



18,19 e 20 de outubro de 2018

MODELAGEM E A SALA DE AULA



Encontro Paranaense de Modelagem
na Educação Matemática

MANDALA: RELATO DE EXPERIÊNCIA DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Carina Chulek
Universidade Estadual do Centro-Oeste do Paraná - UNICENTRO
carina.chulek@gmail.com

Silvia Regina Potulski dos Santos
Universidade Estadual do Centro-Oeste do Paraná - UNICENTRO
emesil@hotmail.com

Dionísio Burak
Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO
dioburak@yahoo.com.br

RESUMO

Neste relato de experiência descrevemos o desenvolvimento de uma prática de Modelagem Matemática desenvolvida no primeiro semestre do ano de 2018 pelas alunas de um curso de mestrado na disciplina de Métodos e Tópicos em Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste. A prática foi desenvolvida segundo a perspectiva de Burak (1992). O tema escolhido pelas autoras foi “Mandalas”. Em seguida foram elaboradas questões com o intuito de apontar potencialidades que o presente tema pode possibilitar ao ensino e à aprendizagem de matemática, proporcionadas pela coleta de dados realizada. De acordo com os questionamentos constatamos que a partir do tema proposto, mesmo que a princípio não era um tema essencialmente matemático, foi possível abordar inúmeros conceitos matemáticos principalmente os voltados à geometria, de forma significativa. Como resultados destacamos a utilização da Modelagem Matemática uma importante e eficiente estratégia de ensino e aprendizagem, e verificamos ao se utilizar da mesma, estamos levando em conta a aprendizagem com base em situações que podem se vivenciadas pelo aluno em seu cotidiano contribuindo para sua formação.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Mandalas; Geometria.

INTRODUÇÃO

No primeiro semestre do ano de 2018, enquanto alunas do mestrado participamos da disciplina de Métodos e Tópicos em Educação Matemática do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste, orientadas pelo Professor Dr. Dionísio Burak. Na qual nos foi proposto uma prática de uma atividade de Modelagem Matemática, e, nos surgiu a necessidade de relatar as potencialidades que nos deparamos com esta atividade.

A experiência relatada neste artigo não foi desenvolvida em sala de aula, foi elaborada com o propósito de se conhecer o potencial dessa metodologia de ensino, para Educação Básica, em disciplina do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro-Oeste.

Quando nos reportamos à prática docente, é notória a expectativa demonstrada pela grande maioria dos docentes em relação à aprendizagem dos alunos, assim como também é possível observar a decepção quando o processo de ensinar e aprender não ocorre de maneira satisfatória. Nesse sentido é possível perceber uma necessidade de mudança de postura do professor frente às dificuldades que se apresentam em relação ao ensino e à aprendizagem de matemática, haja vista que a mera transmissão de conteúdos e conceitos não atinge os objetivos básicos em relação à aprendizagem.

Construir o conhecimento, estimular a investigação e a participação dos alunos tornando-os coautores do processo ensino e aprendizagem podem ser o ponto inicial de uma nova postura do professor mediante os desafios da atualidade e a Modelagem Matemática, neste contexto, foi uma alternativa metodológica encontrada diante da necessidade emergente de mudança.

Na perspectiva de Burak e Klüber (2010) a Modelagem Matemática é uma alternativa metodológica para o ensino de matemática, que depende fundamentalmente do interesse do grupo. Os autores defendem ainda que se o tema abordado for de interesse do grupo, maior será a motivação e participação dos mesmos que, passarão a ser corresponsáveis no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem e o professor passará a ser um mediador entre o conhecimento matemático e o conhecimento do aluno.

Diante deste contexto e a partir da experiência em sala de aula que já possuímos, este relato tem como objetivo discorrer a experiência que tivemos com o desenvolvimento, enquanto alunas, de uma prática pedagógica com ênfase na Modelagem Matemática segundo a perspectiva de Burak e Klüber (2010), que foi desenvolvida pelas mestrandas, com o objetivo de vivenciar uma atividade de Modelagem Matemática, partindo de um tema não essencialmente matemático e relacionando os com conteúdos matemáticos presentes no cotidiano por meio da construção de Mandalas.

