Refletindo sobre “a duração do dia” por meio de uma atividade de Modelagem Matemática

Dirceu dos Santos Brito
Lourdes Maria Werle de Almeida
Mestrado em Ensino e Ciências e Educação Matemática
Universidade Estadual de Londrina- UEL
dirceusmestrado@yahoo.com.br

1. Introdução

No mundo de hoje, a Matemática desempenha um papel fundamental. Em função do desenvolvimento tecnológico, muitas decisões institucionais de natureza econômica, social ou política, que afetam a vida de muitas pessoas, são subsidiadas por ferramentas conceituais oriundas da Matemática. Por isso, Skovsmose(1990) afirma que “a Matemática está formatando a nossa sociedade”.

Este cenário demanda um questionamento sobre o sentido da Educação Matemática. Não é mais suficiente o aluno aprender matemática e saber utilizá-la para resolver problemas cotidianos. Além desses saberes, é necessário que o aluno seja capaz de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática.

Essa forma específica de saber está relacionada com uma dimensão do conhecimento, chamada por Skovsmose de conhecimento reflexivo. Skovsmose(1990) afirma que “o conhecimento reflexivo se refere à competência de refletir sobre o uso da matemática e avaliá-lo”. E afirma também que “o conhecimento reflexivo tem de ser desenvolvido para dar à alfabetização matemática uma dimensão crítica”.

Neste sentido, as atividades de modelagem matemática podem tornar-se um ambiente propício para o desenvolvimento dessa dimensão do conhecimento. Segundo Skovsmose(1990), “em um processo de modelagem matemática, ocorre uma transição entre linguagens diferentes”. Uma primeira transição pode ocorrer quando um tema, ou situação da realidade é transformado em dados, em informações. A Segunda transição ocorre quando esses dados e/ou informações são transformados, por meio de hipóteses simplificadoras da realidade, num modelo matemático.

Essas duas transições, uma da linguagem natural para uma linguagem sistemática e outra de uma linguagem sistemática para uma linguagem algorítimica, são oportunidades a serem aproveitadas numa atividade de modelagem matemática para desenvolver no aluno o conhecimento reflexivo e ilustrar o poder de formatação da Matemática.

Neste trabalho, o nosso objetivo é apresentar uma sugestão de atividade de modelagem matemática sobre o tema “A duração do dia”, analisando a possibilidade de desenvolver o conhecimento reflexivo.

2. O Horário de Verão e a Duração do Dia

O horário de verão consiste no adiantamento dos relógios para promover economia de energia elétrica com o aproveitamento da luz natural dos dias mais longos das estações de verão/primavera. Nas estações de outono/inverno os relógios são atrasados, retornando assim ao horário habitual.

Internacionalmente os estudos apontam três benefícios do horário de verão: economias de energia, redução de acidentes nos horários de pico do trânsito (que durante esse período possuem mais iluminação natural) e redução de assaltos e crimes. No caso brasileiro podemos acrescentar um importante benefício que se refere à possibilidade de armazenarmos mais água nos reservatórios de nossas hidrelétricas durante o verão e podermos utilizá-la depois durante os meses secos do inverno.

Entretanto, toda a vez que começa o horário de verão várias pessoas perguntam (algumas visivelmente irritadas com a mudança) se realmente existe benefício com essa medida. Realmente, é sempre polêmico quando se introduzem medidas que interferem no cotidiano das pessoas. Por isso, esse tema pode gerar muitas discussões em sala de aula e motivar uma boa atividade de modelagem matemática. Uma questão interessante a respeito do tema é: como são escolhidos os dias do início e término do horário de verão? Para tentar responder a questão, talvez um modelo matemático possa ajudar.

O primeiro passo é pesquisar alguns dados sobre a duração do dia no decorrer do ano. Os dados pesquisados dizem respeito aos horários do nascer e do pôr do sol na cidade de Curitiba para o ano de 2001. A partir dos dados obtidos, calculamos a duração dos dias do ano subtraindo do horário do “ocaso” o horário do “nascer”. Para o dia 01/01, por exemplo, a duração do dia é dada por 19:11 – 05:30= 13:41, ou seja, a duração do dia corresponde a 13,68 horas. Na tabela abaixo, relacionamos os valores da duração do dia, D(t), à uma variável t que assume o valor nulo para o dia 01/01, 1 para 11/01, 2 para 21/01, etc; conforme observamos na tabela abaixo.

Tabela 2 – Duração do dia D(t) em função de t

DIA (n)	t	NASCER	OCASO	DURAÇÃO DO DIA (horas/minutos)	DURAÇÃO DO DIA D(t) (horas)
01	0	05:30	19:11	13:41	13,68
11	1	05:37	19:13	13:36	13,60
21	2	05:45	19:12	13:27	13,45
32	3	05:54	19:08	13:14	13,23
42	4	06:01	19:03	13:02	13,03
52	5	06:07	18:55	12:48	12,80
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
355	35	05:23	19:07	13:44	13,73

FONTE: www.intermega.globo.com/fbdiniz/analema/analema.htm

3. Elaborando o modelo

Visando determinar um modelo que expresse a duração do dia no decorrer dos meses do ano, plotamos os dados da Tabela 2 para encontrar a curva de tendência destes dados. A Figura 1 apresenta esta curva.

Além disso, podemos considerar que a duração do dia nos diferentes meses do ano é um fenômeno periódico, ou seja, a variação de um ano para outro é muito pequena. Levando em consideração esta análise e a tendência observada na Figura 1 podemos pensar em uma função periódica como uma função trigonométrica, mais especificamente uma função cosseno para ajustar estes dados. Deste modo devemos levar em conta as características e propriedades destas funções, como a amplitude, o período e a translação.

