



18,19 e 20 de outubro de 2018

MODELAGEM E A SALA DE AULA



Encontro Paranaense de Modelagem
na Educação Matemática

O USO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA PARA O ESTUDO DE FUNÇÕES DE SEGUNDO GRAU

Aislan da Silva Nunes
nunes03@outlook.com

William Junior do Nascimento
williamjn@ufpr.br

Bárbara N. Palharini A. Sousa
barbara.palharini@uenp.edu.br

RESUMO

Abordaremos neste trabalho uma análise voltada à mobilização de conteúdos matemáticos manifestados em estudantes do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Funções. A atividade desenvolvida teve por objetivo analisar os conceitos matemáticos manifestados, associados as funções de segundo grau, por alunos na resolução de uma atividade de comercialização de potes de sorvetes. Dados foram coletados por meio de registros escritos durante o desenvolvimento da atividade por vinte e seis estudantes do primeiro e segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática em duas disciplinas de uma Universidade Pública do Norte do Paraná. Resultados indicam que no início do curso de Licenciatura em Matemática os alunos não têm familiaridade com o uso dos conceitos de funções de segundo grau e o foco da atividade se dá no tratamento dos dados por meio de tabelas e gráficos. O desenvolvimento no curso, analisado a partir do desenvolvimento da mesma atividade na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, possibilita inferir acerca do desenvolvimento da familiaridade com os conceitos matemáticos, bem como com situações-problema, tratamento da informação, ajuste e análise de modelos matemáticos.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Licenciatura em Matemática.

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ALGUMAS PALAVRAS

No âmbito da Educação Matemática alguns documentos oficiais indicam o uso de tendências metodológicas de ensino e de aprendizagem, bem como o desenvolvimento de competências matemáticas por meio do trabalho com situações reais (BRASIL, 2017; PARANÁ, 2008), entre outros.

O uso de situações reais para o ensino e aprendizagem de matemática pode ser proposto por meio de atividades de Modelagem Matemática como mostram as pesquisas já desenvolvidas nesta área Barbosa (2001), Bassanezi (2002), Almeida, Silva e Vertuan (2012), dentre outros.

Embora existam várias concepções diferentes sobre a Modelagem Matemática, há um consenso de que atividades de Modelagem Matemática se iniciam em uma situação da realidade dos sujeitos e culminam com a resposta para uma situação-problema deste contexto. Neste artigo entendemos a Modelagem Matemática como “uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não essencialmente matemático” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.20).

Na perspectiva destes autores, uma atividade de Modelagem Matemática, deve conter uma situação inicial (problemática), uma situação final desejada (que representa uma solução para a situação inicial). Os autores teorizam ainda, um conjunto de fases da atividade de Modelagem Matemática: Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de resultados e validação.

Em um primeiro contato com a situação inicial, a primeira fase denominada de inteiração, diz respeito ao ato de inteirar-se sobre o assunto, conhecer as características e especificidades da situação que será estudada. Nesta fase há a formulação de um problema e a definição de um planejamento para uma possível solução. Embora esta seja a primeira fase deste procedimento, há a possibilidade de buscar novas informações a qualquer momento durante o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática. No processo de matematização, há uma tradução da linguagem natural para uma linguagem matemática. Já na fase de resolução por meio do uso de um modelo matemático é possível responder à situação-problema levantada. Por fim, mas não menos importante, a Interpretação de resultado e validação requer uma análise do modelo matemático, que implica na validação do mesmo e na sua análise frente à situação estudada (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012).

Com vistas ao desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática em sala de aula, expomos na sequência os aspectos metodológicos para o uso dessas atividades em um curso de Licenciatura em Matemática.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa possui características qualitativas nas quais, segundo Gerhardt e Silveira (2009, p. 32) preocupam-se com aspectos da realidade que não podem ser quantificados, centrando-se na compreensão e explicação da dinâmica das relações sociais. Assim, a proposta

de atividade apresentada a seguir, está delineada nos pressupostos da Modelagem Matemática voltada para o estudo de funções do segundo grau, envolvendo uma situação financeira de comercialização de potes de sorvetes, de modo que a problemática desta situação envolve uma promoção de potes de sorvetes, considerando o dia internacional do sorvete, 23 de setembro.

O desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática em sala de aula se deu seguindo os pressupostos para a familiarização com atividades de Modelagem Matemática de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012), com uma situação inicial (problemática) já delimitada pelo professor contemplando um breve apontamento histórico do surgimento do sorvete exibido na página *web* da Associação Brasileira das Indústrias e do Setor de Sorvetes – ABIS.