A MODELAGEM MATEMÁTICA

O ensino da Matemática deve ter uma atenção diferenciada, haja visto que a matemática é apontada historicamente como um dos alicerces do currículo escolar, fomentando preocupações para educadores, educandos e pais quanto ao seu papel na sociedade.

Com a leitura e reflexão de diversas perspectivas sobre o assunto, dentre elas citamos BASSANEZI (2006), BIEMBENGUT e HEIN (2011), BURAK (1992, 2009) e BARBOSA (2001), entendemos a Modelagem como “[...] um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões” (BURAK, 1992, p.62).

Os autores Almeida, Silva e Vertuan (2012, p.17) apoiam a Modelagem Matemática como “[...] uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da matemática, de uma situação problemática não essencialmente matemática. Assim trata-se de uma maneira de trabalhar com atividades cotidianas de interesse dos alunos na aula de matemática”.

Adotamos a Modelagem Matemática na perspectiva de Burak e Klüber (2008) que descreve a modelagem em cinco etapas orientadas pelo interesse do aluno ou do grupo e pelas necessidades do nível de ensino trabalhado, sendo elas:

A primeira etapa de uma atividade de Modelagem Matemática, que de acordo com a perspectiva de Burak e Klüber (2008, p.21) é na escolha do tema que “[...] professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios alunos sugerem um tema”.

A segunda etapa refere-se à pesquisa exploratória, que para os autores quando “escolhido o tema a ser pesquisado, encaminhem-se os alunos para a procura de materiais e subsídios teóricos dos mais diversos, os quais contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar” (BURAK; KLÜBER (2008, p.21).

A terceira etapa da atividade de modelagem matemática é o levantamento de problemas. Segundo Burak e Klüber (2008)

“[...] de posse dos materiais e da pesquisa desenvolvida, incentiva-se os alunos a conjecturarem sobre tudo que pode ter relação com a matemática, elaborando problemas simples ou complexos que permitam vislumbrar a possibilidade de

aplicar ou aprender conteúdos matemáticos, isso com a ajuda do professor, que não se isenta do processo, mas se torna o “mediador” das atividades” (p.21).

A quarta etapa é a resolução dos problemas “[...] nessa etapa, busca-se responder os problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser abordado de uma maneira extremamente acessível, para, posteriormente, ser sistematizado” (BURAK; KLÜBER, 2008, p.21).

A quinta etapa de uma atividade de modelagem matemática na perspectiva de Burak e Klüber (2008) é a análise crítica das soluções. Segundo os autores esta “[...] etapa marcada pela criticidade, não apenas em relação à matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas” (p. 21-22). No Âmbito da perspectiva dos autores, podemos abordar temas não matemáticos de interesse do grupo para que dessa forma o ensino e a aprendizagem tornem-se mais significativos, indo de encontro aos anseios de toda a comunidade escolar em relação ao ensino da matemática.

Diante do exposto, neste trabalho nos detemos a abordar o tema Mandalas, mesmo que de forma breve, seguindo a perspectiva de Burak (1992, 2008). Relatamos algumas atividades, e possíveis conteúdos que podem ser abordados no desenvolvimento da atividade. De acordo com Burak (1992, 2008), descrevemos a atividade sobre o tema Mandalas nas cinco etapas com seguem.

A ESCOLHA DO TEMA

O tema foi escolhido em diálogo pelas duas alunas, pensando em um tema que apresentasse mais conceitos não matemáticos, para que pudéssemos pesquisar sem que a Matemática nos influenciasse. O tema surgiu pela nossa curiosidade em explorá-lo, pois é possível observá-las em nosso cotidiano, e quando aplicada a sala de aula, é fácil exemplificá-lo com os alunos.

Mandalas estão presentes a toda nossa volta, quando observadas com atenção, nos deparamos com exemplos de mandalas tanto na natureza quando na arquitetura que está a nossa volta.

Pudemos observar que a Mandala não possui uma data certa para a sua origem, que muitos povos a desenhavam sem assimilá-las ao nome que hoje é conhecida, “desde os primatas encontramos mandalas” (LOSACCO, s/d, p.5). O homem a utiliza para se expressar,

seja seus sentimentos, e re-encontrar a sua natureza essencial, o sagrado, o divino, a numinosidade.

Pensando nisso, começamos a pesquisar algumas Mandalas prontas e nos deparamos com diversos tipos delas, entre esses tipos as geométricas, a qual foi nossa escolha.

