

## DESENHO DE TAREFAS PARA AULAS DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA E NO ENSINO SUPERIOR

André Luis Trevisan  
UTFPR-LD  
[andrelt@utfpr.edu.br](mailto:andrelt@utfpr.edu.br)

Nélvia Santana Ramos  
UTFPR-LD  
[nelvia\\_ramos@hotmail.com](mailto:nelvia_ramos@hotmail.com)

Anna Flávia Magnoni  
UTFPR-LD  
[anna\\_flavia\\_magnoni@hotmail.com](mailto:anna_flavia_magnoni@hotmail.com)

Daniela Pamela dos Santos  
UTFPR-LD  
[j.fernandesd.santos@gmail.com](mailto:j.fernandesd.santos@gmail.com)

Thamires da Silva Souza  
UTFPR-LD  
[thamires-souza@hotmail.com](mailto:thamires-souza@hotmail.com)

### Resumo

O desenho de tarefas, enquanto processo de elaboração, criação e preparação de situações matemáticas a serem aplicadas em sala de aula configura-se como importante, porém complexa, atividade no escopo da Educação Matemática. O objetivo deste minicurso é explorar questões relativas ao desenho e utilização de propostas de tarefas para o ensino de tópicos previstos no programa de disciplinas matemáticas na Educação Básica e no Ensino Superior, que sustentem a organização de episódios de resolução de tarefas em aulas de Matemática. O trabalho será subsidiado por materiais que foram produzidos no âmbito de dois projetos de pesquisa, um deles envolvendo professores da Educação Básica que elaboraram um material didático com tarefas matemáticas para o ensino de álgebra numa perspectiva exploratório–investigativa, e outro que investiga ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral pautados em resolução de tarefas.

**Palavras – Chave:** Ensino de Matemática. Desenho de tarefas matemáticas. Episódios de resolução de tarefas. Ensino de Álgebra. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral.

### Introdução

O desenho de tarefas, enquanto “processo de elaboração, criação e preparação de situações matemáticas a serem aplicadas em sala de aula” (MOREIRA; GUSMÃO; MOLL, 2016, p.789) configura-se como importante, porém complexa, atividade no escopo da

Educação Matemática. Trata-se de uma “construção que não ocorre de forma rápida e aligeirada, que demanda tempo e estudo” (ibid.).

Diversos são os referenciais teóricos nos quais podemos nos basear para apresentar um conceito de tarefa. Para Ponte (2014, p. 14), tarefas são “elementos organizadores da atividade de quem aprende”, podendo “ter ou não potencialidades em termos de conceitos e processos matemáticos que pode ajudar a mobilizar” (PONTE, 2014, p.16). Para Stein e Smith (2004, p. 105), “uma tarefa é definida como um segmento da actividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular”.

Inspirados nas ideias de Watson et al. (2013), definimos em Trevisan, Borssoi e Elias (2015, p.3) tarefa como um “amplo espectro composto por ‘coisas a fazer’ pelos estudantes em sala de aula, o que inclui desde a execução de exercícios algorítmicos até a realização de investigações ou construção de modelos matemáticos”.

Na direção de repensar o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, defendemos o planejamento de aulas pautadas em episódios de resolução de tarefas (adaptação da expressão *shift problem lessons*, proposta por Palha, Dekker, Gravemeijer e Van Hout-Wolters (2013) e Palha, Dekker, Gravemeijer (2015)). Neste contexto, os estudantes devem ter um papel ativo trabalhando quando possível em grupos e em tarefas não precedidas de exemplos, que sejam desencadeadoras de discussões e que contribuam para elaborações conceituais. O papel do professor, ao invés de sempre fornecer explicações, é incentivá-los a apresentarem e discutirem suas ideias durante as realizações das tarefas propostas, bem como conduzir a sistematização dos conceitos a elas subjacentes. Assim, antes de introduzir um conceito mediante sua definição formal, propõe-se que o estudante seja convidado a explorá-lo intuitivamente, levando em conta suas concepções e imagens conceituais prévias.

A proposta apresentada por esses autores respalda-se em aspectos da abordagem de ensino Educação Matemática Realística (RME). A importância do sequenciamento de tarefas é explícita em RME: uma sequência de tarefas começa a partir de uma situação particular, que remeta ao uso de estratégias e representações informais, e progressivamente leva à formalização e generalização dos procedimentos de solução. Gravemeijer (1999) aponta que estratégias elaboradas pelos estudantes para resolver situações particulares (que constituem um modelo emergente) podem ser bons pontos de partida para problematizar um conceito.

