

MODELAGEM E A SALA DE AULA



18,19 e 20 de outubro de 2018

O PAPEL DOS DIAGRAMAS EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Daiany Cristiny Ramos

UNOPAR/UEL

daianycr@hotmail.com

Ana Paula Zanim

UEM/UEL

aninha_pz@hotmail.com

Lourdes Maria Werle de Almeida

UEL

lourdes@uel.br

RESUMO

Nesse artigo investigamos relações entre a construção de diagramas em atividades de modelagem matemática e a constituição do conhecimento dos alunos. Para isso, analisamos uma atividade desenvolvida por um grupo de alunos do quarto ano de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do estado do Paraná. Nossa investigação baseou-se em fundamentos teóricos da Modelagem Matemática, e Semiótica Peirceana, mais especificamente na construção de diagramas. Nossas conclusões fundamentam-se na análise qualitativa e interpretativa das informações coletadas. Inferimos que as atividades de modelagem matemática proporcionam a construção de diagramas e esses estão relacionados ao modo como os alunos compreendem a situação e ao modo como ressignificam o conhecimento já constituído.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Semiótica Peirceana.

INTRODUÇÃO

De acordo com Niss (2015) o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática tem por finalidade a representação e/ou compreensão de fenômenos e situações extra matemáticas. Nesse sentido, no âmbito da Educação Matemática, a modelagem matemática pode "viabilizar uma leitura, ou até mesmo uma interpretação, ainda que parcial e idiossincrática, de fenômenos do mundo ou da vida, muitas vezes identificados fora do ambiente escolar, com o apoio da matemática" (ALMEIDA; SILVA; VERONEZ, 2015, p. 3).





Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR

Tal interpretação e leitura de fenômenos pode ser feita por meio dos modelos matemáticos que representam características essenciais do fenômeno em estudo. O modelo matemático se constitui como "um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou estrutura matemática e tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

Atividades de modelagem matemática tem caráter investigativo visto que, essas atividades geralmente têm como ponto de partida uma situação no mundo real. O modelador, de acordo com seus interesses e conhecimentos, realiza simplificações, estruturação e esclarecimento da situação que conduz à formulação de um problema e de um modelo real da situação (BLUM, 2002). Na transição entre a situação inicial e a situação final podem acontecer procedimentos variados. Almeida e Vertuan (2014, p. 4) propõem "um conjunto de fases relativas ao conjunto de procedimentos necessários para a configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema as quais caracterizam como: Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de Resultados e Validação".

A fase da Inteiração consiste na familiarização do aluno com a situação-problema que pretende estudar. Essa busca de informações conduz o aluno à elaboração de um problema. Esse problema bem como a situação inicial encontra-se em uma linguagem natural, logo na fase da Matematização, o aluno faz a tradução da linguagem natural para uma linguagem matemática, sendo que a linguagem matemática evidencia o problema matemático a ser resolvido. Tal ação requer que o aluno formule hipóteses, selecione variáveis e faça simplificações em relação às informações e ao problema já definido na fase anterior.

Na terceira fase, Resolução, o aluno constrói um modelo matemático, utilizando diferentes estratégias e procedimentos matemáticos que são orientados por diferentes tipos signos. A construção do modelo não é a fase final da atividade, após essa construção, os alunos envolvidos na atividade fazem uma análise do mesmo, o que "implica em uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto à adequação da representação para a situação" (ALMEIDA, VERTUAN, 2014, p.5). A última fase, Interpretação de Resultados e Validação, consiste na análise da resposta do problema.





Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR

Veronez (2013) argumenta, pautada na teoria dos signos de Charles S. Peirce, que em atividades de modelagem os alunos utilizam e/ou produzem signos, durante suas ações cognitivas que são atrelados à situação, ao problema, aos objetos matemáticos e à resposta reconhecida como uma solução para o problema. A autora infere que os signos representam algo que se pretende comunicar e indicam mobilização e/ou produção de conhecimentos dos alunos acerca do que o signo representa.

Pautando-nos na ideia da produção de signos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática voltamos o nosso olhar para um tipo de signo, os diagramas e buscamos investigar relações entre a construção de diagramas em atividades de modelagem matemática e a constituição do conhecimento dos alunos. Visando essa investigação analisamos uma atividade de modelagem matemática que será descrita no próximo item.

A ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA DESENVOLVIDA

A atividade de modelagem matemática foi desenvolvida por alunos do quarto ano de Licenciatura em Matemática de uma universidade pública do estado do Paraná. A atividade desenvolvida teve como tema *Batata frita* e foi realizada em uma disciplina de modelagem matemática por 17 alunos. Nesse artigo analisamos a atividade desenvolvida por um grupo de seis alunos, aqui denominados de A1, A2, A3,...A6. Para os alunos foram entregues as informações que constam no quadro 1, batatas, régua, barbante e uma faca sem ponta.

Quadro 1-Atividade de modelagem matemática

Olha a Batata Frita!!!

Segundo reportagem do site Terra¹ alguns pesquisadores afirmam que a história da batata frita nasceu em uma ponte de Paris, outros na ribeira do rio Meuse: franceses e belgas reivindicam a paternidade das batatas fritas, um prato emblemático cujas origens impregnam a cultura popular dos dois países. "A batata frita é filha da cozinha da rua, da baixa gastronomia. Por isso é difícil estabelecer sua certidão de nascimento", explica a historiadora francesa Madeleine Ferrière.

Para nós brasileiros não importa se a batata tem origem belga ou francesa, o que importa é ela estar bem sequinha e crocante. Hoje encontramos em diversos supermercados as batatas congeladas, elas já vêm cortadas em palitos e é só colocar no óleo. Mas como será o processo de fabricação dessas batatas?

¹ Disponível em: https://www.terra.com.br/vida-e-estilo/culinaria/receitas/cozinha/belgas-ou-francesas-persiste-o-misterio-sobre-a-origem-das-batatas-fritas,5d878cebbfdcb310VgnCLD2000000ec6eb0aRCRD.html acesso em 10 de jul.de2017.



SDEADE SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA REGIONAL PARANÁ

Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR

Segundo a EMBRAPA o fluxograma a seguir mostra todo o processo de produção da batata pré-frita e congelada.

RECEPÇÃO LAVAGEM E DESCASCAMENTO SELEÇÃO E ACABAMENTO CORTE LAVAGEM PARA REMOÇÃO DO AMIDO BRANQUEAMENTO DRENAGEM PRÉ-FRITURA DESENGORDURAMENTO CONTROLE DE QUALIDADE CONGELAMENTO E ACONDICIONAMENTO **EXPEDIÇÃO**

Na etapa do corte para garantir a boa qualidade do produto final, as batatas descascadas devem ser inspecionadas, e descartadas as seriamente danificadas por podridões.

As batatas são encaminhadas para a remoção da casca residual, "olhos", manchas escuras e áreas verdes, operação que é realizada manualmente com auxílio de facas de aço inoxidável. As batatas descascadas são' conduzidas através de esteiras ou em cestas para equipamentos de alta velocidade (cortadores rotativos) para serem cortadas na forma de palitos (tipo francesas). O tamanho varia de acordo com a preferência do consumidor. As dimensões de sua seção transversal geralmente são de 10x10mm, enquanto seu comprimento deve ter no mínimo 25 mm. Após o corte é recomendado uma seleção, visando a obtenção de um lote de primeira qualidade (com maior uniformidade), separando pedaços menores e descartando pedaços quebrados.

Após as outras etapas do processamento, as batatas devem ser cuidadosamente pesadas e empacotadas pois elas quebram. De acordo com a finalidade, as embalagens podem conter, por exemplo 15 Kg de produto, quando destinada a restaurantes, ou de 0,5 - 1 Kg, quando o mercado de consumo doméstico.

Problema: Quantos bastões de batata podem ser obtidos em uma embalagem de 1 Kg?

Fonte: Autoras do artigo

Com o objetivo de investigar relações entre a construção de diagramas em atividades de modelagem matemática e a constituição do conhecimento dos alunos pautamo-nos em conceitos da semiótica Peirceana, que são apresentados a seguir e que posteriormente serão utilizados para realizarmos uma análise interpretativa do desenvolvimento da atividade apresentada nessa seção.