A atividade conta com uma pesquisa de preço de potes de sorvetes que foram levantadas na cidade e que se adotou para este estudo o preço médio de R\$ 14,50 (quatorze reais e cinquenta centavos) (Quadro 1).

Quadro 1 – Informações acerca do tema da atividade de Modelagem Matemática

ATIVIDADE PROPOSTA:

Tendo em vista que no dia 23 de setembro é comemorado o dia nacional do sorvete, um estabelecimento da cidade, resolveu fazer uma promoção na compra de potes de sorvetes: na compra de dois ou mais potes de sorvete de 2L, será concedido um desconto de 5% por cada pote de sorvete adquirido. Considere o valor unitário de R\$ 14,50 (quatorze reais e cinquenta centavos) para o pote de sorvete de 2L. A partir dos dados apresentados acima, foram elaboradas as seguintes questões, as quais podem ser norteadoras da resolução da atividade e respondidas por grupos de alunos:

- É possível elaborar um modelo matemático no qual representa esta situação estudada?
- Depois de encontrado o modelo matemático, responda: será necessário ao dono do estabelecimento, limitar suas vendas?
- Qual a quantidade de potes de sorvetes máxima que ele poderá vender para obter o maior lucro?
- Se não houver limite em suas vendas, é possível comprar uma quantidade de sorvete e não pagar nada por isso?
- Explore o gráfico do modelo encontrado e obtenha os pontos máximos tanto de venda como de quantidade de sorvetes, para obter o maior lucro.

Fonte: os autores.

Esta atividade foi desenvolvida com vinte e seis estudantes em um curso de licenciatura em matemática com o objetivo de investigar os conteúdos matemáticos mobilizados durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, por estudantes de diferentes disciplinas de um curso de licenciatura em matemática "Funções" e "Cálculo Diferencial e Integral I". Os dados, registros escritos dos alunos, foram coletados no segundo semestre de 2017.

A atividade foi desenvolvida em grupos de estudantes, conforme sugere Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 25) e “vale ressaltar que atividades de Modelagem Matemática são essencialmente cooperativas, indicando que a modelagem tem nos trabalhos em grupo o seu aporte”, sendo assim cada grupo foi dividido proporcionalmente de modo que não houvesse em cada grupo mais que cinco estudantes. Desta divisão resultou-se em 4 grupos na disciplina de funções e 3 grupos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I.

A análise dos dados compreende um trabalho qualitativo na busca da emergência da mobilização de conteúdos pelos alunos.

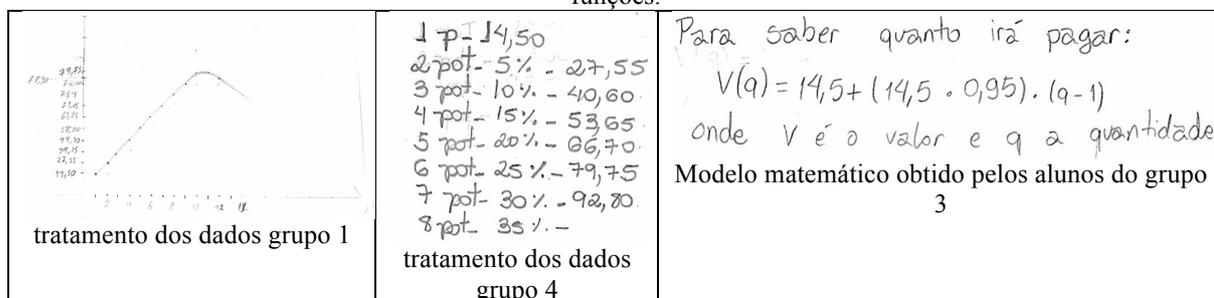
ANÁLISE DOS DADOS COLETADOS

Com vistas à análise dos conceitos matemáticos emergentes, algumas categorias e subcategorias foram criadas previamente, a fim de obter parâmetros que pudessem ser analisados posteriormente. Agrupamos os *modelos matemáticos* desenvolvidos na atividade e os *procedimentos matemáticos*.

Inicialmente evidenciamos os procedimentos matemáticos utilizados para o desenvolvimento dos modelos matemáticos que visam responder a situação-problema. Aqui enquadram-se os grupos que utilizaram alguns procedimentos matemáticos como: Matrizes e determinantes, generalização, equação da reta, análise de tabelas e não apresentou nenhum tipo de matematização.

Com vistas à resolução da atividade disposta na Figura 1, quatro grupos de alunos investigaram por meio da matemática os dados dispostos na situação-problema na disciplina de funções.

Figura 1: registros dos procedimentos matemáticos durante o desenvolvimento da atividade na disciplina de funções.

