

CONCEITO IMAGEM E CONCEITO DEFINIÇÃO DA RETA REAL

Marisa da Silva Dias
CENTRO ESTADUAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA “PAULA SOUZA”
Diasmarisa@aol.com

Resumo

Esta pesquisa investigou *conceitos imagem e definição* relacionados às propriedades da reta real e, particularmente à noção de densidade. Os sujeitos foram 45 professores de matemática do ensino fundamental e médio do Estado de São Paulo. A hipótese foi que concepções dos professores seriam as mesmas apresentadas por estudantes, desse mesmo segmento de ensino. Para validarmos esta hipótese, desenvolvemos um teste diagnóstico e comparamos os resultados dos professores com os obtidos em pesquisas nacionais e internacionais sobre as concepções de estudantes. A investigação confirmou a hipótese e evidenciou a existência de *conceitos imagem e definição* não coerentes com o formal. Um grupo de quatro professores também participou de entrevistas desenvolvidas com o objetivo de criar situações nas quais *fatores de conflito potencial* tornassem *fatores de conflito cognitivo*. As reações dos professores durante essas entrevistas indicaram que essas situações possibilitam-lhes alcançar *estágios intelectuais mais elevados* em relação à reta real.

Referencial teórico e objetivo

Este estudo fundamenta-se nas noções de *conceito imagem* e *conceito definição* desenvolvidas por Tall e Vinner (1981), que se relacionam aos processos cognitivos de *aquisição* e de *expressão* de um conceito pelo indivíduo.

Consideramos como *conceito imagem* o construído pelo indivíduo, a concepção que ele tem de um conceito constituído na comunidade (científica ou não). O *conceito imagem* é constituído na estrutura cognitiva do indivíduo, associado a um certo conceito. Essa associação contém representações mentais como: imagens de representações visuais, impressões, experiências e propriedades. Estas podem ser elaboradas pelo indivíduo por intermédio de processos de pensamento sobre as representações mentais.

Partes do *conceito imagem* podem ser conflitantes, nesse caso, caracteriza-se no indivíduo o *fator de conflito potencial*, tornando-se *fator de conflito cognitivo*, quando essas partes forem evocadas simultaneamente (Tall; Vinner, 1981).

O *conceito definição* é também formado na estrutura cognitiva do sujeito, é a *especificação* do conceito que o indivíduo expressa quando é questionado diretamente sobre o conceito.

Fatores de conflito potencial e *fatores de conflito cognitivo* podem acontecer entre as partes do *conceito imagem*, ou ainda, entre a parte do *conceito imagem* com o *conceito definição*. (Tall; Vinner, 1981).

Nossa pesquisa tem por objetivo contribuir com o ensino dos números reais. Por intermédio de resultados de pesquisas, foi possível avaliar dificuldades apresentadas por alunos. Decidimos, então, conhecer quais concepções sobre esse conceito também apareciam para um grupo de professores de Matemática do ensino fundamental e médio, com formação proveniente de diversas faculdades. Referenciamos-nos para isso nas noções já citadas de Tall e Vinner e investigamos quais *conceitos imagem e definição* podem ser inferidos desses professores relativamente à reta real, principalmente relacionados à densidade.

A hipótese desta pesquisa foi que não existe diferença significativa entre concepções apresentadas por estudantes, do ensino fundamental e médio, relativas à reta real, e às dos professores, sujeitos desta pesquisa, desse mesmo segmento de ensino.

Para validarmos essa hipótese, comparamos *conceitos imagem e definição*, expressos pelos sujeitos, com concepções de estudantes, sobre número real (Margolinas, 1988; Robinet, 1986; Iglioni; Silva, 1998; Fischbein; Jehian; Cohen, 1996; Santos, 1995; Tall; Schwarzenberger, 1978).

Procedimentos metodológicos e sujeitos de pesquisa

Desenvolvemos um teste diagnóstico, com questões respondidas por escrito pelos professores e comparamos os resultados com os obtidos em pesquisas, nacionais e internacionais, sobre as concepções de estudantes em relação às propriedades da reta real. Inferimos *conceitos imagem e definição* a partir da análise de expressões dos sujeitos às respostas dadas.

Os sujeitos desta pesquisa foram 45 professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, em exercício, e em formação continuada, com graduação proveniente de diversas faculdades.

Uma entrevista foi realizada com quatro desses professores, que separamos em duas duplas. Cada dupla discutiu as respostas dadas ao questionário em momentos distintos. As questões e as respostas dadas pelos entrevistados foram apresentadas e cada dupla debateu o que havia apresentado como resposta às questões selecionadas.

O primeiro critério para a escolha de questões era que as respostas dadas dos sujeitos da dupla fossem diferentes. O segundo critério foi escolher questões que variassem o contexto. Cada dupla discutiu 4 questões. A análise da entrevista foi feita para cada sujeito, possibilitando a observação do funcionamento do *conceito imagem e fatores de conflito cognitivo*.

Resultados do questionário

Para a maioria dos sujeitos, o *conceito definição* de \mathbb{R} trata-se da união dos conjuntos dos racionais com os irracionais, ou ainda, de um conjunto amplo. Os irracionais foram definidos pela impossibilidade de representação na forma fracionária e não sendo percebido em algumas questões, expressando um *conceito imagem* de “reta racional”. Assim esses *conceitos definição* mostraram-se insuficientes para proporcionar uma interação com *conceito imagem* que resultasse coerência com o formal, mesmo em questões de contexto numérico, apresentando semelhança com as concepções encontradas em estudantes, segundo as pesquisas de referência.

O *conceito imagem* de “reta racional” foi expresso pelos sujeitos que indicaram a existência de um antecessor/sucessor no sentido de um limite que “é muito próximo, mas nunca alcança” (Tall e Schwarzenberger, 1978).

