



18,19 e 20 de outubro de 2018

MODELAGEM E A SALA DE AULA



Encontro Paranaense de Modelagem
na Educação Matemática

MODELAGEM MATEMÁTICA NAS EMBALAGENS DE SUCO: UMA EXPERIÊNCIA COM ESTUDANTES DO ENSINO MÉDIO

Milena Molitor

UTFPR- Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Londrina

E-mail: mihmolitor@hotmail.com

Claudete Cargnin

UTFPR- Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campo Mourão

E-mail: cargnin@utfpr.edu.br

Karina Alessandra Pessoa da Silva

UTFPR- Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Londrina

E-mail: karinapessoa@gmail.com

RESUMO

Neste artigo apresentamos um relato de experiência que considera a modelagem matemática como uma alternativa pedagógica que estimula o interesse dos estudantes por se referir a aulas práticas e de caráter investigativo. Relatamos o desenrolar de uma atividade de modelagem matemática desenvolvida em uma turma do 2º ano do Ensino Médio referente à geometria espacial – cálculo do volume dos sólidos geométricos. A partir de diversas embalagens de suco, os estudantes, em grupos, determinaram o volume do objeto, construindo um modelo matemático e depois validando com alguns instrumentos de medição, como por exemplo, o copo graduado. Com a atividade surgiram questionamentos singulares e foi notório o trabalho colaborativo e a troca de estratégias entre os estudantes.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Matemática; Sólidos Geométricos.

INTRODUÇÃO

Na Educação Básica cada vez mais o professor é convidado a buscar novas alternativas de ensino que torne as aulas mais atrativas e dinâmicas, que faça frente às inúmeras e divertidas opções de entretenimento a que os jovens têm acesso, como por exemplo, a via internet, inclusive dentro da sala de aula.

Pensando nisso, para impulsionar e despertar o interesse dos estudantes quanto aos estudos matemáticos, foi desenvolvida uma atividade de modelagem matemática com estudantes do 2º ano do Ensino Médio, que estavam estudando áreas e volumes dos sólidos geométricos, e, apesar das demonstrações das fórmulas e das aplicações no cotidiano, estava sendo considerada uma matéria pouco atrativa.

Segundo Bassanezi (2006), “a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (p. 16), uma característica motivadora que é bem vinda às aulas, pois os estudantes podem estudar problemas reais e, por meio da investigação e troca de estratégias com os demais estudantes, buscar soluções para resolver tal problema. Atividades de modelagem que podem ser desenvolvidas de forma colaborativa é a sugestão de Almeida, Silva e Vertuan (2013), porém, os autores destacam a necessidade do professor instigar as discussões em grupo, exercendo o papel de mediador e orientador dos estudantes.

Nesse contexto, esse artigo tem por objetivo relatar uma experiência de desenvolvimento de uma atividade de modelagem em que foram trabalhadas situações envolvendo volumes de sólidos geométricos em uma escola privada no interior do Estado de São Paulo.

O DESENVOLVER DA ATIVIDADE DE MODELAGEM E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para desenvolver a atividade de modelagem na escola, foi escolhido um ambiente em que os estudantes não frequentavam diariamente, chamado Espaço pedagógico, um lugar aberto com mesas e bancos de cimentos, cheio de árvores em sua volta. A atividade poderia ser desenvolvida em sala de aula sem problemas nenhum, só mudamos o ambiente para fugir da rotina. Foi solicitado que os estudantes se organizassem em cinco grupos. Em seguida, foi realizada a leitura compartilhada do texto informativo apresentado na figura 1, que não partia de um contexto matemático. Após a leitura, cada grupo recebeu embalagens diversas que no decorrer do relato será mostrado por meio das figuras. (Nesta parte seguinte do texto, optamos por escrever na primeira pessoa, para ser mais real com o contexto discutido).

Figura 1: Texto informativo da atividade de modelagem

As embalagens de suco

As caixinhas de suco industrializadas servem como alternativa para as famílias quanto às bebidas, quando na correria no dia a dia não conseguem preparar suas próprias refeições. A garotada adora e os pais consideram uma opção prática e saudável. Engana-se quem acha que as caixinhas de sucos são saudáveis: os sucos industrializados têm excesso de açúcares e aromatizantes.

A endocrinologista Vanessa Borba relata que os sucos de caixinhas devem ser consumidos com bom

senso, e que os naturais sempre devem ser a primeira opção.

E pensando na variedade de embalagens, será que as embalagens mudam o gosto das bebidas? Se você acha que sim, acertou!!! Foi comprovado cientificamente que as embalagens podem alterar os gostos das bebidas.