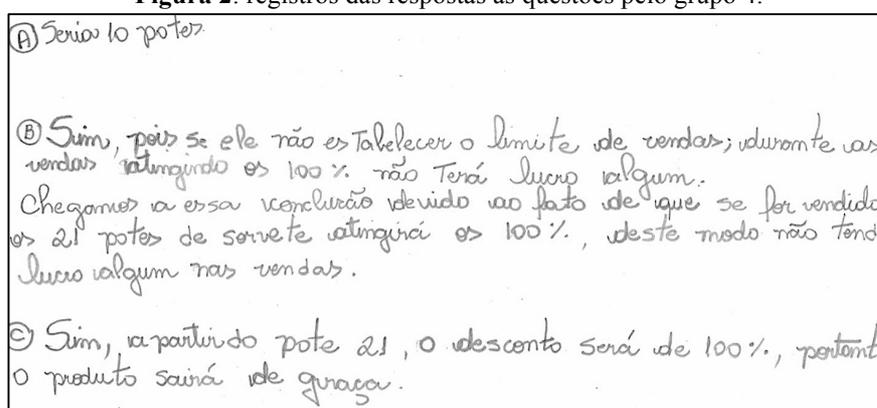


Fonte: registro dos alunos.

Apenas dois grupos dos quatro que desenvolveram a atividade responderam as questões colocadas pelo professor. O registro do grupo 4 contido na Figura 1, representa também o registro expresso pelo grupo 1 e, exclusivamente pelo grupo 2. O que denota a falta de familiaridade com procedimentos associados as funções quadráticas no início do curso de Licenciatura em Matemática.

Os registros do grupo 4 e de sua resposta para a situação-problema podem ser vistos na Figura 2.

Figura 2: registros das respostas às questões pelo grupo 4.



Fonte: registro dos alunos.

Já no contexto da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, no segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática, os alunos estavam em contato, também com o estudo de funções mas com vistas à sua usabilidade para o entendimento de limites e derivadas de funções. Também já não era o primeiro contato com atividades em que o tratamento de dados era necessário, e muitos deles já estavam aprovados na disciplina de funções.

Três grupos de alunos desenvolveram a atividade proposta pelo professor, por meio de conceitos de funções e utilizando conceitos do cálculo diferencial.

Figura 3: registros dos alunos na disciplina de CDI I – grupo 1

$1 \rightarrow 14,50$ $2 \rightarrow 29,00 \rightarrow 27,55 (5\%)$ $3 \rightarrow 43,50 \rightarrow 39,15 (10\%)$ $4 \rightarrow 58,00 \rightarrow 49,30 (15\%)$ $5 \rightarrow 72,50 \rightarrow 58,00 (20\%)$ $6 \rightarrow 87,00 \rightarrow 65,25 (25\%)$ $7 \rightarrow 101,50 \rightarrow 71,05 (30\%)$	$f(x) = ax^2 + bx + c$ <p>Plugando o ponto 1, 4 e 7</p> $\begin{cases} a1^2 + b1 + c = 14,50 \\ a4^2 + b4 + c = 49,30 \\ a7^2 + b7 + c = 101,05 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a1 + b1 + c \\ a16 + b4 + c \\ a49 + b7 + c \end{cases}$ <p>Utilizando a matriz</p>
---	---

$f(x) = -0,725x^2 + 15,09x + 0$

Fonte: registro dos alunos.

O mesmo tratamento dos dados, não de forma tabular, mas com semelhanças ocorre no desenvolvimento dos alunos do grupo 1 na disciplina de CDI I, no entanto, os alunos já apresentam a forma completa da função de segundo grau que servirá de modelo matemático para a situação-problema, a partir do ajuste dos parâmetros da função – feita por meio de um sistema linear utilizando a regra de Cramer (Registros dos resultados constam na Figura 3).

Já o grupo 2 apresenta a enunciação das variáveis em estudo e o modelo matemático desenvolvido na atividade em seus registros (Figura 4).

Figura 4: registros dos alunos na disciplina de CDI I – grupo 1

<p>Variável Dependente: Valor a pagar</p> <p>Variável Independente: Quantidade de pães</p>
<p>Modelo</p> $y = -0,3304x^2 + 13,18x + 1,4486$

Fonte: registro dos alunos.

Por fim, todos os grupos que desenvolveram a atividade usaram o modelo matemático obtido para responder as questões colocadas pelo professor, exemplos de registros dessas respostas podem ser vistos nos registros do grupo 3, constantes nas Figura 5 e 6, bem como a validação do modelo matemático obtido com o ajuste.