SOBRE SEMIÓTICA PEIRCEANA

Com o objetivo de interpretar os dados coletados, utilizamos a Semiótica Peirceana como aporte teórico. Segundo Kadunz (2016) a semiótica é um meio de estudar questões epistemológicas, de planejar aulas de matemática ou de interpretar a comunicação da sala de aula. Ainda, de acordo com esse autor,





Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR

[...] se estamos interessados em problemas epistemológicos de aprender e comunicar a matemática, e se nós diferenciamos a terminologia semiótica que permite discussões muito precisas de problemas como significado, cognição, interação e interpretação em matemática, a semiótica de Peirce é, de longe, a melhor ferramenta. (KADUNZ, 2016, p. 113)

Os estudos sobre a Semiótica de Peirce apresentam um projeto de grande alcance para tratar da importância dos signos. Para Pierce, o signo não é o objeto, ele ocupa o lugar do objeto, fazendo referência ao objeto e representa esse objeto em certa medida. Na semiótica peirceana, o signo tem relação triádica e essa relação envolve um objeto, um representamen e um interpretante. Eles são os vértices do triângulo semiótico de Peirce: "... um "signo" é integrado em uma relação triádica cuja característica mais importante é o que ele chamou de "interpretante" do signo" (BAKKER, p. 336, 2006 apud KADUNZ, 2016, p. 117).

Segundo Peirce (2015) o signo estabelece três níveis de relações fundamentais: consigo mesmo (significação), com o objeto (objetivação) e com o intérprete (interpretação). Na relação do signo com o objeto Peirce (2015) estabelece três tipos de relação, são elas *índice*, *ícone* e *símbolo*.

Um *ícone* é um signo que representa o objeto por semelhanças. Peirce (2015) considera que uma qualidade, um existente individual ou uma lei pode ser um ícone de qualquer coisa, na medida em que indica semelhanças com o que representa. Um exemplo de ícone é uma fotografia de uma pessoa. Nesse caso a fotografia representa a pessoa por meio de semelhanças entre a pessoa e a fotografia da pessoa.

Um *índice* "é um signo que se refere ao Objeto que denota em virtude de ser realmente afetado por esse objeto" (PEIRCE, 2015, p. 52). Um índice é, portanto, um signo que indica um objeto por relação de proximidade. Índices podem ser, por exemplo, nuvens negras no céu que indicam chuva, ou pegadas na lama que indicam que alguém passou por ali. Assim, o índice, fornece indícios do objeto representado.

Um *símbolo* é um signo que se refere ao objeto representado em virtude de uma lei, "normalmente uma associação de ideias gerais que opera no sentido de fazer com que o símbolo seja interpretado como se referindo àquele objeto" (PEIRCE, 2015, p. 52). Desse modo, são símbolos: π , Θ , a bandeira nacional, entre outros.

Com relação ao *ícone*, Franco e Borges (2017) argumentam que Peirce distinguiu *ícone puro* de *hipoícone*, e subdividiu esse *hipoícone* em imagem, diagrama e metáfora. Nesse artigo,





Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR

estamos interessadas nos diagramas, segundo Peirce (2015, p.64) "os que representam as relações principalmente as diádicas, ou as que são assim consideradas, das partes de uma coisa através de relações análogas em suas próprias partes, são diagramas".

Segundo Franco e Borges (2017) para Peirce, raciocinar, é uma espécie de ação que se organiza através da diagramação de conceitos e inferências que ela aciona. Peirce se referiu aos diagramas como "imagens em movimento do pensamento" (Peirce, CP 4.8, 1906, *apud* FRANCO; BORGES, 2017) e afirmou que os diagramas ilustram o curso geral de pensamento (CP 1.384, c.1890-1; CP 2.242, c. 1903; CP 3.559, 1898; CP 4.530, 1906; CP 4.571, 1906; CP 5.162, 1903, dentre outros, *apud* FRANCO; BORGES, 2017).

Nesse contexto, Kadunz (2016) argumenta que diagramas são *ícones*, que são construídos de acordo com determinada regra e podem assim mostrar relações. Por exemplo, se pensarmos na geometria cada desenho obedece às regras da geometria então podemos dizer que é um diagrama, ou no mesmo sentido, uma frase escrita é um diagrama se seguir a gramática. Por outro lado, o leitor deve conhecer a gramática para decidir se é um diagrama. Assim, um diagrama não é um diagrama por si só.

