

INVESTIGANDO SISTEMAS DE NUMERAÇÃO: UMA ABORDAGEM HISTÓRICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Autor: Priscila Gleden Novaes da Silva
Instituição: Universidade da Integração Latino Americana
Email: priscila.silva@unila.edu.br

Autor: Carla Renata Xavier da Silva
Instituição: Instituto Federal do Paraná
Email: carla.silva@unila.edu.br

Autor: Adriana Stefanello Somavilla
Instituição: Instituto Federal do Paraná
Email: adriana.soma@unila.edu.br

Resumo:

O presente trabalho faz uma revisão bibliográfica sobre a utilização da história da matemática no ensino de matemática, evidencia-a como uma boa metodologia a ser utilizada em sala de aula e apresenta uma proposta de abordagem histórica para o ensino das principais características do sistema decimal posicional utilizado atualmente. O objetivo é que os alunos tenham uma visão mais ampla sobre os diversos sistemas de numeração utilizados por diferentes povos ao longo da história e que, a partir da comparação desses sistemas com o nosso, possam compreender características importantes do nosso sistema e a conveniência das mesmas.

Palavras-chave: Sistemas de Numeração. Bases Numéricas. História da Matemática.

Introdução

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN's – (BRASIL, 2002) definem diversas competências que devem ser contempladas no ensino de Matemática. Uma delas é a contextualização feita no âmbito histórico ou sócio-cultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área para questionar, modificar ou resolver problemas propostos.

Algumas habilidades referentes a esta competência são: compreender a construção do conhecimento matemático como um processo histórico em estreita relação com as condições sociais, políticas e econômicas de uma determinada época; compreender a responsabilidade social associada à aquisição e ao uso do conhecimento matemático, sentindo-se mobilizado para diferentes ações que envolvam seu interesse como cidadão ou

de sua comunidade; utilizar as ferramentas matemáticas para analisar situações do seu entorno real e propor soluções, entre outras.

O objetivo maior é criar condições para uma aprendizagem motivadora, que leve a superar o distanciamento entre os conteúdos estudados e a experiência do aluno, estabelecendo relações entre os tópicos estudados e trazendo referências que podem ser de natureza histórica, cultural ou social, ou mesmo de dentro da própria Matemática (BRASIL, 2002).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais a História da Matemática poderia desempenhar diversas funções no ensino de Matemática, tais como, o desenvolvimento de atitudes e valores mais favoráveis diante do conhecimento matemático; o resgate da identidade cultural; a compreensão das relações entre tecnologia e herança cultural; a compreensão de obstáculos encontrados pelos alunos; a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos matemáticos, além de se constituir como um espaço privilegiado para a seleção de problemas.

A História da Matemática é vista também como elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema e como fonte esclarecedora de conceitos matemáticos. Possibilita o levantamento e a discussão das razões para a aceitação de certos fatos, raciocínios e procedimentos por parte do estudante.

Pesquisas acerca da História da Matemática no ensino de Matemática não datam de hoje. Segundo Miguel e Miorim (2008) a partir da década de 1990, presenciam-se as ampliações dos trabalhos com elementos históricos não apenas em propostas curriculares, como também em coleções de livros didáticos e paradidáticos.

D'Ambrosio (1999) afirma que em Matemática é impossível discutir práticas educativas que se fundam na cultura, em estilos de aprendizagem e nas tradições sem recorrer à história que compreende o registro desses fundamentos. Para isso, propõe que se recupere a presença de ideias matemáticas em todas as ações humanas.

Desvincular a Matemática das outras atividades humanas é um dos maiores erros que se pratica particularmente na educação da Matemática. Em toda a evolução da humanidade, as ideias matemáticas vêm definindo estratégia de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. (D'AMBROSIO, 1999, p. 97)

Para o autor, é praticamente impossível discutir educação sem recorrer aos registros históricos e às interpretações dos mesmos. E isso vale para várias disciplinas, em especial, para a Matemática, cujas raízes se confundem com a História da Humanidade.

Nesse sentido, Miguel e Miorim (2008) apresentam diversos argumentos acerca das potencialidades pedagógicas da utilização da História da Matemática no ensino. A saber: que a história é fonte de motivação, de objetivos, de métodos, de seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos. E, ainda, que é instrumento de desmistificação e desalienação do ensino, de formalização de conceitos, de promoção do pensamento independente e crítico, como unificador dos vários campos da Matemática, promotor de atitudes e valores, de conscientização epistemológica, promotor de aprendizagem significativa e de resgate da identidade cultural.