Como em cada ano t varia de 0 a 36 (Tabela 2) podemos considerar que 36 é uma aproximação bastante razoável para o período. Deste modo, utilizando estes valores podemos partir da função $D(t) = \cos(t)$ transformar o seu gráfico sucessivamente até obtermos a melhor aproximação da tendência dos dados.

A transformação da expressão para se obter o período 36, corresponde a “esticar” o gráfico no sentido do eixo OX, o que leva à função:

$$D(t) = \cos(\frac{2\pi}{36}t) = \cos(\frac{\pi}{18}t)$$

Esta nova função tem um mínimo no ponto (18,-1). Como o menor dia do ano é o dia 21 de Junho, em que t=17, é necessário fazer uma translação do gráfico segundo o vetor (-1,0). A expressão correspondente fica:

$$D(t) = \cos\left(\frac{\pi}{18}(t+1)\right)$$

A amplitude da imagem da última função obtida é 2. Para obter a amplitude da função pretendida levamos em conta os dados que temos do menor e do maior dia do ano:

- O mínimo da função, correspondente ao dia 21 de Junho é D(17)=10,55
- O máximo da função, corresponde ao dia 21 de Dezembro é D(35)=13,73
- A amplitude da imagem, corresponde à diferença entre o valor máximo e o mínimo 13,73 – 10,55 = 3,18.

A amplitude da função que queremos modelar é aproximadamente 3,18. Para fazer a transformação pretendida multiplicamos a função por 0,5x3,18=1,59. Como o máximo da duração do dia é 13,73, fazemos uma translação do gráfico no sentido vertical de 13,73 – 1,59=12,14. Portanto a expressão da função que procuramos será aproximadamente:

$$D(t) = 12{,}14 + 1{,}59\cos\left(\frac{\pi}{18}(t+1)\right)$$

Esse é um modelo descritivo da variação da duração do dia em função do tempo. Uma possível aplicação para este modelo é calcular os dias do início e término do horário de verão. Esses dois dias do ano correspondem àqueles em que a variação da sua duração cresce mais lentamente (início) ou diminui mais lentamente (término). Em outras palavras, esses dias correspondem àqueles em que a duração do dia passa ser maior que a média anual (início) ou o menor que a média anual (término).

Para calcular a média anual, tomamos o maior e o menor dia e calculamos sua média, ou seja, (13,73 + 10,55):2 = 12,14. Assim, para acharmos as datas do início e término do horário deverão, basta acharmos os valores de t, para os quais D(t)=12,14.

Portanto, resolvendo $D(t) = 12{,}14 = 12{,}14 + 1{,}59\cos\left(\frac{\pi}{18}(t+1)\right)$, obtemos t=8 ou t=26, que correspondem, respectivamente, à 21/03 e 21/09, as datas ideais para o término e o início do horário. Na prática essas datas servem apenas como referência, pois ano a ano as datas de início e término do horário de verão podem variar em função de interesses políticos, econômicos, etc.

4. Considerações finais

O modelo que elaboramos acima tem uma função basicamente descritiva porque descreve um fenômeno do mundo real por meio de uma estrutura matemática. Mas esse modelo também tem uma função preditiva, ou seja, com esse modelo podemos prever a duração de qualquer dia do ano.

De acordo com Skovsmose (1990) esses diferentes papéis da matemática constituem-se num tema propício para desenvolver nos alunos o conhecimento reflexivo. Questionar os interesses que se escondem por trás da cortina da linguagem matemática e avaliar o papel das suas estruturas na organização dos sistemas tecnológicos devem ser os objetivos maiores da Educação Matemática.

Com o exemplo que discutimos neste texto, sobre o horário de verão, esperamos estar contribuindo para ampliar o debate sobre necessidade de um ensino de Matemática contextualizado, crítico e reflexivo.

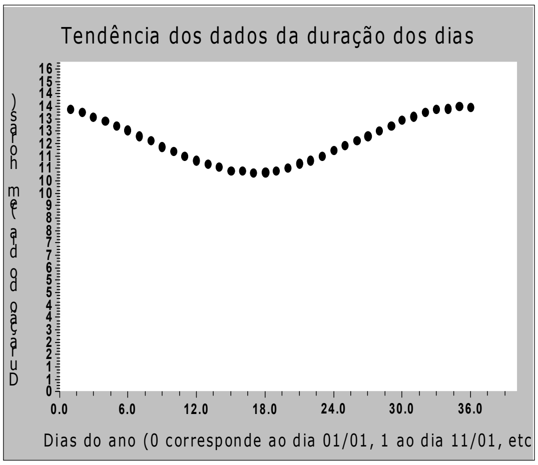

Figura 1: Tendência dos dados

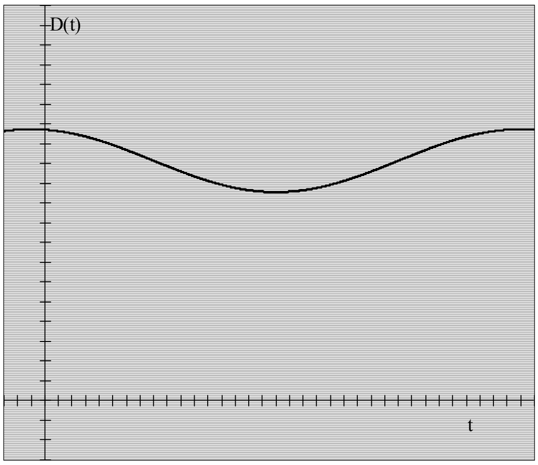

Figura 2: O modelo obtido

Referências bibliográficas

SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process.*Int.J.Math.Educ. Sci. Technol.,* London, V 21, N 5, pp 765-779, 1990.