O objetivo deste minicurso é explorar questões relativas ao desenho e utilização de propostas de tarefas para o ensino de tópicos previstos no programa de disciplinas matemáticas na Educação Básica e no Ensino Superior, que sustentem a organização de episódios de

resolução de tarefas. Estas tarefas são planejadas para serem implementadas em salas de aulas regulares, que se caracterizem como contextos reais de ensino e aprendizagem.

## Histórico

No âmbito da Educação Básica, destacamos um trabalho que vem sendo desenvolvido pelo primeiro autor desde 2013 (SOUZA; MONDEK; TREVISAN, 2016), oriundo do contexto de um grupo de estudos constituído por professores de Matemática de instituições estaduais de um município situado na região metropolitana de Londrina – PR, resultado de uma parceria consolidada entre escola pública e Universidade. Participam deste projeto, na condição de estudantes de iniciação científica, a quarta e quinta autoras deste texto, e na condição de mestrandas a terceira autora (também professora da Educação Básica).

Os encontros, que vêm sendo realizados desde o ano de 2013, têm por intuito fomentar reflexões a partir de tematizações da própria prática, preparar conjuntamente tarefas para suas aulas, examinar produções escritas de seus estudantes, formular hipóteses a respeito de dificuldades por eles apresentadas, buscar formas de incorporar essas análises às suas práticas. Durante os anos de 2015 e parte de 2016, o grupo dedicou-se à elaboração de um material didático com tarefas matemáticas para o ensino de álgebra numa perspectiva exploratório–investigativa, baseados no estudo de Kindt (2004).

Esse último consiste de uma coletânea de tarefas inspirada em ideias da abordagem conhecida como Educação Matemática Realística (RME)<sup>1</sup>, que teve como precursor o matemático naturalizado holandês Hans Freudenthal (1905 – 1990). Martin Kindt é docente do Instituto Freudenthal, em Utrecht, Holanda, e o material aqui citado está disponível ao público no site pessoal do professor <http://www.uu.nl/staff/MKindt>. São organizadas, segundo o autor, com a intenção de desafiar os estudantes a pensar e raciocinar. Os conteúdos subjacentes às tarefas propostas, no Brasil, usualmente são trabalhados entre o 7º e o 9º anos do ensino fundamental. Entretanto, explorações numéricas sugeridas em algumas tarefas podem ser realizadas, em nosso entendimento, a partir do 3º ano e adentrando o Ensino Médio.

Segundo Kindt (2004), as queixas sobre a falta de habilidade algébrica elementar não são infundadas, e é frequente a falta de confiança dos estudantes em usar álgebra. Para ele, esse déficit pode, em parte, ser atribuído à didática orientada à reprodução; sem a pretensão de ter uma solução pronta, o que o autor propõe é “lançar algumas ideias que poderiam

---

<sup>1</sup> Para maiores detalhes, consultar Trevisan e Buriasco (2015).

envolver o estudante de forma mais ativa no processo de ensino e, conseqüentemente, lhe dariam maiores oportunidades de utilizar a álgebra, de forma adequada, em situações apropriadas” (KINDT, 2004, p. 4, tradução nossa).

Os professores participantes mostraram-se bastante interessados em resolver as tarefas propostas no livro, inclusive selecionando várias delas para utilizar em suas turmas (do 6º ao 9º ano do ensino fundamental, e também no EJA). Uma proposta de trabalho na qual o grupo empenhou-se foi a tradução para o português dessas tarefas, fazendo as adaptações que julgaram necessárias e organizando sugestões de encaminhamento para o trabalho em sala de aula.

O material em tela é resultado deste trabalho: trata-se de seqüências de tarefas que podem ser propostas a grupos de estudantes sem a necessidade de uma “aula expositiva” ou precedidas de exemplos similares, instigam o professor a assumir um papel diferente: ao invés de sempre fornecer explicações, é convidado a incentivar os alunos a apresentar e discutir suas ideias. Os estudantes, por sua vez, trabalham sempre que possível em pequenos grupos e participam de discussões matemáticas, mostrando, explicando, justificando suas ideias.

Na versão disponibilizada ao público em setembro de 2016, o caderno de tarefas está organizado em 14 tarefas, algumas delas divididas em partes, todas formadas de modo que possam ser impressas e disponibilizadas aos estudantes para o trabalho em sala de aula. Cada tarefa (Figura 1) é acompanhada de uma sessão com orientações ao professor (Figura 2), incluindo as Expectativas de Aprendizagem a ela associadas, o ano de escolaridade para o qual é indicada, a duração prevista (em número de aula), os recursos necessários e sugestão de encaminhamento. Trata-se de um material que subsidiará parte do trabalho a ser desenvolvido no minicurso.