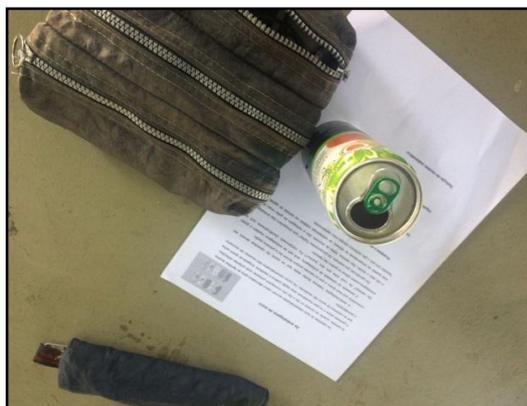
Em garrafa pet, por exemplo, há componentes “fujões” que escapem das embalagens e vão para o líquido. Nas latinhas, feitas de alumínio, têm a vantagem de gelar mais rápido, mas quando as temperaturas se elevam, as substâncias voláteis na bebida se agitam mais fazendo com que o gás carbônico escape mais rapidamente.

Fonte: Informações da pesquisa.

Após discussões e observações sobre as informações das embalagens entregues, definiu-se o problema a ser estudado: “Quanto cabe dentro de cada embalagem?” “E quanto realmente tem de suco nas embalagens?”.

Os estudantes solicitaram ajuda à professora por meio de questionamentos, como por exemplo, o grupo 1 da latinha (Figura 2): “*Professora, mas como eu vou saber quanto cabe aqui? Ué se está escrito 290 ml cabe 290 ml.*” Eu indaguei: será? Então um dos estudantes disse: “*Vamos calcular o volume dessa lata, é cilindro né professora?*” “*Não sei...*”

Figura 2: Embalagem do grupo 1



Fonte: Informações da pesquisa.

Após discussão no grupo, os estudantes aplicaram valores em uma fórmula já conhecida por eles, uma vez que, esse conteúdo havia sido estudado a pouco tempo, e apresentaram o modelo apresentado na Figura 3:

Figura 3: Modelo matemático do grupo 1

Dedução do modelo matemático:
 $r^2 \cdot \pi \cdot h$
 $2,7^2 \cdot 3,14 \cdot 14 = 320,4889 \text{ cm}^3$
290 ml

Fonte: Informações da pesquisa.

Na figura 3, os estudantes só entregaram o cálculo do volume final encontrado, mas, no desenvolvimento da atividade, eles encontraram vários volumes, como por exemplo, o de 350 ml, e então eu questionava “*Nossa, então cabe 350 ml e na lata só têm 290 ml, o líquido não está próximo da boca da lata, está bem pra baixo né?*” No primeiro momento, os estudantes não conseguiam entender, mas depois de muitas reflexões e quando abriram a lata verificaram que tinha suco até quase o lacre (em toda a latinha) e também validaram no copo graduado e constataram que realmente tinha 290 ml, concluindo assim que o cálculo ou alguma medida encontrada pelo grupo estava incorreto. Alguns estudantes inconformados com o volume incorreto encontrado, mediram novamente a latinha com a fita métrica e calcularam novamente, se aproximando um pouco mais do valor do volume. A transformação de centímetros cúbicos para mililitro aconteceu naturalmente, pois, já era de conhecimento dos estudantes.

No grupo 2, embalagem de 300ml (Figura 4) os estudantes não conseguiam realizar a decomposição da embalagem, queriam aplicar o volume de uma pirâmide, mesmo sem ter um cume, pois, afirmavam que seria o sólido mais aproximado da embalagem. Ao questioná-los várias vezes, viram que essa não seria a melhor solução, pois, não estariam calculando todo o volume da embalagem.

Figura 4: Embalagem do grupo 2



Fonte: Informações da pesquisa.

Compartilhei então a embalagem com a sala, e um dos estudantes, teve a ideia da experiência: encher um recipiente com água, depois colocar a embalagem dentro, assim a água que representa o volume vai cair, ou seja, a variação da água que tinha no recipiente com a água que sobrou representa o volume daquela embalagem. E assim fizeram, conforme apresentado na Figura 5:

Figura 5: Cálculo do volume da embalagem do grupo 2



Fonte: Informações da pesquisa.

A Figura 6(a) mostra os cálculos iniciais realizados pelo grupo 2 e a Figura 6(b) apresenta a solução dada ao problema, onde o grupo concluiu que a capacidade daquela embalagem foi calculada, pela quantidade de água que escorreu para fora do recipiente, uma vez que, encheram o recipiente até completar e fizeram a diferença entre: a água colocada e a água restante no recipiente.