PESQUISA EXPLORATÓRIA

Como o tema surgiu da nossa curiosidade, fomos pesquisar e encontramos inúmeras coisas que podem ser trabalhadas em diversas disciplinas, conseqüentemente, este tema pode ser trabalhado que pode ser trabalhado de forma interdisciplinar. Esta etapa tem o intuito da coleta de dados, visando informações que deem componentes qualitativos.

A coleta de dados foi por apenas um instrumento, a pesquisa bibliográfica, buscando conceitos e significados quanto aos elementos das mandalas, pois cada cor, e cada forma possui um significado diferente que levam a diversas interpretações.

A partir da pesquisa exploratória foi observada a potencialidade do tema, a qual trabalhamos mais conceitos e conteúdos matemáticos, mas que poderia ter sido encaixada em outras disciplinas, dentre elas estão: filosofia, sociologia, história, geografia.

LEVANTAMENTO DE PROBLEMAS

A partir da pesquisa exploratória, nos deparamos com diversas questões, mesmo que não sendo um tema aparentemente matemático, mas as questões nos levaram à matemática, as quais elencamos algumas:

- O que é uma Mandala?
- Que conceitos matemáticos podem ser utilizados para desenhar uma Mandala padronizada?
- Como analisar uma mandala já pronta? Seja encontrada nas laranjas, nas teias de aranhas, nas rodas dos carros, no guarda-chuva?
- Podemos desenhar uma Mandala sem nenhum conceito matemático?
- Qual o tamanho ideal de uma Mandala? E como calcular a sua área?

RESOLUÇÃO DOS PROBLEMAS E DESENVOLVIMENTO DO CONTEÚDO MATEMÁTICO

Cada questão que apresentamos pode levar a conceitos diferentes dentro e fora da Matemática. Os conceitos não matemáticos podem ser trabalhados no contexto das disciplinas de História, Geografia, e também associados a Arte, porém quando nos reportamos a arte, não estamos apenas nos referindo a arte como uma disciplina escolar mas sim a arte observada no cotidiano dos alunos.

As Mandalas apresentam várias definições de acordo com Rodrigues, Miyazaki e Silva a “Mandala é a representação icônica dos princípios base da geometria sagrada, tese segundo a qual a geometria é a forma ordenada da criação” (2010, p.9). Complementando, Souza (2012) afirma que “[...] trata-se de uma figuração geométrica em que o círculo está inscrito num quadrado ou o quadrado num círculo. Esta figura possui ainda subdivisões, mais ou menos regulares, divididas por quatro ou múltiplos de quatro” (p.25). Desta forma, é possível considerar conhecimentos matemáticos inseridos nas Mandalas, principalmente, a geometria plana.

Pensando na segunda questão abordada pelas autoras, foi necessário desenhar as principais formas geométricas no papel, para posteriormente montar a mandala. Para isto, foi desenhado 10 peças do quadrado, do triângulo e do losango em três tamanhos proporcionais, com lados 12 cm, 6 cm e 3 cm, e coloridos conforme a tabela 1:

Tabela 1: coloração das formas

Forma	Tamanho grande	Tamanho médio	Tamanho pequeno
Triângulo	Amarelo	Azul	Vermelho
Quadrado	Rosa	Lilás	Marrom
Losango	Roxo	Laranja	Verde

Fonte: Chulek, Potulski (2018)

Para desenhar todas as figuras citadas acima, foi utilizado papel paraná (ou papelão), régua, compasso e lápis. Com a folha do papel paraná toda desenhada foi possível analisar a potencialidade de trabalhar os conteúdos como: teorema de Tales, propriedades de ângulos, entre outros.

Depois de desenhado foi recortado cada figura e separado por tamanho e pela forma como mostra a figura.

Figura 1: figuras geométricas recortadas do papel paraná



Fonte: Chulek, Potulski (2018)

No desenho do quadrado e o losango foram abordados conteúdos como: segmento de reta, ângulos, retas paralelas, perímetro, área e propriedades dos quadriláteros, principalmente a propriedade que “todo quadrado é um losango, mas nem todo losango é um quadrado”. E, para o triângulo foram abordados os conceitos como: classificação dos triângulos, quanto aos lados, e aos ângulos. E demais conceitos quanto às formas geométricas que forem surgindo no decorrer da construção da mandala.

