

## MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM OLHAR PARA AÇÕES DOS ESTUDANTES DOS ANOS INICIAIS

Gabriele Granada Veleda<sup>1</sup>  
Unespar – campus de União da Vitória  
gabi.granada@gmail.com

Clara Caroline Uniat<sup>2</sup>  
Unespar – campus de União da Vitória  
karoluniat@hotmail.com.br

### Resumo:

Neste trabalho temos como objetivo identificar as ações realizadas pelos estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula. Essa identificação é realizada a partir da descrição de atividades de modelagem apresentadas em teses e dissertações brasileiras defendidas entre 2001 e 2013. Foi encontrada apenas uma dissertação, na qual estão descritas cinco atividades desenvolvidas por alunos do quarto ano do Ensino Fundamental. Ao identificarmos as ações desenvolvidas pelos estudantes em cada uma das etapas da Modelagem Matemática assinalamos que os estudantes desse nível de ensino realizam ações peculiares relacionados a faixa etária em que se encontram como a necessidade de concretizar o tema em estudo. Também apontamos que o mesmo tema ser desenvolvido por todos os estudantes da turma potencializa a ação de validação das respostas obtidas.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática na Educação Matemática. Anos Iniciais. Ações.

### Introdução

Considerando que nos últimos anos a Modelagem Matemática na Educação Matemática tem se mostrado promissora frente aos professores que ensinam Matemática, buscamos explorar e discutir questões relativas a essa metodologia de ensino. Nesse sentido, temos uma pesquisa em andamento<sup>3</sup> cujo foco é investigar possíveis ações dos estudantes durante o desenvolvimento de atividades de modelagem que podem ser levadas em consideração no processo avaliativo. Um dos objetivos dessa pesquisa, e que constitui o foco deste trabalho, é a identificação das ações que os estudantes realizam durante as atividades de modelagem.

De acordo com o Dicionário eletrônico Houaiss da língua portuguesa (2001), *ação* está relacionado com o ato ou efeito de *agir*, que, por sua vez, indica atuar, fazer, exercer

---

<sup>1</sup> Coordenadora do projeto Modelagem Matemática e avaliação escolar, vinculado ao Programa de Verticalização do Ensino Superior Estadual UENP- UNESPAR

<sup>2</sup> Bolsista de Iniciação Científica no projeto Modelagem Matemática e avaliação escolar.

<sup>3</sup> A referida pesquisa é intitulada Modelagem Matemática e avaliação escolar e conta com o apoio da Fundação Araucária de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Estado do Paraná.

atividade, proceder de determinado modo. Deste modo, quando nos propomos a identificar as ações que os estudantes realizam durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, buscamos indícios, na descrição da atividade, do modo como os estudantes agiram e/ou procederam.

Assim, trazemos à discussão as ações dos estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em atividades de modelagem. A Modelagem Matemática nesse nível de ensino ainda é pouco abordada pelos pesquisadores da área, conforme apontam Silva e Klüber (2012) e Martens e Klüber (2016), que analisaram os trabalhos *stricto sensu* brasileiros, e Souza e Luna (2014), que investigaram os anais dos eventos mais expressivos no Brasil. Deste modo, nosso trabalho vem ampliar o debate acerca da presença da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

### **Modelagem Matemática na Educação Matemática e os Anos Iniciais**

Originalmente a Modelagem Matemática é um método de pesquisa da Matemática Aplicada e a sua transferência para a Educação Matemática não se dá de forma imediata, uma vez que a aplicar matemática na resolução de problemas do cotidiano é diferente de construir o conhecimento matemático por meio desse tipo de problema.

Considerando que essa transferência não é imediata, alguns pesquisadores da área apresentam diferentes concepções de Modelagem Matemática na Educação Matemática, o que implica em diferentes formas de organizar e de conduzir as atividades de modelagem em sala de aula como, por exemplo, as apresentadas por Barbosa (2003), Burak (2010), e Almeida, Silva e Vertuan (2013).

Sendo assim, a concepção de Modelagem Matemática na Educação Matemática que adotamos é aquela apresentada por Burak (2010, p. 18): “Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”. Com relação a forma de conduzir uma atividade de modelagem em sala de aula, Burak (2010) apresenta cinco etapas, que são: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento do(s) problema(s); 4) resolução dos problemas e o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; 5) análise crítica da(s) solução(ões).