No entanto, diagramas são na maioria dos casos signos muito complexos. Se voltarmos a tirar um diagrama da geometria, vemos neles símbolos, índices e até outros diagramas. Por exemplo, podemos imaginar o desenho de um triângulo e seu círculo circunscrito. [...] o triângulo em si é um diagrama, pois foi construído usando segmentos conectando três pontos de forma especial (KADUNZ, 2016, p. 118, tradução nossa).

Os conceitos abordados nessa seção serão utilizados para investigar relações entre a construção de diagramas em atividades de modelagem matemática e a constituição do conhecimento dos alunos.

A ANÁLISE DA ATIVIDADE DESENVOLVIDA

Os alunos do grupo a que nos referimos desenvolveram a atividade da *Batata Frita* de duas maneiras diferentes. Inicialmente utilizaram conhecimentos matemáticos da Educação Básica e depois conhecimentos do ensino superior.

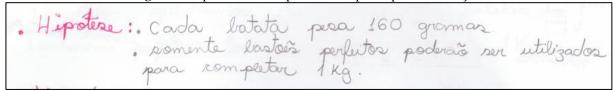
Como a situação-problema e o problema já estavam definidos, o primeiro passo dos alunos foi criar hipóteses sobre a situação conforme ilustra a figura 1.





Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR

Figura 1: Hipóteses criadas pelos alunos para a primeira solução



Fonte: registro dos alunos

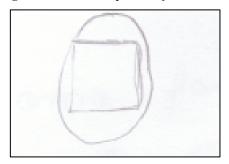
Essas hipóteses foram criadas a partir da observação das batatas que eles possuíam, visto que para chegar a uma solução eles primeiro testaram suas ideias com uma batata. Os alunos do grupo ao iniciarem a apresentação da atividade para a turma salientaram que foram necessárias três batatas para eles chegarem ao modelo apresentado. Os os alunos utilizaram três batatas para chegar a uma solução para o problema. O diálogo a seguir ilustra o que foi feito com cada uma dessas batatas:

A1: a primeira batata que a gente cortou, nós tínhamos o objetivo de descobrir quantos pedaços de 2,5 cm a gente teria na batata.

A2: 2,5 por 1 por 1 cm.

A1: isso! Vamos fingir que isso aqui é uma batata (desenha a batata no quadro, representada pela figura 2), a gente cortou ela na vertical, de pé. Quando a gente cortou ela assim a gente conseguiu 34 bastões perfeitos e o que sobrou a gente jogou fora.

Figura 2: Primeira representação da batata



Fonte: registro dos alunos

Nesse momento da atividade percebemos que os signos criados para representar o objeto em estudo, nesse caso a batata, auxiliam os alunos a traçar estratégias para encontrar a resposta ao problema. Nessa primeira tentativa e utilizando a hipótese de que cada batata pesa 160 gramas eles encontraram que cada bastão pesa 4,7 gramas. Para encontrar esse valor eles dividiram o peso total da batata pelos 34 bastões que encontraram.





Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR

Posteriormente eles utilizaram uma segunda batata, porém com um corte diferente. A justificativa para o uso dessa segunda batata é que eles queriam verificar se a quantidade de bastões seria a mesma, conforme ilustra a figura 3.

Posteriormente utilizamos uma segunda lotata cortando na horizontal a fim de verificarmos se encontrariamos o mesmo resultado.

Figura 3: Justificativa para o uso de uma segunda batata

Fonte: registro dos alunos

Nesse segundo momento eles perceberam que a quantidade de batata desperdiçada foi menor e encontraram 48 bastões perfeitos. Realizando a divisão de 160g por 48 encontraram que cada bastão possui 3,3g.

Após esses dois experimentos, eles resolveram fazer cortes em uma terceira batata, sendo a justificativa dada por um dos alunos:

A1: Só que aqui nos dois a gente teve boa parte que não pesou né! Vários pedaços da batata foram jogados no lixo e a gente não sabia quanto pesava isso. Então a gente utilizou uma terceira batata. Essa batata a gente cortou em cubos de 1 cm, porque eram cubos menores, e a gente entendeu que se cortássemos em pedaços menores nós íamos aproveitar melhor a batata. Então a gente conseguiu aproveitar praticamente toda a batata, cortando em cubos de 1cm³. Quando a gente fez isso nós descobrimos 135 cubos. Nós já tínhamos que uma batata inteira pesava 160g e sabíamos que uma batata tinha 135 cubos, a partir disso a gente dividiu 160 por 135 e descobrimos que cada cubinho pesava 1,18g.