Quanto  terceira questão, que trata da análise das mandalas que são encontradas na natureza, tendo claro a definição do que é uma Mandala,  possível fazer analogias como por exemplo com a laranja representada na figura 2.

Figura 2: ilustração de uma laranja



Fonte: http://www.lactosoja.com.br/wa_upload/images/img-bebidas-laranja-fruta.png

Através da mandala observada na representação de uma laranja abordamos conceitos matemáticos como circunferência, na qual trabalhamos o centro, o raio, o diâmetro, o comprimento e a área da circunferência. E os ângulos, onde trabalhamos principalmente as conversões de graus para radianos e vice-versa. Como pode ser observado na figura 3:

Figura 3: ilustração da representação de uma laranja com conceitos matemáticos abordados.



Fonte: Chulek, Potulski (2018)

Na representação da teia de aranha também pode ser observada como uma mandala, ela é um exemplo que pode ser retirado da natureza, como a da figura 4:

Figura 4: ilustração de uma teia de aranha



Fonte: <https://i1.wp.com/www.techempportugues.com/wp-content/uploads/2017/01/teiaAranha.jpg?resize=700%2C350&ssl=1>

Quando analisamos a figura da representação teia de aranha, podemos observar uma padronização na sua construção, o que nos remete a uma mandala, com centro definido, e que toda a teia converge ao seu centro. Nela trabalhamos conceitos de ângulos congruentes, semelhança de polígonos, e simetria.

Pensando na roda dos carros, também observamos a formação de uma mandala figura 5 é um exemplo.

Figura 5: ilustração de uma roda.



Fonte: <http://unidospneus.com.br/site/images/2016/roda1.png>

Analisando-a podemos ver que são perfeitamente padronizadas, nas quais abordamos todos os conceitos de circunferência, simetria, e principalmente a divisão os ângulos cômruos no ciclo trigonométrico, o que pode ser observado na figura 6.

Figura 6: ilustração da representação da roda com conceitos matemáticos abordados



Fonte: Chulek, Potulski (2018)

Ao montar a mandala geométrica com as formas geométricas, referindo-se à terceira questão, tem-se a oportunidade de verificar in loco os conceitos já abordados anteriormente. Nele toda mandala apresenta formas geométricas, muitas delas apresentam determinados padrões ou simetria, mas, mesmo as mandalas desse tipo recaem aos conceitos matemáticos. Na sequência apresentamos alguns exemplos de mandalas que foram, por nós construídas, através das formas construídas nesta prática.

Figura 7 a 10: mandalas construídas pelas figuras geométrica produzidas.



Fonte: Chulek, Potulski (2018)

Na quarta questão, nos perguntamos qual seria o tamanho ideal para uma mandala, mas a partir da pesquisa exploratória pudemos observar que uma mandala não tem um tamanho padrão, ela depende do que se deseja representar. Neste contexto, nos surgiu a curiosidade em descobrir a área de cada mandala.

Para calcular a área de uma mandala geométrica é necessário observar quais são as formas geométricas que a compõem, a primeira mandala apresentada representa a ilustração de uma estrela, e para calcular a sua área contar quantos losangos azuis ela possui, pois toda sua base é formada por losangos.

Mas como o temos apenas o lado do losango roxo que é 12 cm, e a diagonal menor possui a mesma medida de lado, como mostra a figura a seguir.

$$\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{cateto}^2$$

$$AB^2 = BM^2 + AM^2$$

$$12^2 = 6^2 + AM^2$$

$$144 = 36 + AM^2$$

$$144 - 36 = AM^2$$

$$108 = AM^2$$

$$AM = \sqrt{108}$$

$$AM = 6 \cdot \sqrt{3} \text{cm}$$

A área do losango é dada pela fórmula:

$$A_{\text{losango}} = \frac{\text{diagonal maior} \cdot \text{diagonal menor}}{2}$$

$$A_{\text{losango}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3} \cdot 6}{2} = \frac{36\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3} \text{cm}^2$$

Como a mandala é constituída de 6 losango, é só multiplicar a área do losango por 6, da seguinte forma:

$$\text{Área da mandala} = 6 \cdot \text{área do losango}$$

$$\text{Área da mandala} = 6 \cdot 18 \cdot \sqrt{3} = 108 \cdot \sqrt{3} \text{cm}^2$$

Portanto a área que a primeira mandala irá utilizar é uma área de $108 \cdot \sqrt{3} \text{cm}^2$.