Alunos franceses também apresentaram respostas como: “0,999...9” e “1,000...1” indicando antecessor e sucessor respectivamente do número 1 (Margolinas, 1988).

A presença de *conceito imagem* “discreto para \mathbb{R} ”, foi relacionado à existência de um sucessor em \mathbb{R} e à consideração de número máximo, ou à aceitação de um número próximo, como atributo de \mathbb{R} . Essa concepção também foi verificada em estudantes das pesquisas de referência. O mesmo *conceito imagem* foi apresentado por meio da inexistência, ou existência de um número finito, entre dois reais distintos. Concepção essa notada também por Iglioni e Silva (1998).

Os sujeitos que consideraram a igualdade de um número irracional ou de um racional não decimal, com uma aproximação decimal, assemelharam-se às concepções de estudantes.

O *conceito definição* de densidade mostrou-se inexistente para a maioria dos sujeitos, os que expressaram, vincularam-o com a bijeção de \mathbb{R} com a reta. O *conceito imagem* de densidade revelou-se vago em respostas que afirmaram a existência de “vários”, “alguns” e “muitos” números entre dois números dados em \mathbb{R} .

O contexto numérico das questões favoreceu a expressão do *conceito imagem*.

Conclusão

A hipótese desta pesquisa, de que concepções encontradas em estudantes, do ensino fundamental e médio, também são as dos professores, desse mesmo segmento de ensino, foi validada por meio dessas indicações de semelhança dos *conceitos imagem* revelados

pelos sujeitos, com as concepções de estudantes (pesquisas de referência). Destacamos ainda, que além dessa comprovação, observamos que muitos termos expressos pelos professores eram idênticos aos que os estudantes apresentavam nas pesquisas, tomadas como referência. Desse modo, é possível sugerir que o *conceito imagem* do professor reflita em sua prática docente, repercutindo em seus alunos.

Procuramos mostrar *conceitos imagem* que necessitam ser levados em consideração, quando se pretende abordar o conceito de número real, seja no ensino fundamental e médio, seja no superior.

Um *conceito imagem* quase discreto para os reais revelou-se nesta pesquisa, por meio de considerações subjacentes à inexistência ou à finitude de números, entre dois reais distintos. Como também, pela existência de um número máximo como atributo dos reais e de uma “sucessão de decimais”, e até de irracionais. Assim, interpretamos esses *conceitos imagem* como uma generalização da discretização do conjunto dos inteiros.

A identificação de números distintos pela igualdade de um número com uma aproximação deste, e a dificuldade relativa à ordem encontradas nesta pesquisa, podem interferir em uma elaboração de *conceito imagem* incoerente com o conceito formal de densidade.

Um fato importante que pudemos constatar foi que a ausência de *conceito definição* relacionado com o nome densidade, para a maioria dos sujeitos, não impediu a revelação do *conceito imagem*. Dentre os poucos sujeitos que manifestaram *conceito definição* de densidade, encontramos este justificado pela existência da bijeção entre o conjunto dos reais e a reta, levando-nos a inferir que, não consideram a densidade do conjunto dos racionais.

Pudemos observar conflito entre a possibilidade de representar (ou determinar) e a existência de “antecessor/sucessor” em \mathbb{R} . Esse conflito sugeriu a possibilidade, se evocado cognitivamente, mostrar um procedimento capaz de viabilizar aprendizagem.

Procuramos então, tornar *fatores de conflito potencial* em *fator de conflito cognitivo* para, ao menos propor uma situação que permita uma reformulação dos *conceitos imagem e definição*. A entrevista constituiu-se em uma das formas para desestabilização do *conceito imagem*, possibilitando um processo de elevação nos estágios intelectuais. Esse procedimento também permitiu acompanhar o funcionamento dos *conceitos imagem* que podem encontrar-se resistentes.

Conceito definição coerente com o formal, apresentado na entrevista, mostrou-se decisivo para o sujeito resolver uma situação duvidosa, conflitante com *conceito imagem*. Enquanto que outro sujeito percebeu a necessidade de reformular seu *conceito definição*, quando este se apresentou insuficiente em certa situação.

A revelação de *fatores de conflito potencial*, como o fizemos por meio das respostas dadas ao questionário, bem como do próprio *conceito imagem*, depende, muitas vezes, da escolha de situações. Consideramos essa importância, quando buscamos termos mais apropriados, sem uma variação exaustiva, porém com um potencial de evocar partes do *conceito imagem* relacionadas ao conceito.

Com base nos resultados acima expostos, visamos mostrar a importância dos *conceitos imagem e definição evocados* de densidade, para o processo de ensino e aprendizagem dos números reais.

Referências

FISCHBEIN, E.; JEHIAN, R.; COHEN, D. Il concetto di numero irrazionale in studenti di scuola superiore ed in futuri insegnanti. *La matematica e la sua didattica*. Bologna, n. 3, 1996.

- IGLIORI, S. B. C.; SILVA, B. Conhecimento de concepções prévias sobre números reais: um suporte para a melhoria do ensino/aprendizagem. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 21., 1998, Caxambu.
- MARGOLINAS, C. Une étude sur les difficultés d'enseignement des nombres réels. "Petit x", Genoble, p. 51-66, 1988.
- ROBINET, J. Les réels: Quels modèles en ont les élèves?. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, n. 17, p. 359-386, 1986.
- SANTOS, V. de M. *Infinito: concepções e conseqüências pedagógicas*. São Paulo, 1995. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo.
- TALL, D. O.; SCHWARZENBERGER R. L. E. Conflicts in the learning of real numbers and limits. *Mathematics Teaching*, Derby, v. 82, p. 44-49, 1978.
- TALL, D. O.; VINNER, S. Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 12, p. 151-169, 1981.