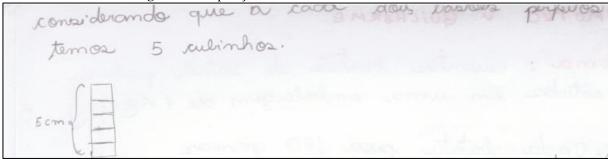
A estratégia de cortar em cubos menores foi utilizada com o intuito de aproveitar melhor a batata, pois, posteriormente eles encontraram quantos cubos cabiam em um bastão (figura 4), agora considerado com medidas 5 cm x1 cm x 1cm. A ideia de utilizar os bastões se manteve, porém, esses alunos criaram um outro diagrama, nesse caso, os cubos, para contornar a ideia do desperdício da batata. O novo diagrama possibilitou que os alunos avançassem na solução do problema.





Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR

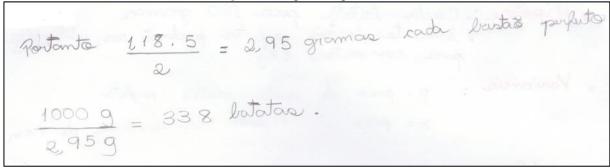
Figura 4: Comparação dos cubos menores com o bastão maior



Fonte: registro dos alunos

A partir dessa nova estratégia eles concluíram que cada bastão de 5cm x 1cm x 1cm pesava 5,95, porém como o bastão que eles procuravam saber o peso era de 2,5 cm x 1cm x 1cm, eles dividiram esse valor por 2. Após descobrirem o peso de cada um dos bastões eles dividiram a quantidade de 1kg pelo peso de cada bastão, encontrando um total de 338 bastões, conforme ilustra a figura 5.

Figura 5: Resposta ao problema



Fonte: registro dos alunos

Nessa primeira solução ao problema os alunos criaram diagramas para responder ao problema. A criação desses diagramas partiu da observação de ícones que culminou na observação de relações entre partes que resultou na construção de novos diagramas. Segundo Kadunz (2016) os diagramas são necessários para compreender qualquer afirmação e tal ideia é percebida na solução desses alunos, visto que eles criam diagramas novos com o intuito de testar e compreender suas estratégias.

Esses alunos resolveram essa atividade de uma outra forma e para isso criaram novas hipóteses conforme ilustra a figura 6.





Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR

Figura 6: Hipótese para a segunda solução do problema

· Slipéters: · Adetaremer as sequentes medidas para um bastais: 1 cm x 2,5 cm.
· A batada e' um elipsoide perfecto.
· Vames assumir que uma batada tem 160 gramas

Fonte: registro dos alunos

Para resolver o problema eles recorreram ao Cálculo Diferencial e Integral e utilizaram a ideia de sólidos de revolução. Para isso, encontraram uma função que descreve uma parte da curva da batata e em seguida calcularam o volume do sólido formado pela rotação dessa curva. Em torno do eixo dos x. Com essa estratégia encontraram um volume de 65,3 π cm³, conforme ilustra a figura7.

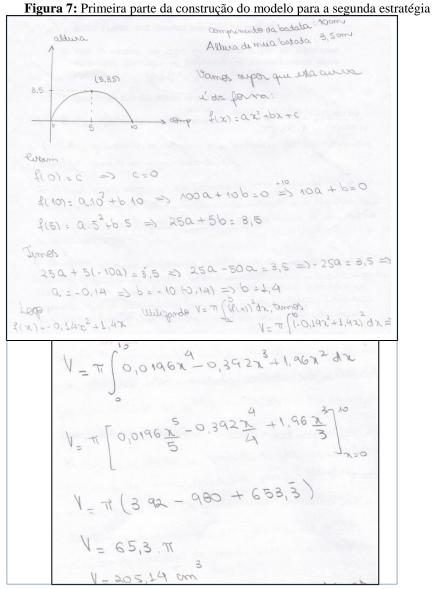
Ao encontrar o volume do objeto em estudo os alunos criaram diagramas com base em conhecimentos anteriores. Conhecimentos esses, que segundo Kadunz (2016) Peirce denomina de experiencia colateral que é o conhecimento necessário para entender a relação entre o signo e o objeto. Nesse caso, foi o conhecimento que permitiu o reconhecimento de que o objeto (a batata) poderia ser representada por um sólido de revolução.