Miguel e Miorim (2008) citam diversos pesquisadores que acreditam que a História da Matemática possibilita a escolha de métodos adequados e interessantes para o ensino de Matemática, como Claude Clairaut (1713-1765), Emma Castelnuovo, em sua obra Geometria Intuitiva (1966), e Felix Klein (1849 – 1925). Para esses pesquisadores a própria história dos conceitos pode sugerir caminhos de abordagens, bem como os objetivos que se pretendem alcançar com eles. Além de permitir a criação de novas situações didáticas e dar elementos para analisar estas novas situações, assim como aquelas que as precederam.

Outro argumento favorável à utilização da História da Matemática é o que a traz como fonte de compreensão e significação para o ensino-aprendizagem da Matemática escolar na atualidade e, segundo Miguel e Miorim (2008), o matemático P. S. Jones (1969) é um dos defensores desse ensino baseado na significação.

Para esse autor, uma utilização adequada da História da Matemática, quando associada a um conhecimento atualizado da mesma e de suas aplicações, pode levar o aluno a perceber a Matemática como criação humana e que as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da Matemática mudam e se desenvolvem ao longo do tempo, além de entender as razões pelas quais as pessoas fazem Matemática, conhecer as conexões existentes entre Matemática e as outras ciências, bem como, que a curiosidade estritamente intelectual pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias.

Mendes; Fossa; Valdés (2006) afirmam que existem dois obstáculos imediatos ao ensino-aprendizagem da Matemática, a saber, o desinteresse dos estudantes por estudá-la e as costumeiras indagações quanto aos porquês matemáticos, pois não conseguem perceber qualquer familiaridade cotidiana ou algo que justifique o ensino desse ou daquele tópico. Para superar tais dificuldades, o autor acredita num ensino prático e dinâmico, através de atividades práticas e experimentos, e também na utilização da História da Matemática incorporada a essas atividades de ensino.

Para esses autores utilizar a História como recurso pedagógico visa principalmente “promover um ensino-aprendizagem da matemática que permita uma ressignificação do conhecimento matemático produzido pela sociedade ao longo dos tempos” (p. 84). Acreditam que essa prática possa “imprimir maior motivação e criatividade cognitiva às atividades de sala de aula”. Portanto, além de significar o conhecimento matemático, a História da Matemática pode motivar o aluno frente a esse conhecimento.

Nesse sentido, D'Ambrosio (1998), em seu artigo A Interface entre História e Matemática afirma que a História da Matemática pode ser vista como fonte de motivação para se estudar Matemática, porém salienta que alguns alunos poderão se sentir motivados, enquanto outros não. O que, segundo o autor, é natural. Existem os que gostam de esporte, e os que não gostam. Os que gostam de música, e os que não gostam, com a Matemática não seria diferente.

Assim, urge destacar que não se pode atribuir à História da Matemática o poder mágico de converter as dificuldades dos alunos em repentino amor pela Matemática, mas o que supomos é que se pode esperar que o aluno a perceba mais interessante e menos difícil do que ele imagina ser.

Gleden (2009) afirma que para que a História da Matemática possibilite ao aluno alguma mudança em suas atitudes e valores frente a Matemática, essa metodologia não pode ser entendida apenas como um “pisar nos mesmos rastros”, mas sim como um meio para se conhecer a silhueta dos caminhos percorridos e então perceber sua não linearidade. Segundo a autora:

[...] conhecendo a evolução da história e da formação dos conceitos ao longo dos séculos e das motivações que mobilizaram os matemáticos, o aluno poderá perceber que a Matemática não é uma disciplina pronta e acabada, mas que ao contrário disso, um determinado conteúdo matemático leva muito tempo para ser desenvolvido. (p.18)

Concordando com os autores, percebemos que através da História da Matemática pode-se mostrar ao aluno que as teorias e conteúdos de Matemática necessitaram de muito tempo, alguns até mesmo séculos, para serem desenvolvidos. Um mesmo conteúdo pode ter sido estudado ao mesmo tempo por mais de um pesquisador, sem que um tenha tido conhecimento do trabalho do outro, uma pesquisa vinha complementando a outra, até que depois de muito esforço e dedicação se chegava ou se assemelhava à forma conceitual como a conhecemos hoje.