Figura 6-a: Cálculos iniciais do grupo 2

Handwritten mathematical calculations for the volume of a cylinder. The text includes: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$, $V = \pi \cdot 3^2 \cdot 9$, $V = 81\pi$, $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ (with 'com' written next to it), $V = \frac{6 \cdot \pi \cdot 3^2}{3}$, $V = \frac{54\pi}{3}$, $V = 18\pi$, and a vertical addition: $\begin{array}{r} 18 \\ + 81 \\ \hline 249\pi \\ \times 3 \\ \hline 247\pi \text{ ml} \end{array}$.

Fonte: Informações da pesquisa.

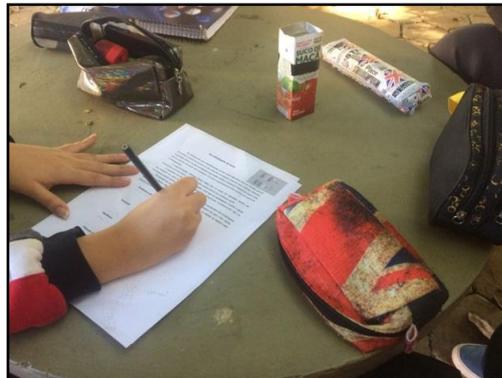
Figura 6-b: Modelo matemático final do grupo 2

Dedução do modelo matemático:
pegamos um recipiente que colocamos
água até completar, colocamos a
embalagem dentro para descobrir o
volume. A quantidade de água que
sobrou é a capacidade do embalagem (volume)

Fonte: Informações da pesquisa.

No grupo 3, da embalagem de suco de 200 ml (Figura 7) os estudantes já foram determinando as medidas e calculando o volume da embalagem. No primeiro cálculo que realizaram encontraram 189 cm^3 que correspondem a 189ml.

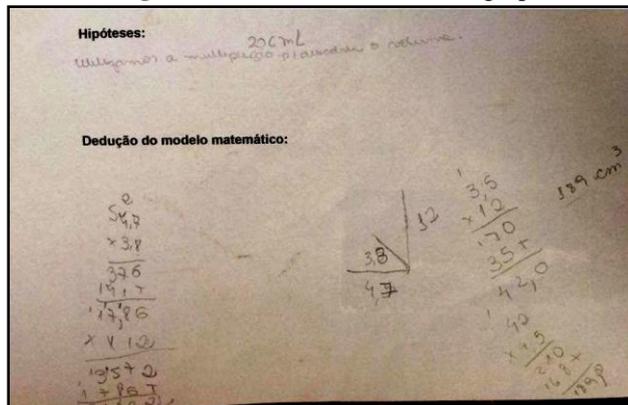
Figura 7: Embalagem do grupo 3



Fonte: Informações da pesquisa.

Ao me chamar questionaram: “Ué como só cabe 189ml e a embalagem traz 200ml? Então, com a fita métrica, começaram a medir novamente e determinaram um novo volume: $214,32 \text{ cm}^3$, como pode ser observado na Figura 8. Depois solicitaram o copo graduado para verificar quanto realmente têm de suco dentro da embalagem.

Figura 8: Modelo matemático do grupo 3



Fonte: Informações da pesquisa.

Um fator interessante que a atividade proporcionou foi a análise do dado obtido. Esse grupo 3 não simplesmente calculou o volume, mas interpretou o número obtido dentro do seu contexto e discutiu sua validade, o que provavelmente não teria acontecido se eles estivessem apenas estudando em termos teóricos, em sala de aula. Ou seja, nesse ponto, a atividade contribuiu para o desenvolvimento do senso crítico do estudante, um dos objetivos da escola.

O grupo 4 (embalagem transparente de plástico de 500ml - Figura 9) estava inconformado porque eles não estavam conseguindo calcular o volume de sua embalagem, pois não era cilindro porque tinha a parte de cima da garrafa.

Figura 9: Embalagem do grupo 4

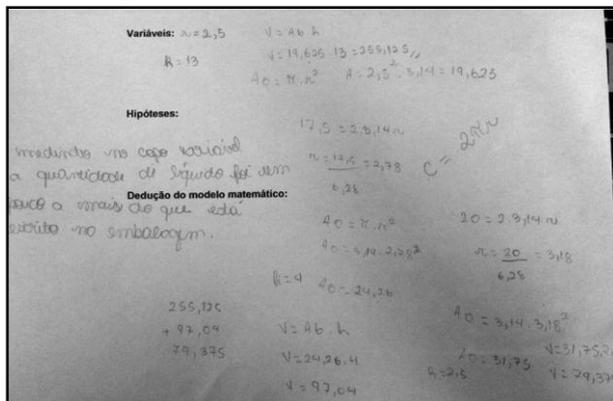


Fonte: Informações da pesquisa.