A primeira etapa consiste na escolha do tema que será estudado. No entanto, essa escolha deve partir, preferencialmente, dos estudantes. O professor poderá propor que toda a turma trabalhe com um mesmo tema ou cada grupo pode trabalhar temas diferentes. Na segunda etapa é o momento de os estudantes buscarem as informações sobre o tema escolhido, coletar dados necessários para melhor compreender o tema, pesquisar. É na terceira etapa que os estudantes delimitam o que do tema será estudado, elaborando, propondo e identificando problemas. Na quarta etapa acontece a resolução dos problemas fazendo uso de diferentes conhecimentos, incluindo os matemáticos, de modo que os estudantes poderão utilizar os conhecimentos que já possuem ou o professor poderá ensinar novos conceitos que irão ajudar na resolução do problema. Na quinta etapa ocorre a discussão e a análise crítica das soluções.

Assim, no desenvolvimento de uma atividade de modelagem em sala de aula os estudantes desenvolvem diferentes ações, tais como

a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de uma representação matemática (modelo matemático), a resolução do problema por meio de procedimentos adequados e a análise da solução que implica numa validação, identificando a sua aceitabilidade ou não (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009, p. 120-121).

De acordo com Almeida e Ferruzzi (2009), essas ações estão associadas ao fato de uma atividade de modelagem ser um processo investigativo, que envolve a formulação de um problema e a busca por uma representação matemática a esse problema.

Com a finalidade de familiarizar os estudantes com a Modelagem Matemática e, assim, prepará-los para as diferentes ações que lhes são necessárias para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, Almeida e Dias (2004) propõem que essas atividades sejam introduzidas em sala de aula gradativamente. No primeiro momento, os estudantes se deparam com um tema já definido pelo professor, que lhes fornece dados, informações e o problema a ser resolvido. O segundo momento é caracterizado por uma sugestão de tema e os estudantes são os responsáveis pela coleta de dados e informações necessárias para resolver o problema, assim como cabe a eles a escolha dos procedimentos matemáticos que irão utilizar e a análise das respostas. No terceiro momento é de responsabilidade dos estudantes o desenvolvimento de uma atividade como um todo, isto é, desde a escolha do tema até a etapa de análise.

A Modelagem Matemática como metodologia de ensino pode ser utilizada em qualquer nível de ensino (BURAK, 1994; 2014; SILVA; KLÜBER, 2014).

Nas primeiras séries [Anos Iniciais do Ensino Fundamental], a Modelagem deve enfatizar mais o processo do que se preocupar em criar modelos, mesmo porque a ferramenta matemática está sendo construída. A partir da 5ª série [atual 6º ano], alguns modelos simples podem ser iniciados, como por exemplo: a expressão do perímetro [...]. A construção de modelos de uma forma mais sistemática deverá ser trabalhada apenas no secundário [hoje, Ensino Médio] (BURAK, 1994, p. 59).

Para Maaß (2005), propor atividades de modelagem matemática desde os primeiros anos de escolaridade parte da premissa de que, logo cedo em sua formação, o estudante modifique a crença de que a Matemática é uma Ciência objetiva e inquestionável.

Burak (2014, p. 5) coloca que a Modelagem Matemática nos Anos Iniciais deve favorecer a formação de ideias e conceitos matemáticos, tais como “ideias de lateralidade, formas, ideias de sequências, ideia de padrões, a formação do conceito de número, ideias de classificação e ordenação”. Silva e Klüber (2014) trazem as seguintes justificativas para a utilização da Modelagem nos Anos Iniciais: o aluno é o sujeito da aprendizagem e tem o professor como mediador dessa aprendizagem, e o ensino é problematizador, dialógico, investigativo e interdisciplinar.

Mesmo que há mais de 20 anos se defenda a utilização da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais, são poucas as pesquisas realizadas nesse nível de ensino. Assim, buscando ampliar e fomentar as discussões acerca da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica, propomos como objetivo identificar e analisar as ações realizadas pelos estudantes nas etapas da Modelagem. Partimos da premissa de que os estudantes dos Anos Iniciais realizam ações peculiares relativos a sua faixa etária, isso porque eles se encontram, de acordo com a teoria de Jean Piaget, no estágio operacional-concreto, estágio em que

Começam a aparecer as primeiras operações mentais baseadas em objectos concretos. A criança já pode quantificar o seu raciocínio e resolver problemas mentalmente embora estes problemas ainda tenham de estar relacionados com objectos. Já pode centrar a sua atenção em mais do que uma variável, mas ainda não formula hipóteses (SEQUEIRA, 1990, p. 23).

Portanto, compreender as ações que os estudantes dos Anos Iniciais realizam durante uma atividade de modelagem pode auxiliar o professor desse nível de ensino na condução e indicar possíveis mediações em vistas de viabilizar a aprendizagem.

### **Aspectos metodológicos do estudo**

Nossa pesquisa é pautada em analisar as produções *stricto sensu* brasileiras de 2001 a 2013, utilizando o levantamento estatístico apresentado por Silva e Veleda (2016). As autoras identificaram nos resumos de teses e dissertações os focos de análise dessas pesquisas, conforme apresentado na Tabela 1.