**TAREFA 1: SOMA E PRODUTO**

- 1) Explique com suas palavras o que significa o desenho acima.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- 2) Utilizando a sua ideia: a) Escreva todos os pares de números naturais que ao serem adicionados resultam em 12.

Figura 1 – Ilustração de parte de uma tarefa.  
Fonte: autores.

**ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR**

**TAREFA 1: SOMA E PRODUTO**

**Expectativas de Aprendizagem:**

- Identifique múltiplos e divisores de números naturais;
- Resolva situações problema envolvendo operações com números naturais;
- Compreenda o conceito de variável;
- Utilize e interprete a linguagem algébrica para expressar valores numéricos através de variáveis.

**Ano:** A partir do 4º ano  
**Duração:** 3 a 4 aulas  
**Recursos:** Folha de Tarefa

**Sugestões de Encaminhamento:**

- Os estudantes precisam perceber, no primeiro item, que os pontos de interrogação representam valores numéricos, podendo ser números naturais, inteiros e/ou racionais. O professor pode estimular o trabalho nos diferentes conjuntos numéricos, dependendo do ano de escolaridade e de seus objetivos para cada tarefa;
- Ainda no primeiro item, é interessante destacar que os símbolos diferentes podem representar

Figura 2 – Exemplo de orientação ao professor.  
Fonte: autores.

No âmbito do Ensino Superior, destacamos ações desenvolvidas no projeto “Investigação de um ambiente educacional para o Cálculo Diferencial e Integral (CDI) em condições reais de ensino”, submetido e aprovado no Edital Universal 14/2014 do CNPq, como suporte à proposta de ambientes de ensino e aprendizagem de CDI pautados em resolução de tarefas, a criação e/ou a adaptação intencional de tarefas de livros didáticos e outros materiais curriculares. A segunda autora deste texto, docente do Ensino Superior, desenvolve seu trabalho de mestrado no bojo deste projeto.

Destacamos os trabalhos realizados por Trevisan, Borssoi e Elias (2015), Couto, Fonseca e Trevisan (2016), Mendes e Trevisan (2016), Ramos, Fonseca e Trevisan (2016), Trevisan, Elias e Aranda (2016), Trevisan e Gois (2016), todos oriundos de ações desenvolvidas nas próprias turmas de CDI do primeiro e quinto autores, considerando nossas condições reais de ensino. Das experiências relatadas, verificamos nos dois primeiros trabalhos que os estudantes tiveram dificuldades para lidar com as situações quando apresentadas de uma forma mais aberta, concluindo assim que um desenho de tarefa que se mostrava mais adequado envolvia, ao menos nos primeiros episódios desenvolvidos nas turmas, proposições do tipo “aberto controlada”. Outro elemento que apresentamos, ao pensar o desenho das tarefas, é a incorporação de recursos tecnológicos. Concordamos com Borba, Silva e Gadanidis (2015, p. 48) quando destacam que “é fundamental explorarmos não somente os recursos inovadores de uma tecnologia educacional, mas a forma de uso de suas potencialidades com base em uma perspectiva educacional” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2015, p. 48).

## **Objetivos**

Como objetivo geral, pretendemos compartilhar com os participantes uma proposta para aulas de matemática pautadas em episódios de resolução de tarefas, fomentando um espaço de discussão e reflexão acerca do ensino dessa disciplina.

Como objetivos específicos, destacamos:

- Apresentar uma caracterização de um ambiente de ensino e aprendizagem pautado em episódios de resolução de tarefas;
- Discutir características de tarefas que compõe um ambiente para ensino de CDI;

- Apresentar modalidades de pesquisa atreladas à elaboração de materiais didáticos e, mais especificamente, desenho de tarefas;

### **Encaminhamento do minicurso**

Inicialmente, pretendemos fomentar alguma discussão acerca das concepções dos participantes a respeito do ensino de Matemática e, no caso daqueles que já atuam em sala de aula, o modo como organizam suas aulas dessa disciplina. A partir desse “diagnóstico”, teremos alguns parâmetros para nortear a sequência no trabalho.

Na sequência, buscaremos oportunizar aos participantes experiências similares às desenvolvidas nas salas de aula que são contextos de nossas pesquisas. Em equipes, os participantes trabalharão com o desenho e discussão de tarefas matemáticas para Educação Básica e o Ensino Superior. Por fim, será aberto um espaço para socialização da produção dos participantes, bem como possíveis encaminhamentos para tarefa em salas de aulas regulares.

