr> <td>23</td> <td>$554 + 12 + 12 + 12 = 554 + 3 \cdot 12$</td> </tr> <tr> <td>24</td> <td>$554 + 12 + 12 + 12 + 12 = 554 + 4 \cdot 12$</td> </tr> <tr> <td>25</td> <td>$554 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 554 + 5 \cdot 12$</td> </tr> <tr> <td>...</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>L</td> <td>$554 + (L - 20) \cdot 12$</td> </tr> </tbody> </table>	L (comprimento em m)	C1	1 a 20	554	21	$554 + 12 = 554 + 1 \cdot 12$	22	$554 + 12 + 12 = 554 + 2 \cdot 12$	23	$554 + 12 + 12 + 12 = 554 + 3 \cdot 12$	24	$554 + 12 + 12 + 12 + 12 = 554 + 4 \cdot 12$	25	$554 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 554 + 5 \cdot 12$	L	$554 + (L - 20) \cdot 12$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>L (comprimento em m)</th> <th>C2</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>554</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>$440 + 9 = 440 + 1 \cdot 9$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>$440 + 9 + 9 = 440 + 2 \cdot 9$</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>$440 + 9 + 9 + 9 = 440 + 3 \cdot 9$</td> </tr> <tr> <td>...</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>L</td> <td>$440 + 9 + 9 + 9 + \dots + 9 = 440 + 9 \cdot L$</td> </tr> </tbody> </table>	L (comprimento em m)	C2	1	554	2	$440 + 9 = 440 + 1 \cdot 9$	3	$440 + 9 + 9 = 440 + 2 \cdot 9$	4	$440 + 9 + 9 + 9 = 440 + 3 \cdot 9$	L	$440 + 9 + 9 + 9 + \dots + 9 = 440 + 9 \cdot L$
L (comprimento em m)	C1																																	
1 a 20	554																																	
21	$554 + 12 = 554 + 1 \cdot 12$																																	
22	$554 + 12 + 12 = 554 + 2 \cdot 12$																																	
23	$554 + 12 + 12 + 12 = 554 + 3 \cdot 12$																																	
24	$554 + 12 + 12 + 12 + 12 = 554 + 4 \cdot 12$																																	
25	$554 + 12 + 12 + 12 + 12 + 12 = 554 + 5 \cdot 12$																																	
...	...																																	
L	$554 + (L - 20) \cdot 12$																																	
L (comprimento em m)	C2																																	
1	554																																	
2	$440 + 9 = 440 + 1 \cdot 9$																																	
3	$440 + 9 + 9 = 440 + 2 \cdot 9$																																	
4	$440 + 9 + 9 + 9 = 440 + 3 \cdot 9$																																	
...	...																																	
L	$440 + 9 + 9 + 9 + \dots + 9 = 440 + 9 \cdot L$																																	
<p>Resolução dos alunos</p>	<p>Resolução sistematizada pela professora</p>	<p>Resolução sistematizada pela professora</p>																																

Figura 1: Fase de resolução

Fonte: Registro do desenvolvimento da atividade.

A fase de interpretação e validação dos resultados consiste na validação do modelo matemático encontrado. Deste modo, os alunos interpretaram a solução do problema por meio de aproximações matemáticas utilizando das quatro operações e discussão entre os alunos do grupo (Figura 2).

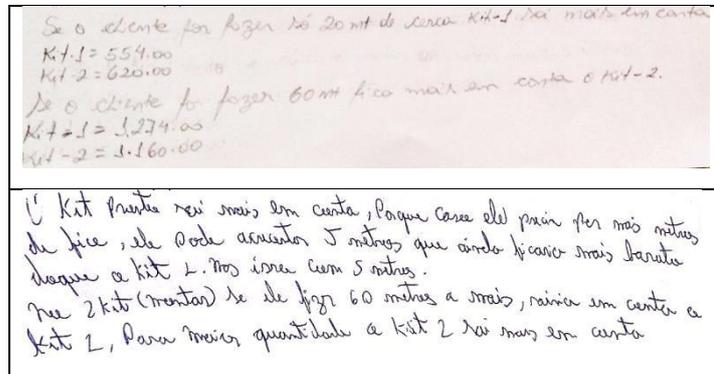


Figura 2: Registros dos alunos para responder ao problema
Fonte: Registro do desenvolvimento da atividade.