Figura 5: registros dos alunos na disciplina de CDI I – grupo 3

<p>c) Se não houver limitante a quantidade que poderá comprar que não pague nada ou 21 pontos de desconto que darei 100% de desconto.</p> <p>b) Sim, pois se passar de 10 pontos ele já estará perdendo, mas o seu máximo de desconto são 20 pontos para que não pague nada.</p> <p>a) 10 pontos</p>	<p>modelo</p> $f(p) = p \cdot 14,5 - (p-1) \cdot 0,05$ <p>validação</p> $f(2) = 2 \cdot 14,5 - (2-1) \cdot 0,05$ $f(2) = 27,55$ <hr/> $f(5) = 5 \cdot 14,5 - (5-1) \cdot 0,05$ $f(5) = 53,00$ $f(20) = 20 \cdot 14,5 - (20-1) \cdot 0,05$ $f(20) = 14,50$
--	---

Fonte: registro dos alunos.

Figura 6: validação do modelo dos alunos na disciplina de CDI I – grupo 3

pontos	Valor	%		pontos	Valor	%
1	14,50			20	290,00	14,50
2	29,00	5%	27,55	19	275,50	27,55
3	43,50	10%	39,15	18	261,00	39,15
4	58,00	15%	49,30	17	246,50	49,44
5	72,50	20%	58,00	16	232,00	43,50
6	87,00	25%	65,25	15	217,50	45,67
7	101,50	30%	71,05	14		71,05
8	116,00	35%	75,40			
9	131,40	40%	78,84	21	304,50	
10	145,00	45%	79,75			

Fonte: registro dos alunos.

Os procedimentos matemáticos evidenciados no trabalho dos alunos durante a atividade de Modelagem Matemática não compreendem em sua totalidade as fases da Modelagem Matemática de acordo com a literatura apresentada neste artigo, como declarado por Almeida, Silva e Vertuan (2012). Na disciplina de Funções os alunos iniciaram a inteiração com o tema declarado na atividade, e mesmo que a atividade contivesse várias questões direcionadas para seu desenvolvimento, as fases de matematização, resolução e interpretação de resultados e validação não foram contempladas no trabalho dos alunos.

Já na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral os alunos não passaram por todas as fases da atividade de Modelagem Matemática de modo linear, no entanto em seu trabalho é

possível identificar a inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação.

A emergência de mais conteúdos matemáticos no segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática vem ao encontro da defesa acerca da familiaridade gradativa de atividades de Modelagem Matemática nas disciplinas dos cursos de Licenciatura em Matemática. O que pode, ainda, auxiliar no que Brasil (2017) e Paraná (2008) indicam ao desenvolvimento de competências matemáticas por meio do trabalho com situações reais (BRASIL, 2017; PARANÁ, 2008), entre outros.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscando investigar quais conteúdos matemáticos emergem no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, por estudantes de diferentes disciplinas de um curso de licenciatura em matemática por meio de uma análise qualitativa, a investigação, *procedimentos matemáticos e modelos matemáticos*.

O modelo matemático mais utilizado pelos estudantes foi o modelo algébrico e modelo na forma tabular. Na disciplina de funções, primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática, parte dos estudantes optaram por um modelo tabular, não enxergando para além dessa relação matemática por meio da análise de variação dos dados.

Quanto aos procedimentos matemáticos, Matrizes e determinantes, Generalização da situação inicial, Análise de tabela e o uso de equações lineares emergiram no desenvolvimento da atividade.

Vale ressaltar que por se tratar de uma atividade que envolve uma função do segundo grau, entre os dez grupos formados seis apresentaram o processo de matematização, no entanto, a maior parte dos grupos utilizou-se da generalização para conseguir obter o modelo matemático, dois grupos dos que apresentaram o desenvolvimento da atividade optaram por desenvolver utilizando matrizes e determinantes e apenas um grupo optou por análise da tabela.

Dentre os grupos que não apresentaram o desenvolvimento da atividade, destacam-se os grupos da disciplina de Funções, onde 3 grupos dos 4 formados não apresentaram resoluções e o único grupo que apresentou, o fez em forma de análise de tabela – o que pode denotar

dificuldades com a abordagem de situações-problema reais e com o encaminhamento da atividade de Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA; L. W.; SILVA; K. P.; VERTUAN; R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001.

BASSANEZI; R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Proposta preliminar. Terceira versão revista. Brasília: MEC, 2017. Disponível em:
<<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>>. Acesso em: 23 mar. 2017.

GERHARDT; T. E.; SILVEIRA; D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Superintendência da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**: Matemática. Curitiba: SEED, 2008, p. 1-81.