**Tabela 1:** Foco de análise das pesquisas

| Foco                          | Dissertações | Teses | Total | Frequência relativa |
|-------------------------------|--------------|-------|-------|---------------------|
| Teórico                       | 20           | 5     | 25    | 25,77%              |
| Na prática no Ensino Básico   | 26           | 3     | 29    | 29,90%              |
| Na prática no Ensino Técnico  | 3            | 1     | 4     | 4,13%               |
| Na prática no Ensino Superior | 17           | 10    | 27    | 27,83%              |
| Na prática do EJA             | 2            | 0     | 2     | 2,06%               |
| Na prática Docente            | 3            | 0     | 3     | 3,09%               |
| Na formação de professor      | 7            | 0     | 7     | 7,22%               |

Fonte: Silva e Veleda, 2016.

Como nosso foco é voltado para os Anos Iniciais, buscamos nos 29 trabalhos que compõem a categoria *Na prática no Ensino Básico* os que abordam a Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

De acordo com Gil (2002, p. 65), uma pesquisa bibliográfica “é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. Embora em quase todos os estudos seja exigido algum tipo de trabalho desta natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas”. Sendo assim, nossas fontes são as duas dissertações que tratam da Modelagem Matemática nos Anos Iniciais da Educação Básica, Tortola (2012) e Kaviatkovski (2012).

Após a leitura dos trabalhos completos verificamos que Tortola (2012, p. 21) traz a descrição de 5 atividades de modelagem desenvolvidas com uma turma de 4º ano do ensino Fundamental com o objetivo “investigar os usos que estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental fazem da linguagem para o desenvolvimento de modelos matemáticos”. Já Kaviatkovski (2012, p.16) apresenta reflexões analíticas que visam “contribuir com a inserção da Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino e aprendizagem no âmbito dos anos iniciais do Ensino Fundamental”. Logo, as descrições feitas por Tortola<sup>4</sup> (2012) constitui “o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetido aos procedimentos analíticos” (BARDIN, 1979, p. 96), isto é, o *corpus* desta pesquisa, apresentado no Quadro 1.

**Quadro 1:** O *corpus* da pesquisa

<sup>4</sup>Na intenção de darmos o nosso olhar às ações dos estudantes semo viés da análise feita por Tortola (2012), nos atentamos e analisamos apenas a descrição das atividades.

|             | <b>Tema</b>                             | <b>Momento de familiarização</b> |
|-------------|---|----------------------------------|
| Atividade 1 | Tamanho de anéis                        | Momento 1                        |
| Atividade 2 | Espaço dos estudantes na sala           | Momento 1                        |
| Atividade 3 | Medindo a beleza de uma pessoa          | Momento 2                        |
| Atividade 4 | Relação entre as moedas de Dólar e Real | Momento 3                        |
| Atividade 5 | Gastos com o Flúor                      | Momento 3                        |

Fonte: As autoras, 2017.

Para analisar o que está por de traz das descrições do autor, utilizamos a Análise de Conteúdo, definida como:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN; 1979, p. 42).

Portanto, a partir de um olhar cuidadoso e criterioso, identificamos trechos da descrição feita pelo autor que ilustram as ações dos estudantes durante o desenvolvimento das atividades de modelagem. Esses trechos são as unidades de contexto e dão compreensão e significado às unidades de registro que, por sua vez, correspondem ao segmento do conteúdo a considerar como unidade base (BARDIN, 1979). Cada unidade de contexto extraída da descrição do autor foi codificada como X.Y, de modo que X indica o número da atividade (de 1 a 5) e Y indica o trecho. Os trechos foram enumerados seguindo a ordem em que aparecem na descrição do autor. Assim, o código 1.03 foi utilizado para indicar a terceira unidade de contexto extraída da descrição da atividade 1 e, o código 4.07, indica a sétima unidade de contexto extraída da descrição da atividade 4.

Essas unidades de contexto foram analisadas e agrupadas conforme similaridade, indicando as ações dos estudantes. As ações identificadas e as análises seguem na sequência.

### **Ações dos estudantes dos Anos Iniciais nas etapas da Modelagem Matemática**

Com a realização deste estudo, identificamos unidades de contexto que nos revelam o modo como os estudantes desenvolvem as atividades de modelagem, ou seja, suas ações nas etapas da Modelagem Matemática.

No quadro a seguir apresentamos a ação realizada pelos estudantes durante a primeira etapa da Modelagem Matemática, escolha do tema. A título de exemplo, apresentamos uma unidade de contexto referente a essa ação.