Por fim, para encontrar a quantidade de bastões em um 1kg de batata, os alunos realizaram uma regra de três considerando que 205, 14 cm³ pesava 160g. Assim descobriram que um bastão cujo volume é 2,5 cm³ pesa 1,95g. De posse dessas informações dividiram o peso total de 1kg pelo peso de cada bastão, encontrando a quantidade de 512 bastões. A figura 8 ilustra esse procedimento.





Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR



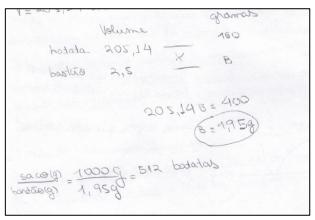
Fonte: registro dos alunos





Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR

Figura 8: Segunda solução para o problema



Fonte: registro dos alunos

As duas soluções encontradas pelos alunos apresentam diagramas diferentes que levaram a compreensão do problema, a criação de estratégias e a soluções diferentes. As soluções diferentes ocorreram devido as hipóteses levantadas para cada um dos encaminhamentos. De acordo com Almeida, Souza e Tortola (2015) o encaminhamento de uma atividade de modelagem matemática está em consonância com as hipóteses em que os alunos se fundamentam.

DISCUSSÕES FINAIS

Com o objetivo de investigar relações entre a construção de diagramas em atividades de modelagem matemática e a constituição do conhecimento dos alunos analisamos uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por alunos do quarto ano de licenciatura em Matemática.

A partir da análise dessa atividade podemos inferir que as fases de uma atividade de modelagem matemática propiciam a construção de diagramas e esses, por sua vez, influenciam na constituição do conhecimento do aluno. Na fase da resolução os alunos criam modelos matemáticos que ajudam a solucionar o problema. Para a criação desses modelos os alunos fazem uso de diagramas que auxiliam na compreensão do fenômeno.

Durante o desenvolvimento da atividade percebe-se que os alunos utilizam a experiência colateral para a construção de novos diagramas o que nos permite inferir que a construção





Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR

desses novos diagramas a partir de experiências anteriores possibilita que o aluno ressignifique aquele conhecimento já constituído mediante situações anteriores.

Essas são primeiras inferências sobre essa relação entre a construção de novos diagramas e a constituição do conhecimento em atividades de modelagem, assim faz-se necessário um estudo mais aprofundado sobre esse tema.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M.W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. Sobre a geração e interpretação de signos em atividades de modelagem matemática. In VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pirenópolis, 2015. **Anais** do VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2015, p. 1-13.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P. A.; TORTOLA, E. Desdobramentos para a modelagem matemática decorrentes da formulação de hipóteses. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais**... Pirenópolis: SBEM, 2015.

ALMEIDA, L. M. W; VERTUAN, R. E. Modelagem matemática na Educação Matemática. In ALMEIDA, L. M. W; SILVA, K. P. **Modelagem matemática em Foco.** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2014.

BLUM, W. Icmi study 14: Applications and modeling in mathematics education – discussion document. **Educational Studies in Mathematics**. 51, p. 149–171, 2002.

FRANCO, J. R.; BORGES, P. M. O conceito de Diagrama em Peirce: uma leitura semiótica para além da gramática especulativa. Revista Eletrônica de Filosofia, São Paulo, nº1, vol. 14, janeiro-junho, 2017, p. 45-54.

KANDUNZ, G. Diagrams as Means for Learning. In: Semiotics as a Tool for Learning Mathematics, Sense Publishers, 2016.

NISS, M. Prescriptive Modelling – Challenges and Opportunities. In Stillman et al. (Eds.) Mathematical Modelling in Education Research and Practice (ICTMA 16): Cultural, Social and Cognitive influences: Springer, p. 67-79, 2015.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 2 reimpressão da 4. ed. São Paulo: Perspectiva, 2015. (Estudos, 46).





Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática 18, 19 e 20 de outubro de 2018 Cascavel - PR

RAMOS, D. C. **O raciocínio abdutivo em atividades de Modelagem Matemática.** 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

SILVA, K.A.P. **Modelagem Matemática e Semiótica: algumas relações.** (Dissertação de mestrado) – Ensino de Ciências e Educação Matemática, Londrina, 2008.

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática.** 2013. 175p. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.