Tendo em vista, que tantos argumentos reforçadores das potencialidades do uso da História da Matemática no ensino de Matemática, citados pelos diversos autores que formam este trabalho, convergem, na verdade, para um só objetivo: uma aprendizagem significativa da Matemática. Esse trabalho visa ressaltar a importância dessa metodologia na sala de aula, pois é uma proposta de levar os conceitos de Sistemas de Numeração e Bases Numéricas aos alunos do ensino básico através de uma abordagem histórica.

Sistemas de numeração e bases numéricas

Atualmente, utilizamos diferentes bases numéricas como, por exemplo, as bases decimal (base 10) e a sexagesimal (base 60). A base decimal é normalmente empregada para contagem e operações que costumamos fazer no dia a dia, enquanto que a base sexagesimal é utilizada quando nos referimos ao tempo.

Diferentes sistemas e bases numéricas existem desde as civilizações antigas e a proposta aqui apresentada permite que, por meio da história da matemática, os alunos conheçam e investiguem sistemas de numeração de outros povos. Desta forma, poderão fazer comparações entre diferentes sistemas, identificando semelhanças e diferenças. O objetivo é que, a partir dessas comparações, os alunos percebam aspectos importantes do nosso sistema como, por exemplo, sua operacionalidade em relação aos sistemas não posicionais e a importância de ter um símbolo para o algarismo zero. Para isso, faremos uso dos sistemas de numeração Egípcio e Babilônico.

Segundo Roque e Carvalho (2012), egípcios e babilônicos desenvolveram seus sistemas de numeração quase na mesma época, cerca de 3000 a.C. Os antigos egípcios,

assim como nós, utilizavam um sistema decimal. Porém, diferentemente dos babilônicos, o sistema de numeração no Egito era aditivo, e não posicional.

No Egito, os números eram “hieroglíficos”, ou seja, eram desenhos de elementos presentes no dia a dia. A figura 1 mostra os símbolos e a representação dos números nesse sistema de numeração.

Figura 1 - Sistema de Numeração Egípcio

	Bastão	1
	Calcanhar	10
	Rolo de corda	100
	Flor de lótus	1000
	Dedo apontado	10000
	Peixe	100000
	Homem	1000000

Fonte: Introdução à Computação¹

Para escrever e ler os números nesse sistema é simples: escrevemos os símbolos em ordem decrescente de valor. Primeiro escrevemos os símbolos que representam quantidades maiores e, em seguida, os que representam quantidades menores. Se há mais de uma linha de números, devemos começar pela de cima.

Como o sistema é aditivo, o número representado é obtido pela soma de todos os números representados por cada símbolo. Na figura 2 podemos ver alguns exemplos da representação de alguns números e seus valores numéricos.

Figura 2 - Representação dos números no Sistema Egípcio

¹ Disponível em: <<http://producao.virtual.ufpb.br/books/camyle/introducao-a-computacao-livro/livro/livro.chunked/>>. Acesso em 25/04/2017.

9	16	54	1723	10400

Fonte: Introdução à Computação²

Naturalmente, escrever os símbolos em ordem decrescente de valor numérico era uma forma de tornar a escrita mais eficiente, para facilitar a leitura. Mas é importante notar que a ordem dos símbolos não altera seu valor numérico do número representado. Por esse motivo, é que dizemos que o sistema não é posicional.

O sistema babilônico de numeração era baseado em dois símbolos em forma de cunha. Um dos símbolos representando *um* e o outro, *dez*. Além disso, esse é um sistema posicional, ou seja, um sistema que usa a posição dos símbolos para determinar o valor de uma combinação deles. De acordo com Berlinghoff e Gouvêa (2010):

Os números de 60 a 3.599 são representados por dois grupos de símbolos, o segundo colocado à esquerda do primeiro e separado dele por um espaço. O valor todo era encontrado somando os símbolos de cada grupo, depois multiplicando o valor do grupo da esquerda por 60 e somando isso ao valor do grupo da direita. Por exemplo,



representava $(10+1+1).60 + (10+10+10+1) = 12.60 + 31 = 751$. (p.67)

Observando a figura 3, podemos perceber uma das dificuldades do sistema babilônico. Perceba que o número 11 está representado com o mesmo conjunto de símbolos que poderia representar o número 660. Isso ocorre pois no sistema babilônico não existe uma representação para o algarismo zero. Logo, poderia interpretar os símbolos como $(10+1).60^0 = 11$, ou também como $(10+1).60^1 + 0.60^0 = 11.60 + 0 = 660$. Assim, percebemos que a ausência de um símbolo para zero pode causar ambiguidades.