**Quadro 2:** Ação dos estudantes na etapa de escolha do tema

| <b>Ação</b> | <b>Descrição</b> | <b>Exemplo de unidade de contexto</b> |
|-------------|------------------|---------------------------------------|
|-------------|------------------|---------------------------------------|

|                  |  |  |
|------------------|--|--|
| Escolher um tema | Os estudantes propõem o tema a ser investigado | (4.01) O tema escolhido por eles, “Relação entre as moedas Dólar e Real” surgiu do interesse de uma estudante em entender a relação entre a moeda americana e a moeda brasileira |
|------------------|--|--|

Fonte: As autoras, 2017.

Burak (2010) afirma que os próprios estudantes escolherem o tema os possibilita desenvolver autonomia, iniciativa e liberdade de conjecturar. No entanto, a ação de *escolher um tema* foi realizada apenas nas atividades 4 e 5. A identificação dessa ação apenas nas atividades 4 e 5 é em decorrência de elas terem sido desenvolvidas seguindo o terceiro momento de familiarização com a Modelagem Matemática. Do mesmo modo, sabendo que nos dois primeiros momentos de familiarização descritos por Almeida e Dias (2004) o tema é proposto pelo professor, as três primeiras atividades, desenvolvidas seguindo esses momentos, não oportunizaram a realização dessa ação.

Na segunda etapa, pesquisa exploratória, é o momento em que os estudantes se aprofundam sobre o tema, buscam informações e dados a partir de materiais teóricos, técnicos e informativos. Muitas vezes é necessária uma pesquisa de campo e isso ajuda na formação investigativa dos estudantes (KLÜBER, 2010). A partir da análise das unidades de contextos extraídas da descrição de Tortola (2012), verificamos que durante essa etapa os estudantes realizaram 5 ações diferentes, conforme ilustra o quadro na sequência.

**Quadro 3:** Ação dos estudantes na etapa da pesquisa exploratória

| <b>Ação</b>             | <b>Descrição</b>   | <b>Exemplo de unidade de contexto</b>   |
|-------------------------|--|---|
| Materializar            | Os estudantes tornam concreto, materializam o objeto de estudo                                       | (5.10) Contudo, os estudantes desconfiaram da resposta, então o professor propôs que eles medissem quanto de solução cabia em um copinho                              |
| Manipular               | Os estudantes manipulam os objetos para obter informações e/ou verificar, visualizar características | (3.04) cada grupo recebeu uma fita métrica para realizar as medidas solicitadas   |
| Ler                     | Os estudantes tomam conhecimento do conteúdo de um texto escrito                                     | (1.03) A leitura das informações foi realizada em conjunto com os estudantes  |
| Identificar informações | Os estudantes reconhecem informações relevantes sobre o tema   | (2.09) mais uma informação foi apontada pela Estudante 2, que “a sala de aula é ocupada por estudantes, professor e objetos... como cadeiras, carteiras, armários”    |
| Pesquisar               | Os estudantes buscam informações sobre o tema  | (4.05) o professor propôs aos estudantes o uso do laboratório de informática para que pesquisassem informações, notícias ou curiosidades a respeito do tema escolhido |

Fonte: As autoras, 2017.

A ação de *materializar* aconteceu em todas as atividades. Ao abordar a teoria cognitiva de Piaget, Moreira (1999) coloca que as crianças na idade entre 7 e 11 anos,

período em que estão nos Anos Iniciais, realizam apenas operações que incidem diretamente sobre objetos concretos. Acreditamos que por isso essa ação foi realizada em todas as atividades.

De maneira semelhante, justificamos a ação de *manipular* realizada em quase todas as atividades. Apenas na atividade 4 não identificamos alguma unidade de contexto que revelasse a manipulação de objetos. Creditamos tal fato pelo tema da atividade 4 ser a relação entre as moedas de Dólar e Real, de modo que a manipulação do dinheiro em pouco ajudaria na resolução do problema. Entretanto, o tema foi proposto a partir de uma situação vivida por uma das estudantes da turma, ou seja, ela recorreu a objetos e acontecimentos concretos, presentes no seu cotidiano, o que, de acordo com a fase operacional-concreto descrita por Jean Piaget, é o esperado para crianças dessa faixa etária (MOREIRA, 1999).

A ação de *ler* foi identificada, explicitamente, apenas nas atividades 1 e 2. Acreditamos que em todas as atividades essa ação aconteceu, uma vez que ela está intimamente relacionada as duas ações listadas na sequência: identificar informações e pesquisar. Isto porque não tem como os estudantes identificarem informações ou realizarem uma pesquisa sem tomarem conhecimento do conteúdo de um texto escrito. No entanto, inferimos que essa ação foi destacada na descrição das atividades 1 e 2, pois, de acordo com o primeiro momento de familiarização, o qual direcionou o encaminhamento dessas atividades, é o professor que fornece os dados e as informações aos estudantes (ALMEIDA; DIAS, 2004). Assim, entendemos que a ação de ler ganha certo destaque quando uma atividade de modelagem é desenvolvida seguindo o primeiro momento de familiarização.