A elaboração dos mapas conceituais

Segundo Moreira (2010), mapas conceituais são diagramas de significado que indicam relações entre conceitos, ou entre palavras que representam conceitos. No âmbito educacional, mapas conceituais podem proporcionar trocas de significados entre professores e alunos já que em sua construção permitem que os alunos possam organizá-los de acordo com os seus conhecimentos.

Após o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática foi solicitado dos alunos a elaboração de um mapa conceitual por grupo (Figura 3), na sequência a professora direcionou a comunicação da atividade desenvolvida pelos alunos, e sistematizou, junto com todos, os conceitos matemáticos utilizados pelos alunos, bem como outras maneiras de resolver a atividade, após a sistematização da atividade foi solicitado, dos alunos, a elaboração de um segundo mapa conceitual (Figura 4).

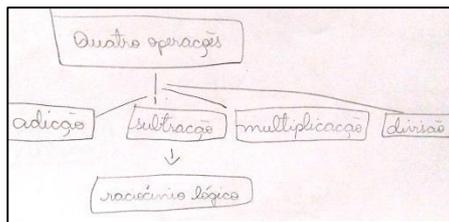


Figura 3. Mapa Conceitual 1 elaborado pelos alunos do grupo G1
Fonte. Registro dos alunos.

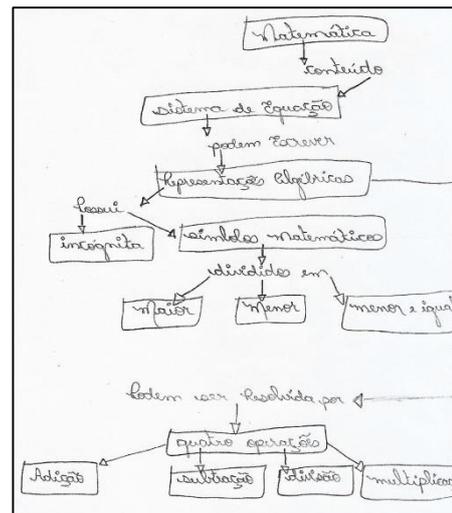


Figura 4. Mapa Conceitual 2 elaborado pelos alunos do grupo G1
Fonte. Registro dos alunos.

Os alunos apresentaram dificuldades no entendimento da matemática utilizada por eles no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. Após a elaboração do mapa conceitual 1, a professora/pesquisadora fez a sistematização do conteúdo e de uma possível solução da atividade no quadro, e após foi solicitado novamente que os alunos elaborassem o mapa conceitual 2, tendo como base o método que a professora/estagiária utilizou para responder a situação-problema, na construção desse mapa conceitual os alunos não apresentaram dificuldades no entendimento da matemática utilizada para o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, como apresentaram no mapa conceitual 1.

Ambos os mapas conceituais serviram para investigar elementos relativos à aprendizagem dos alunos por meio da relação entre as palavras ou conceitos para representar conceitos matemáticos. Ao analisar a matemática utilizada pelos alunos da EJA, podemos notar que os alunos não utilizaram de um conteúdo matemático específico, eles tomaram como ponto de partida o levantamento de hipóteses e foram fazendo aproximações matemáticas, usando as quatro operações a fim de resolver a situação inicial.

De acordo com a análise específica de cada unidade de registro, inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação dos resultados e a elaboração de mapas conceituais, podemos notar que as etapas da Modelagem Matemática foram utilizadas pelos alunos na resolução da atividade. No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, os alunos no primeiro momento procuram entender as informações que a atividade fornecia e como deveria ser resolvida a situação inicial. Na fase de inteiração, os alunos levantaram os dados fornecidos na atividade como apresenta o aluno A4, identificaram

a situação-problema, como aborda o aluno A3 e levantaram as hipóteses segundo o aluno A6. Na fase de matematização, que é a passagem da linguagem natural para uma linguagem matemática, ocorreu por meio de diálogo entre os alunos do grupo, discussão realizada pelos alunos A5 e A2.