O conteúdo aqui abordado foi o cálculo da área da superfície maior da primeira mandala, mas poderia ser trabalhado qualquer conceito de área, o que depende da forma que a mandala é desenhada, ou quais são as formas que ela possui.

ANÁLISE CRÍTICA DAS SOLUÇÕES

Durante o desenvolvimento das atividades, surgiram-nos pensamentos como “a princípio parece que não se trata de um conteúdo matemático”. Levando-nos a compreender o quanto a nossa prática docente está presa a meras resoluções e/ou “contas” sem dar um sentido ao que se está ensinando em sala de aula.

Nesse sentido, observamos que podemos relacionar conceitos básicos de geometria quando observamos as mandalas já prontas e, ainda mais especificamente quando construímos a nossa mandala.

É possível desenvolver qualquer conteúdo, matemático no tema apresentado, foi possível interligar a matemática com outras áreas de conhecimento pois toda mandala tem uma forma geométrica, e ainda, um significado do qual o aluno pode levar como conhecimento para fora da sala de aula, como podemos citar a questão religiosa, mitológica e toda simbologia que estão presentes nas mandalas.

Vale ressaltar que durante o desenvolvimento das atividades devemos estar cientes dos desafios que enquanto professoras vamos enfrentar pois, é comum surgirem questionamentos que nos prendam a questões negativas, ou pensamentos de que não irá chegar a nenhum conceito ou conteúdo matemático que favoreça a aprendizagem.

CONCLUSÃO

Ao realizarmos uma atividade com Modelagem Matemática, não sabemos ao certo no que chegaremos, podemos elucidar que os caminhos que tomamos foram especificamente na matemática. Mesmo sabendo que isso não deveria acontecer, pois em uma atividade com

Modelagem Matemática na concepção aqui assumida, as questões devem surgir depois dos conhecimentos adquiridos na pesquisa durante a pesquisa. Quando optamos pelo tema Mandalas, a princípio não nos preocupamos com os conteúdos matemáticos que pudessem ser abordados. Na pesquisa exploratória, buscamos conhecer e entender o que é uma mandala, seus diferentes significados, bem como, fazer analogias com objetos que podem ser encontrados em nosso cotidiano que nos remetem a ideia de uma Mandala. Quando fazemos essas analogias, também podemos nos remeter a conceitos matemáticos como o círculo, circunferência e demais formas geométricas observadas nas mandalas.

Com esta prática pudemos observar diversas possibilidades de situações para serem aproveitadas em uma sala de aula. As autoras observaram durante o desenvolvimento da mesma, a qual fazia parte do processo avaliativo de uma disciplina do mestrado do qual são alunas, há a possibilidade de oportunizar esta atividade à estudantes os quais terão a oportunidade participar efetivamente das aulas desde a escolha do tema, até o desenvolvimento da pesquisa e das atividades dela provenientes, tornando o processo ensino aprendizagem mais dinâmico.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessôa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012. 158 p.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores**. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação Matemática, Pós-graduação, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006. 389 p.
- BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2011. 127 p.

BURAK, Dionísio. Da educação matemática à modelagem matemática: um olhar para as práticas em sala de aula. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2009, Londrina. **Anais...** . Londrina: Uel, 2009. v. 6.

BURAK, Dionísio. KLÜBER, Tiago Emanuel. Modelagem matemática na educação básica numa perspectiva de educação matemática. In: BURAK, D. et al (Org.). **Educação Matemática: Reflexões e Ações**. Curitiba: CRV, 2010.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? Educação em Revista, Rio de Janeiro, n. 4, p.4-13, 1995.

RODRIGUES, Daniel; MIYAZAKI, Ely Satie Ito; SILVA, Izabel Penteadó Dias da. **Mandalas**. 2010. 27 f. Monografia (Especialização) - Curso de Especialização em Psicologia Transpessoal Aplicada, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

SOUSA, Maria Daniela Pereira. **Mandalas ou o Círculo Mágico, uma abordagem em contexto educativo**. 2012. 245 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Educação Artística, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2012.