A ação de *identificar informações* não foi identificada apenas na atividade 3. Acreditamos que isso ocorreu em virtude de os estudantes terem dificuldade em compreender a questão proposta pelo professor como um problema a ser investigado. A questão proposta pelo professor foi: “Será que é possível medir a beleza de uma pessoa?”, e, segundo a descrição de Tortola (2012), por diversas vezes os estudantes afirmaram que a beleza depende da opinião individual. Mesmo com a apresentação de um vídeo apresentando a crença dos gregos de que o retângulo áureo representa a lei matemática para a beleza, os estudantes não associaram essa informação com o problema, de modo que, de acordo com a descrição da atividade, os estudantes não identificaram informações relevantes no vídeo.

Nas atividades 1 e 2, em comparação as atividades 4 e 5, a ação de *identificar informações* ocorreu de forma mais tímida, isto é, na descrição das duas primeiras atividades identificamos um pequeno número de unidades de contexto que revelam os estudantes terem

realizado essa ação. Inferimos que a diferença no número de unidades de contexto que indicam a ação de identificar informação ocorreu em virtude do modo como as atividades foram conduzidas. Nas atividades 1 e 2, seguindo o primeiro momento de familiarização proposto por Almeida e Dias (2004), aos estudantes coube identificar informações diretamente do texto informativo disponibilizado pelo professor. Já nas atividades 4 e 5, guiadas pelo terceiro momento, os estudantes buscaram por informações a respeito do tema na internet e em uma entrevista, possibilitando-os, por diversas vezes, a identificação de informações relevantes para a resolução do problema.

Creditamos, também, à condução das atividades seguindo o terceiro momento de familiarização com a Modelagem Matemática, o fato de que a ação de pesquisar foi identificada apenas nas atividades 4 e 5. De acordo com Almeida e Dias (2004), é no terceiro momento de familiarização que os estudantes são responsáveis por todas as etapas da Modelagem Matemática, incluindo a escolha do tema e a pesquisa sobre ele, ações atribuídas ao professor nos dois primeiros momentos de familiarização com a Modelagem.

Com relação a terceira etapa da Modelagem Matemática, levantamento do(s) problema(s), Burak (2010, p. 22) afirma que

Constitui-se nos primeiros passos para desenvolver no estudante a capacidade cidadã de traduzir e transformar situações do cotidiano em situações matemáticas, para quantificar uma situação e nas ciências sociais e humanas buscar as soluções que muitas vezes não são matemáticas, mais de atitudes e comportamento.

Assim, formular e propor um problema auxilia a promover a compreensão do tema que se pretende analisar. Contudo, habitualmente os estudantes são confrontados com problemas-textos, o que pode dificultar a ação de formular problemas. Tal fato se configura como uma das justificativas para os momentos de familiarização com a Modelagem Matemática proposto por Almeida e Dias (2004). Desse modo, a ação de compreender o problema foi identificada nas atividades 1, 2 e 3, as quais, seguindo as orientações do primeiro e segundo momentos de familiarização com a Modelagem, o professor propõe o problema aos estudantes. Já nas atividades 4 e 5, as quais o desenvolvimento seguiu as orientações do terceiro momento, os estudantes realizaram a ação de propor um problema para ser investigado. No quadro a seguir apresentamos uma unidade de contexto que ilustra cada uma das ações realizadas pelos estudantes.

**Quadro 4:** Ação dos estudantes na etapa de levantamento do(s) problema(s)

| <b>Ação</b> | <b>Descrição</b>        | <b>Exemplo de unidade de contexto</b>            |
|-------------|-------------------------|--|
| Compreender | Os estudantes entendem, | (1.08) o professor questionou os estudantes como |

|                   |   |  |
|-------------------|---|--|
| o problema        | percebem qual é o problema a ser investigado                  | eles poderiam fazer para determinar o tamanho dos anéis, e, a partir das informações disponíveis, eles compreenderam a necessidade de se utilizar um instrumento que os auxiliassem a realizar as medidas dos dedos. |
| Propor o problema | Os estudantes elaboram e propõem o problema a ser investigado | (5.04) A partir das informações obtidas, um problema foi formulado: “Qual é o gasto com o flúor em nossa escola? ”   |

Fonte: As autoras, 2017.