Então um dos estudantes sugeriu fazer a decomposição da embalagem, considerar como cilindro uma parte e depois como vários outros cilindros, pois, tinham diversos

comprimentos da circunferência. Utilizaram a fita métrica como material de medição da embalagem, e apresentaram o modelo apresentado na Figura 10:

Figura 10: Modelo matemático do grupo 4



Fonte: Informações da pesquisa.

Na Figura 10 é possível observar que os estudantes realizaram o cálculo de vários volumes, conforme foi falado na discussão, mas não apresentaram a soma final dos volumes. A soma final dos volumes encontrados pelos estudantes resulta em 431,54ml, volume esse não viável para a solução do problema, pois, a embalagem era de 500ml. Essa análise foi realizada pelos estudantes só nas próximas aulas, no feedback feito pelo professor.

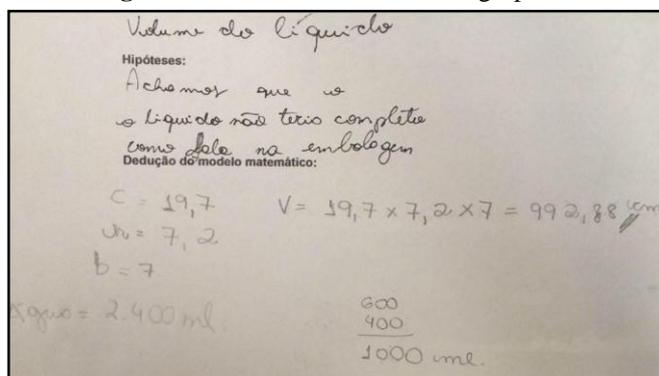
Já no grupo 5, cuja embalagem foi a caixinha de suco de 1 litro (Figura 11), um outro problema foi diferenciar o que é base e o que é altura do paralelepípedo: “*Professora, aqui tá a base [e foram medindo com a régua], mas e agora a altura? É assim? [virando a caixinha deitada], ou é assim? [deixando a caixinha em pé]*”. Respondi: *Não sei, como será? Vão tentando, medindo, calculando...* E chegaram ao modelo apresentado na Figura 12:

Figura 11: Embalagem do grupo 5



Fonte: Informações da pesquisa.

Figura 12: Modelo matemático do grupo 5



Fonte: Informações da pesquisa.

Observe que esse grupo apresentou uma dificuldade que nem sempre é considerada pelos professores: na prática, o que é a altura e o que é a base de um paralelepípedo? O que muda se o seu volume for calculado com a “caixa deitada” ou com a “caixa em pé”? Os estudantes ficaram cheios de dúvidas quanto a posição da embalagem e me chamaram várias vezes para auxiliá-los, mas enfim, chegaram à conclusão que não importava a posição da caixa, uma vez que, o volume dessa embalagem é a multiplicação das medidas e na multiplicação a ordem dos fatores não altera os resultados.

REFLEXÕES ACERCA DA ATIVIDADE

Desenvolver uma atividade de modelagem matemática com a qual o professor não está acostumado, requer uma dose de ousadia e iniciativa do próprio docente, requer não atuar como mero transmissor de conteúdos e refletir sobre sua própria prática. Para Fontana e Fávero (2013),

[...] o docente como profissional reflexivo não atua como um mero transmissor de conteúdos, mas, em sua interação com os alunos, professores, e toda a comunidade escolar, é capaz de pensar sobre sua prática, confrontando suas ações e aquilo que julga acreditar como correto para sua atuação profissional com as consequências a que elas conduzem (FONTANA; FÁVERO, 2013, p.2-3)

As afirmações supracitadas tiveram implicações na prática da professora visto que esta considerou que: *No primeiro momento, ao entregar as diversas embalagens e fazer a leitura do texto, com a intenção de conduzi-los ao problema que eu queria chamar a atenção:*

Capacidade da embalagem x quantidade de líquido contido na embalagem, pensei que não ia conseguir atingi-la. Pois, os estudantes se atentaram para a tabela nutricional, composição, quantidade sódio, corantes, letras coloridas, logo, aroma, material da embalagem, mas enfim, sempre temos aquele estudante que desperta a atenção ao que queremos, e, assim, consegui construir a problemática que queria por meio da discussão e observação das embalagens com a turma. (Depoimento da professora).