² Disponível em: <<http://producao.virtual.ufpb.br/books/camyle/introducao-a-computacao-livro/livro/livro.chunked/>>. Acesso em 25/04/2017.

Figura 3 - Representação dos números no Sistema Babilônico

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
30	40	50	60	70
80	90	100		

Fonte: Amazon³

Proposta de Atividade

Compreender as características de diferentes sistemas de numeração pode ajudar a enxergar a construção do conhecimento matemático e a importância de aprimorar a escrita matemática ao longo do tempo. Além disso, o aluno também entenderá com mais facilidade as operações realizadas no sistema decimal posicional.

Após apresentar os sistemas de numeração egípcio e babilônico aos alunos, o professor pode propor as seguintes questões:

1. Represente os números a seguir no sistema egípcio de numeração: 43, 521 e 5.947. Você consegue representar o número 10.000.000 nesse sistema?

³ Disponível em:

<<https://s3.amazonaws.com/s3.timetoast.com/public/uploads/photos/7120094/babilonico.jpg?1477799064>>.

Acesso dia 25/04/2017.

2. Efetue as operações: 123×45 e $396 : 3$. Explique como você faria essas operações no sistema egípcio de numeração.

3. Como podemos representar o número 660 no sistema babilônico? Essa representação que você escreveu pode representar algum outro número?

Na primeira pergunta já podemos perceber algumas vantagens do nosso sistema em relação ao sistema egípcio. Para escrever o número 5.947 no nosso sistema precisamos de apenas 4 algarismos, enquanto que no sistema egípcio precisaríamos de uma sequência de 25 símbolos.

Além disso, no nosso sistema podemos representar infinitos números utilizando apenas dez algarismos. Já no sistema egípcio, o maior número que pode ser representado é 9.999.999, pois como trata-se de um sistema decimal, cada potência de 10 é representada por um símbolo diferente e o símbolo de maior valor vale 1.000.000. Assim, para representar o número 10.000.000 precisaríamos criar outro símbolo.

Em relação às operações, também conseguimos efetuar de forma mais rápida nos sistemas posicionais, demoraria fazer os cálculos indicados no sistema egípcio.

A terceira questão já foi respondida ao longo do texto. Já vimos que a falta do zero causa ambiguidade e o mesmo conjunto de símbolos pode representar diversos números. No caso do sistema babilônico precisamos entender o contexto para saber qual o número que está sendo representado. Isso não é necessário no sistema que utilizamos.

Através dessas questões, espera-se que os alunos sintam curiosidade de descobrir as características do nosso sistema e que compreendam a conveniência do sistema adotado atualmente para representar quantidades.

Considerações finais

A atividade é bastante simples e pode ser aplicada em todos os níveis de ensino, pois o único requisito para acompanhar a proposta é ter conhecimentos básicos de potências. Apesar da simplicidade, não deixa de ser interessante. Levar elementos históricos para a sala de aula é sempre enriquecedor. A história pode contextualizar o conteúdo que está sendo

abordado e levar os estudantes a um entendimento mais profundo. Além disso, conhecer as dificuldades associadas ao tema estudado e saber como essas dificuldades foram superadas também pode ajudar os próprios alunos a superar esses obstáculos.

Referências

- AMAZON. Disponível em <https://s3.amazonaws.com/s3.timetoast.com/public/uploads/photos/7120094/babilonico.jpg?1477799064>. Acesso em 25/04/2017.
- BERLINGHOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. **A Matemática através dos tempos: Um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. São Paulo: Blucher, 2010.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio**. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002.
- D'AMBROSIO, U. **A interface entre História e Matemática**. Disponível em <<http://vello.sites.uol.com.br/interface.htm>>. Acesso em 11/04/2017.
- FARIAS, G. **Introdução à Computação**. Disponível em <<http://producao.virtual.ufpb.br/books/camyle/introducao-a-computacao-livro/livro/livro.chunked/index.html>>. Acesso em 25/04/2017.
- GLEDEN, P. **O Segundo Princípio de Cavalieri na sala de aula**. Monografia (especialização). UNIOESTE, Foz do Iguaçu, 2009.
- MENDES, I.; FOSSA, J. A., VALDÉS J. E. N. **A história como um agente de cognição na educação matemática**. Porto Alegre: Sulina, 2006.
- MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- ROQUE, T.; CARVALHO, J. B. P. Q. **Tópicos em História da Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.