Seguindo a perspectiva de Burak (2010), é na quarta etapa, resolução do(s) problema(s) e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema, que os estudantes fazem o uso do ferramental matemático. É nessa etapa que os conteúdos e conceitos matemáticos ganham importância e significado. Pode acontecer que o conteúdo necessário à resolução do problema ainda não tenha sido trabalhado pelo estudante. Nesse caso, cabe ao professor, na condição de mediador, favorecer ao estudante a construção desse conhecimento (BURAK, 2010). Assim, identificamos duas ações referente ao uso dos conceitos e conteúdos matemáticos: a ação de *construir o conhecimento matemático* e a ação de *aplicar o conhecimento matemático*. Essas e as demais ações identificadas na quarta etapa da Modelagem Matemática são apresentadas na sequência.

**Quadro 5:** Ação dos estudantes na etapa de resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema

| Ação                                | Descrição   | Exemplo de unidade de contexto  |
|-------------------------------------|---|---|
| Construir o conhecimento matemático | Os estudantes aprendem um novo conceito ou conteúdo matemático                                    | (3.13) O professor então explicou aos estudantes que o valor 1,6 ou 1,61 se aproxima de um número conhecido na Matemática como “número de ouro”   |
| Aplicar o conhecimento matemático   | Os estudantes utilizam um conceito ou conteúdo matemático que já conhecem                         | (4.13) Eles utilizaram a ideia de proporcionalidade, armaram as continhas e efetuaram as operações, que auxiliaram na compreensão dos procedimentos do câmbio Dólar-Real                                    |
| Propor estratégias de resolução     | Os estudantes apresentam ideias para solucionar o problema  | (1.15) Foi então que o Estudante 16 teve a ideia de medir primeiro os moldes de anéis ao invés dos dedos, pois assim quando medissem seus dedos saberiam a quais números de anéis correspondem suas medidas |
| Construir um modelo matemático      | Os estudantes utilizam conceitos e/ou estruturas matemáticas para representar a situação-problema | (1.16) Para essas medidas os estudantes moldavam o fecho sobre a imagem da circunferência dos moldes, depois o esticavam e com o auxílio de uma régua verificavam a medida de cada molde                    |
| Explicar o modelo matemático        | Os estudantes explicam como utilizar o modelo matemático determinado                              | (2.24) O modelo matemático obtido nesse caso, apesar de ser bastante conhecido no âmbito da Matemática foi a fórmula da área, expressa pelos estudantes em linguagem natural                                |
| Presumir                            | Os estudantes presumem,   | (2.03) [os estudantes] começaram com alguns   |

|                         |   |   |
|-------------------------|---|---|
|                         | supõem algo   | palpites, uns diziam que cabia 38, alguns, 40, outros ainda, 42, 50, e assim foram surgindo novos palpites  |
| Trabalhar com hipóteses | Os estudantes, para resolver o problema, levam em consideração alguma hipótese                        | (5.13) um sachê custa menos que 30 centavos, então, para efeito dos cálculos, os estudantes concordaram em utilizar esse valor como sendo 30 centavos |
| Deduzir                 | Os estudantes deduzem algo que é provável, com base em suposições e evidências, por vezes incompletas | (5.12) Como eram utilizados 2 sachês para preparar um litro, eles deduziram que com 1 sachê se preparava meio litro, ou seja, 500 ml                  |

Fonte: As autoras, 2017

A ação de propor uma estratégia de ação foi realizada em maior número na atividade 1. Nessa atividade identificamos cinco unidades de contexto. Atribuímos isso ao fato de essa ter sido a primeira atividade de modelagem desenvolvida pelos estudantes associado ao fato de eles ainda não terem por hábito realizar tarefas escolares que exijam esse tipo de ação. Acreditamos que a familiarização com as atividades de modelagem foi decisiva para que os estudantes propusessem estratégias de resolução mais eficientes. Na atividade 3 não identificamos essa ação, pois, como já apontamos anteriormente, os estudantes não entenderam como problema a questão apresentada pelo professor.

Construir um modelo matemático foi uma ação identificada na descrição de todas as atividades. As unidades de contexto extraídas das descrições corroboram com o que aponta Burak (2010): na Educação Básica os estudantes valem-se de modelos já prontos, como o caso da atividade 2, cujo modelo matemático determinado foi a fórmula do cálculo de área de paralelogramos.

Também acreditamos que a falta de familiarização dos estudantes em utilizarem conceitos e/ou estruturas matemáticas para representar uma situação-problema contribuíram para que nas duas primeiras atividades os estudantes apresentassem uma explicação de como utilizar o modelo matemático determinado. Nas demais descrições feitas por Tortola (2012) essa ação não foi identificada.