Uma dúvida corriqueira docente e que pode dificultar sua utilização prática é que muitos acreditam que para desenvolver uma atividade de modelagem é preciso deixar o estudante escolher livremente, causando desconforto e insegurança ao professor, como afirma a professora: *“Por ser uma atividade de ampla investigação e de desenvolvimento nas aulas do Ensino Médio fiquei receosa por questionamentos ou situações que não conseguiria respondê-las, mas quanto a isso foi tranquilo”.* (Depoimento da professora).

Entretanto, como afirmam Almeida, Silva e Vertuan, só é:

possível ultrapassar a visão estritamente, empirista e pragmatista da prática do professor em relação à modelagem migrando para um terreno em que se aceita que o “como fazer” é impregnado de teoria e que teoria e prática é que orientam o movimento do “conforto” para o “risco” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013 p. 24).

Além disso, os autores afirmam que a temática a ser estudada pode ser escolhida pelos estudantes ou mesmo pelo professor.

Enquanto professor reflexivo, que deve ponderar as consequências de suas ações, como apontam Fontana e Fávero (2013), é importante observar o quanto os estudantes estão envolvidos e estimulados a desenvolverem a atividade. Essa atenção foi fundamental para um dos grupos, que considerou ter a embalagem mais difícil de ser calculado o volume (Figura 4). Ao perceber a desmotivação do grupo, devido a não conseguirem realizar a atividade, a professora solicitou ajuda dos demais colegas, e isso foi motivo de curiosidade e todos quiseram participar do processo e emitir opiniões.

Aqui se observa a importância do trabalho colaborativo em sala de aula, que é aquele no qual “os membros de um grupo se apoiam, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo, estabelecendo relações que tendem à não-hierarquização, liderança compartilhada, confiança mútua e co-responsabilidade pela condução das ações” (DAMIANI,

2008, p. 215). Graças a esse esforço colaborativo o problema do grupo foi resolvido e o volume da embalagem calculado, representado na Figura 4.

Ao se falar em tornar as aulas mais atrativas, é possível que se pense em escolher um lugar não usual para realizar uma atividade diferente, como foi o caso da experiência aqui relatada, porém, o professor deve estar atento às dispersões, pois como afirma a professora: “*Por ser desenvolvida a atividade em um lugar aberto com pessoas a todo o momento, muitos estudantes não focaram em desenvolver a atividade*”. (Depoimento da professora). Talvez por isso alguns grupos levaram mais tempo para perceber que o volume calculado num primeiro momento era inferior à capacidade informada na embalagem.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade de modelagem desenvolvida originou-se de um desafio dado pela professora de uma disciplina de um programa de pós-graduação em Ensino de Matemática e trouxe inúmeras contribuições à prática profissional. Uma delas foi ver os estudantes percebendo a validade dos estudos realizados em sala. Outra foi perceber como o trabalho colaborativo interfere positivamente nas ações relativas à aprendizagem.

A atividade mostrou-se uma aula diferente, com materiais diversos a serem manipulados pelos estudantes, atividade de investigação que estimula o raciocínio lógico, bem como, a utilização de diversas estratégias para solucionar o problema estudado e em grupos, que instiga a troca de conhecimentos.

Observou-se que o interesse dos estudantes pelo tema em estudo (volume de sólidos) foi significativo, uma vez que, listas de atividades de aprendizagem não surtiriam os questionamentos relatados, e mesmo que citarmos o tema de embalagens nas situações-problema as abordagens não seriam as mesmas, como a análise da posição das embalagens.

Em sala de aula, apresentando o feedback da atividade, foi chamada a atenção aos valores encontrados pelos cálculos e pela quantidade real de líquido existente, pois, alguns estudantes não se atentaram que os valores encontrados eram insuficientes para aquela situação proposta.

Para finalizar, uma frase para reflexão:

“não existe conhecimento pronto, acabado, pois tudo é processo contínuo de construção e de autoconstrução. Quando olhamos e pensamos sobre o fazer

pedagógico, seus sentidos e significados, estamos diante de um processo de compreensão de nosso próprio ser” (FONTANA, FÁVERO, 2013, p. 4).

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. 1ª ed. 1ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2013.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2006.

DAMIANI, M.F. **Entendendo o trabalho colaborativo em educação e revelando seus benefícios**. **Educar**, Curitiba, n.31, p. 213-230, 2008. Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/er/n31/n31a13> Acesso em 02 jun.18.

FONTANA, M.J. ; FÁVERO, A.A. **Professor Reflexivo: uma integração entre teoria e prática**. **REI - Revista de Educação do IDEAU**, v.8, n.17, p.1-15, 2013. Disponível em https://www.ideau.com.br/getulio/restrito/upload/revistasartigos/30_1.pdf Acesso em 02 jun. 18.