Na fase de resolução, tanto o grupo G1 quanto o grupo G2 não elaboraram um modelo matemático. Todos os alunos resolveram por aproximações matemáticas, utilizando as quatro operações que são apresentadas por registros escritos pelos Grupos G1 e G2. Na fase de interpretação e validação dos resultados, os alunos interpretaram a solução da situação-problema por meio de aproximações matemáticas e discussão com os grupos.

Na elaboração do mapa conceitual 1, os grupos tiveram dificuldades no entendimento da matemática utilizada por eles mesmos no desenvolvimento da atividade, por eles não terem generalizado um modelo matemático na resolução da situação-inicial, eles resolveram por aproximações e isso os levou a dificuldades em identificar os conteúdos matemáticos que eles utilizaram. Já na elaboração do mapa conceitual 2, os grupos não apresentaram dificuldades para identificar o conteúdo que foi utilizado na resolução da situação-problema. No entanto, mesmo havendo dificuldades em relação ao conteúdo matemático utilizado os alunos demonstraram interesse na atividade desenvolvendo as etapas da Modelagem Matemática

Considerações Finais

No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, os alunos da EJA mesmo sem conhecer a Modelagem Matemática resolveram a atividade, mesmo com dificuldades e sem generalizar um modelo matemático.

Ao analisar a matemática utilizada pelos alunos da EJA, podemos notar que os alunos não utilizaram de um conteúdo matemático específico, eles tomaram como ponto de partida o levantamento de hipóteses e foram fazendo aproximações matemáticas, usando as quatro operações a fim de resolver a situação inicial.

Para analisar as contribuições para a aprendizagem de alunos da EJA, utilizamos os mapas conceituais elaborados pelos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática.

No mapa conceitual 1, todos os alunos tiveram dificuldades em identificar os conceitos matemático que eles utilizaram para resolver a situação-problema, por eles terem resolvidos sem generalizar um modelo matemático. No mapa conceitual 2, os alunos não apresentaram

dificuldades no entendimento do conteúdo matemático que foi utilizado para resolver a situação-problema, porque a resolução se deu por meio da generalização de um modelo matemático e sistematização do conteúdo.

Os alunos desenvolveram a atividade por meio de aproximações matemática, utilizando as quatro operações e o uso da aritmética, propriedades da soma e da divisão e diálogos entre os grupos.

Pelo mapa conceitual 1 e pelo mapa conceitual 2, percebe-se que o papel do professor na Modelagem Matemática, em particular na EJA é imprescindível para formalizar os conteúdos matemáticos e mostrar novos conteúdos.

No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, os alunos da EJA utilizaram a matemática desde a fase de inteiração.

A Modelagem Matemática possibilitou aos alunos utilizarem seus conhecimentos para solucionar o problema, por meio de aprendizagem relacionada com contextos do cotidiano do aluno, possibilitando um caminho para o fazer matemática em sala de aula.

Espera-se que com esse trabalho de conclusão de curso outros professores da Educação de Jovens e Adultos possam utilizar a Modelagem Matemática na sala de aula, ou até mesmo utilizar e/ou reelaborar essa atividade presente neste trabalho em sala de aula.

Referências

ALMEIDA, L. M. W; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 17, n. 22, set. 2004.

ALMEIDA, L. M. W; SILVA, K. P; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2009.

BIEMBENGUT, M. S; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

MIGLIORINI, P. A. M. M. **O fracasso escolar na disciplina de matemática no curso de educação de jovens e adultos – SESI/Sorocaba**. 2007. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Sorocaba, Sorocaba, 2007.

MOREIRA, M. A. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**. 1. ed. São Paulo: Centauro, 2010. 80p.

OLIVEIRA, R. L. **A modelagem matemática como alternativa de ensino e aprendizagem da geometria na educação de jovens e adultos**. 2004. 191 f. Dissertação



ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Unioeste de Cascavel, 21 a 23 de setembro de 2017

(Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2004.