Presumir foi uma ação identificada na descrição das atividades 2 e 5, pois durante o estudo do tema surgiram questões as quais, naquele momento, os estudantes não tinham informações suficientes para respondê-las, levando-os a fazer algumas suposições e retomar a pesquisa sobre o tema em busca de mais informações.

Sequeira (1990) e Moreira (1999), que discutem a teoria cognitiva de Jean Piaget, colocam que as crianças no estágio operacional-concreto, fase em que se encontram os estudantes dos Anos Iniciais, não formulam hipóteses. Ao analisarmos a descrição das

atividades desenvolvidas pelos estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental, de fato, não identificamos essa ação. Entretanto, com a intervenção do professor, que propôs algumas hipóteses, identificamos que esses estudantes trabalharam com as hipóteses estabelecidas, isto é, os estudantes levaram em consideração as hipóteses sugeridas pelo professor para resolverem os problemas.

Ainda seguindo a teoria cognitiva de Jean Piaget, no estágio operacional-concreto as crianças, apenas de maneira limitada, são capazes de operar sobre objetos ausentes. “Para antecipar o ausente ela tem que partir do concreto” (MOREIRA, 1999, p. 98). Embora a teoria nos revele a dificuldade que crianças dos Anos Iniciais tenham em inferir o ausente, em todas as atividades descritas identificamos unidades de contextos que revelam que as crianças deduziram algo provável a partir de suposições e evidências.

Para Burak (2010), a quinta etapa da Modelagem, análise crítica da(s) solução(ões), é um momento especial, dedicado à análise, discussão e interpretação das respostas encontradas. Com essa finalidade, identificamos 3 ações realizadas pelos estudantes dos Anos Iniciais nessa etapa da Modelagem, conforme segue.

**Quadro 6:** Ação dos estudantes na etapa da análise crítica da(s) solução(ões)

| <b>Ação</b>                                  | <b>Descrição</b>   | <b>Exemplo de unidade de contexto</b>  |
|--|--|--|
| Refutar respostas ou estratégia de resolução | Os estudantes rejeitam a resposta obtida ou a estratégia de resolução traçada          | (1.12) essa primeira descoberta apontou indicativos para que os estudantes notassem que não adiantaria medir todos os dedos, uma vez que não saberiam qual molde corresponderia a essas medidas  |
| Validar respostas                            | Os estudantes comparam sua resposta com a dos demais e consideram-na como satisfatória | (3.10) A primeira consequência dessa observação foi que quando o valor de um quociente que lhes aparentava ser discrepante em relação a 1,6 significava que as medidas necessitavam ser revistas |
| Socializar respostas                         | Os estudantes compartilham com os demais as respostas obtidas                          | (4.14) As resoluções dos grupos foram apresentadas em momento posterior a toda a turma, para isso os grupos confeccionaram cartazes com suas resoluções para apresentar aos colegas              |

Fonte: As autoras, 2017.

Conforme já discutimos, acreditamos que a falta de familiarização com a Modelagem Matemática e com as ações exigidas para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem traz dificuldades aos estudantes, principalmente no que diz respeito a propor estratégias de resolução eficientes. Assim, tão logo os estudantes percebessem que a estratégia proposta não trazia um resultado válido, eles a refutavam. A ação de refutar respostas ou estratégias de resolução foi identificada apenas nas duas primeiras atividades e, em maior número, na atividade 1.

A ação de validar a resposta não foi identificada, de forma explícita, apenas na descrição da atividade 5. Nas demais atividades essa ação foi realizada comparando as respostas dos grupos e, quando algum grupo apresentava uma resposta discrepante do restante da turma, os cálculos, medidas e informações eram retomadas a fim de avaliar se a resposta diferente não fora consequência de algum erro ou dedução equivocada.

Socializar a resposta final foi uma ação identificada apenas na atividade 4. Acreditamos que isso se deu pela condução do professor. Isto é, apenas na atividade 4, de acordo com a descrição de Tortola (2012), o professor pediu que os estudantes confeccionassem cartazes para socializar as respostas. No entanto, a socialização aconteceu em diferentes momentos no desenvolvimento das atividades, uma vez que os estudantes socializaram informações sobre o tema, possíveis estratégias de resolução, justificativas para refutar essas estratégias e a validação das respostas.

### **Apontamentos finais**

Como resultado da pesquisa que desenvolvemos, apontamos que os diferentes momentos de familiarização com a Modelagem influenciam diretamente nas ações desenvolvidas pelos estudantes. Por exemplo, quando as atividades seguem as orientações dos dois primeiros momentos, aos estudantes cabe a compreensão do problema proposto pelo professor. Já no caso da atividade seguir o terceiro momento, os estudantes tem a possibilidade de elaborar e propor o problema a ser estudado. Outro exemplo é que as atividades que seguem os dois primeiros momentos de familiarização não permitem aos estudantes escolher o tema, ação relacionada a etapa 1 da Modelagem, diferentemente das atividades que seguem o terceiro momento de familiarização.

