

# O Processo de Ensino e Aprendizagem acontecendo num Ambiente de Modelagem Matemática e Tecnologias Informáticas: buscando uma aprendizagem significativa.

Adriana Helena Borssoi  
Lourdes Maria Werle de Almeida, Dra  
Mestrado no Ensino de Ciências e Educação Matemática  
Departamento de Matemática - UEL  
fborssoi@uol.com.br

## 1. Introdução

Dentre os objetivos almejados pela Educação Matemática podemos colocar o da busca pela aprendizagem significativa, conceito central da teoria de Ausubel, que caracteriza esta como um processo através do qual uma nova informação se relaciona com um aspecto especificamente relevante da estrutura do conhecimento do indivíduo (Moreira, 1999). No que diz respeito a metodologias de ensino, vários caminhos estão sendo percorridos visando buscar alternativas que propiciem esta aprendizagem. É importante que se possa desenvolver na sala de aula atividades que contribuam para o desenvolvimento desta relação. Neste sentido diversas pesquisas na área têm contribuído com intuito de investigar metodologias que possam ser adequadas às diversas situações.

Neste contexto, este trabalho está inserido em pesquisa mais ampla com a qual estamos interessados em analisar se uma proposta alternativa de ensino, acontecendo num ambiente de Modelagem Matemática com auxílio das tecnologias informáticas, conduz a uma aprendizagem significativa.

Para que nossas intenções fiquem compreendidas é necessário que se coloquem algumas informações relativas ao projeto. Nossa proposta de ensino está se desenvolvendo junto a turma de 2º ano do curso de Química matutino da UEL, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II. O conteúdo específico em estudo é o de Equações Diferenciais Ordinárias e o trabalho de Modelagem acontece em vários momentos e com diferentes propósitos no decorrer das aulas apoiado pela tecnologia do computador sempre que necessário.

## 2. Justificando nossas escolhas

Optamos por Cálculo Diferencial e Integral por se tratar de uma disciplina que merece uma atenção especial no que diz respeito ao ensino, pois ao mesmo tempo em que exige a compreensão de diversas e variadas técnicas, também requer indispensavelmente a compreensão dos conceitos, para que a aprendizagem seja significativa; Equações Diferenciais Ordinárias porque constituem um conteúdo bastante fértil no que diz respeito às aplicações da matemática às outras áreas do conhecimento, uma vez que, segundo D'Ambrósio (2000), a construção do conhecimento se inicia a partir da relação com a realidade e a Modelagem Matemática permite estabelecer uma relação estreita da matemática com fatos reais. Recorrer ao uso de tecnologias informáticas, no caso o computador, se faz necessário num ambiente de Modelagem e suas contribuições justificam a opção.

Sabemos da importância de esclarecer em qual perspectiva adotamos a Modelagem Matemática em nossa pesquisa. Durante nossos estudos, percebemos diferentes perspectivas usadas por diferentes pesquisadores da Educação Matemática. Por ora estamos próximos do que coloca Araújo (2002). Esta considera, em seu trabalho, a Modelagem Matemática como uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não-matemático da realidade, ou de uma situação não-matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica embasem o desenvolvimento do trabalho.

Segundo Almeida (2002), numa proposta de ensino, a Modelagem Matemática deve ser introduzida gradativamente, respeitando diferentes momentos: em um primeiro momento apresenta-se à turma um trabalho de modelagem já desenvolvido; posteriormente, um problema já definido, juntamente com um conjunto de informações, é sugerido pelo professor e os alunos contribuem na formulação das hipóteses simplificadoras e na dedução do modelo; finalmente, os

alunos são incentivados a conduzirem um processo de modelagem a partir de um problema escolhido por eles, devidamente assessorados pelo professor.

### 3. Uma atividade de modelagem

Apresentamos neste trabalho, uma modelagem, que de acordo com os níveis de introdução do processo de modelagem na sala de aula acima definidos, corresponde ao segundo momento. Deste modo, trata-se de um trabalho onde o problema foi sugerido pelo professor e o conjunto de dados foi também apresentado.