### **Agradecimentos**

Agradecemos ao CNPq ((Processo 457765/2014-3) e à UTFPR por meio de bolsa de extensão destinada às licenciandas participantes dos projetos citados no texto.

### **Referências**

BORBA, M. C.; SILVA, R.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática**: Sala de aula e internet em movimento. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

COUTO, A. F.; FONSECA, M. O. S; TREVISAN, A. L. Análise de uma tarefa envolvendo o uso de um aplicativo do GeogebraTube no ensino de função exponencial. In: I Congresso Brasileiro do Geogebra, 2016, Natal. **Anais...** Congresso Brasileiro do Geogebra, 1. Mossoró/RN: Edufersa, 2016, p. 55-59.

GRAVEMEIJER, K. How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. **Mathematical Thinking and Learning**, n.1, v.1, p.155-177, 1999.

KINDT, M. **Positive Algebra**: a collection of productive exercises. Utrecht: Freudenthal Instituut, 2004. Disponível em <<http://www.primas-project.eu/servlet/supportBinaryFiles?referenceId=4&supportId=1526>>. Acesso em: 02 dez. 2015.

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L. Modelagem matemática como componente do ambiente educacional para aulas de CDI: relato de uma experiência. In: VII Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática, 2016, Londrina. **Anais... EPMEM**, 7. Londrina: UEL/UTFPR, 2016, p. 722-735.

MOREIRA, C. B.; GUSMÃO, Tania C. R. S.; MOLL, Vicenç Font. O que Tem Dentro? O que Mudou? Desenho de Tarefas para Promover Percepções Matemáticas na Educação Infantil. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, p. 796-807, 2016.

PALHA, S.; DEKKER, R.; GRAVEMEIJER, K.; VAN HOUT-WOLTERS, B. Developing shift problems to foster geometrical proof and understanding. **The Journal of Mathematical Behavior**, Springer, v. 32, p. 141-159, 2013.

PALHA, S.; DEKKER, R.; GRAVEMEIJER, K. The effect of shift-problem lessons in the mathematics classroom. **Internacional Journal os Science and Mathematics Education. Ministry of Science and Technology**, Taiwan, v. 13, p. 1589-1623, 2015.

PONTE, J. P. da. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. PONTE, J. P. da (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p.13 – 27.

RAMOS, N. S.; FONSECA, M. O. dos S. da; TREVISAN, A. L. Ambiente de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral pautado em episódios de resolução de tarefas. In: V Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, 2016, Ponta Grossa. **Anais... SINECT**, 5. Ponta Grossa: Editora da UTFPR, 2016, p. 1 – 12.

SOUZA, T. S.; MONDEK, S. A., TREVISAN, A. L. Desenvolvimento profissional de professores de Matemática por meio da reflexão compartilhada: retratos de uma experiência. In: III Simpósio Nacional de Ensino e aprendizagem, 2016, Londrina. **Anais... SEA**, 3. Londrina: Editora da UTFPR, 2016, p. 1-8.

STEIN, M.H.; SMITH, M. S. Tarefas matemáticas como quadro para reflexão. **Educação e Matemática**, n.105, 2009, p. 22 - 28.

TREVISAN, A. L.; BORSSOI, A. H.; ELIAS, H. R. Delineamento de uma Sequência de Tarefas para um Ambiente Educacional de Cálculo. VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pirinópolis/GO, 2015. **Anais... Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, 6, Brasília: SBEM, 2015, p. 1-12.

TREVISAN, A. L.; BURIASCO, R. L. C. Educação Matemática Realística: uma abordagem para o ensino e a avaliação em Matemática. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 10, n. 2, p. 167-184, 2015.

TREVISAN, A. L.; ELIAS, H. R.; ARANDA, V. Um estudo de tarefas de Cálculo Diferencial e Integral com auxílio de recursos computacionais. In: VII Congresso Mundial de estilos de aprendizagem, 2016, Bragança. **Anais... CMEA**, 7. Bragança - Portugal: Biblioteca Digital do IPB, 2016, p. 1908-1916.



TREVISAN, A. L.; GOES, H. H. O método da exaustão e o cálculo de áreas: proposta de uma tarefa com auxílio do Geogebra. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 52, p. 79-85, 2016.

WATSON, A. et al. Task Design in Mathematics Education. MARGOLINAS, C et al. (Eds.). **Proceedings of the ICMI Study 22**, Oxford, UK, (p. 9 – 16). Oxford: ICMI, 2013.