Inferimos que conforme os estudantes se familiarizam com as atividades de modelagem e, mais precisamente, com as ações exigidas em cada uma das etapas, algumas dessas ações são aprimoradas. Nas primeiras atividades, em especial na atividade 1, os estudantes propuseram e refutaram várias estratégias de resolução, por exemplo. Com a sequência de diversas atividades, as estratégias de resolução propostas pelos estudantes se mostraram mais eficientes.

Verificamos que independente do momento de familiarização, os estudantes dos Anos Iniciais, os quais se encontram no estágio operacional-concreto, precisam tornar

concreto o objeto (tema) em estudo e tendem a manipular os objetos para obter informações e verificar características.

Ao identificarmos as diferentes ações que os estudantes dos Anos Iniciais realizam durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem e apontarmos que essas ações estão diretamente relacionadas com o momento de familiarização que direciona a condução da atividade, esperamos contribuir com o professor que ensina Matemática nesse nível de ensino. Nesse sentido, entendemos que nosso estudo aponta que o professor deve, sempre que possível, lançar mão de opções de materialização e manipulação do objeto em estudo, orientar os estudantes na realização de pesquisas, apresentar diferentes modos de organizar os dados considerados relevantes, estimular os estudantes a explicar o modelo matemático construído e validar suas respostas.

Embora Burak (2010) coloca que é possível dividir a turma em pequenos grupos e cada grupo trabalhar com um tema de seu interesse, a partir da análise, entendemos que nos Anos Iniciais seja interessante todos trabalharem com o mesmo tema, pois potencializa a validação das respostas e estimula que os estudantes expliquem o porquê de utilizar, ou não, determinada estratégia de resolução.

Como sequência deste estudo, pretendemos analisar a descrição de atividades de modelagem matemática desenvolvida por estudantes dos demais níveis de ensino da Educação Básica, a saber, os Anos Finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio.

### **Agradecimentos**

Agradecemos aos membros participantes da linha de Modelagem Matemática do Grupo de Estudos Teóricos e Investigativos em Educação Matemática (GETIEM) que fizeram a leitura cuidadosa de uma versão preliminar deste texto, trazendo sugestões e contribuições. Agradecemos também a Fundação Araucária de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Estado do Paraná pelo apoio financeiro.

### **Referências**

ALMEIDA, L. M. W. DIAS, M. R. Um Estudo sobre o Uso da modelagem matemática como Estratégia de Ensino e Aprendizagem. **Bolema**, n. 22, p 19- 35. Rio Claro: 2004

ALMEIDA, L. M. W. de; FERRUZZI, E. C. Uma Aproximação Socioepistemológica para a Modelagem Matemática. **Alexandria**, v.2, n.2, p.117-134, 2009.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva**, v. 27, n. 98, p. 65-74, 2003.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luiz Antero Neto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Editora Edições 70, 1977.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. *Zetetiké*. v.2, n. 2, p. 10-27, 1994.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem em Educação Matemática**. v.1, n. 1, p. 47-60, 2010.

BURAK, D. Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino: uma perspectiva. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2014. **Anais...** Campo Mourão, 2014.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5.ed. São Paulo: Atlas, 1999.

HOUAISS, A. Dicionário eletrônico Houaiss da língua portuguesa, 2001.

KAVIATKOVSKI, M. A. de. C. **A Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. 136 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta grossa, 2012.

KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica**. Org(s) BRANDT, C. F.; BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Ponta Grossa: UEPG, 2010, p. 97-114.

MAAß, K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. **Teaching Mathematics and Its Application**, v 24, n. 2-3, p. 61-74, 2005.

MARTENS, A. S.; KLÜBER, T. E. Uma revisão sobre modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016. **Anais...** São Paulo, 2016.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

SEQUEIRA, M. J. C. Contributos e limitações da teoria de Piaget para a educação em Ciências. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 2, n. 3. p. 21-35, 1990.

SILVA, V. da S.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 2, p. 228-249, 2012.



SOUZA, E. G.; LUNA, A. V. de A. Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 9, p. 57-73, 2014.

TORTOLA, E. **Os usos da linguagem em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2012. 168 p. **Dissertação** (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

SILVA, C. R. da; VELEDA, G. G. As produções acadêmicas em modelagem matemática: dados estatísticos do cenário brasileiro de 2001 a 2013. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7, 2016. **Anais...** Londrina, 2016.