Do desenvolvimento desta atividade participaram as autoras deste trabalho, que registraram observações sistemáticas das resoluções dos alunos bem como, realizaram entrevistas e propuseram aos alunos questionários, visando investigar a aprendizagem dos conteúdos matemáticos bem como o ponto de vista dos alunos em relação ao processo de modelagem.

O problema levantado consiste em analisar o crescimento de uma espécie de peixes em relação à sua idade. Assim, o objetivo é determinar um modelo matemático que descreve o crescimento Tilápias do Nilo, em condições de desenvolvimento consideradas adequadas. A tabela abaixo indica o comprimento (cm) e o peso (g) médio dos peixes durante seis meses, onde os peixes eram tratados com ração contendo 0% de levedura (Medri et al, 1999).

**Tabela 1: Peso e comprimento dos peixes**

Meses	Comprimento (cm)	Peso (g)
0	4,06	1,32
1	9,41	18,25
2	12,34	43,12
3	14,12	67,16
4	15,70	83,82
5	16,34	97,90
6	18,39	138,35

Fonte: Medri (1999).

As hipóteses simplificadoras, fundamentadas em Bassanezi (1988), Batschelet (1978) e Medri (1999), foram estabelecidas juntamente com os alunos. A partir dessas hipóteses, selecionamos as variáveis e passamos à formulação do modelo matemático.

O modelo deduzido é a conhecida equação diferencial de Von Bertalanffy :

$\frac{dp}{dt} = ap^{\frac{2}{3}} - ap$ , cuja solução é dada pela equação:  $p(t) = p_{\infty}(1 - e^{-kt})^3$ , onde  $p(t)$  expressa o crescimento, em peso, do peixe em função do tempo e  $p_{\infty}$  representa o valor de estabilidade do peso do peixe.

A partir deste modelo, determinamos em qual tempo teríamos a maior taxa de crescimento em peso do peixe, obtendo:  $t = -\frac{1}{k} \ln\left(\frac{1}{3}\right)$

Deduzimos também a equação de Von Bertalanffy para o crescimento em comprimento do peixe em função do tempo:  $l(t) = l_{\infty}(1 - e^{-kt})$

Com os modelos genéricos obtidos, passamos a trabalhar com os dados específicos do nosso problema, a fim de determinar os parâmetros dos mesmos e estabelecer os modelos particulares.

Para ilustrar, tomemos esta última equação. Determinamos os valores de  $l_{\infty}$  e  $k$ , usando o método de Ford-Walford e os dados relativos ao comprimento dos peixes apresentados na Tabela 1.

Assim determinamos um ajuste linear  $l(t+1) = ml(t) + n$  para os pares  $(l(t), l(t+1))$ .

Como  $l(t) = l_{\infty}(1 - e^{-kt})$ , temos  $l(t+1) = l_{\infty}(1 - e^{-k(t+1)})$ .

Substituindo na expressão linear temos  $l_{\infty}(1 - e^{-k(t+1)}) = ml_{\infty}(1 - e^{-kt}) + n$ .

Derivando a equação anterior obtemos  $l_{\infty}(ke^{-kt}e^{-k}) = m l_{\infty}(ke^{-kt})$ . Assim,  $m = e^{-k}$  e  $n = l_{\infty}(1 - e^{-k})$ .

Considerando que, quando  $t \rightarrow \infty$ ,  $l(t+1) \cong l(t) \cong l_\infty$ , pois  $l_\infty$  representa o valor de estabilidade do crescimento em comprimento do peixe, o crescimento estará estabilizado quando  $l(t+1) \cong l(t)$ .

Deste modo podemos escrever  $l_\infty = m l_\infty + n$  e  $l_\infty = \frac{n}{1-m}$ .

Como  $m = e^{-k}$ , obtemos  $k = -\ln(m)$ .

Usando os dados da Tabela 2 determinamos o ajuste o ajuste linear dos pares  $(l(t), l(t+1))$ :

$$l(t+1) = 0,67464517l(t) + 6,2909645$$

Logo:  $l_\infty = 19,3357$  e  $k = 0,393568$

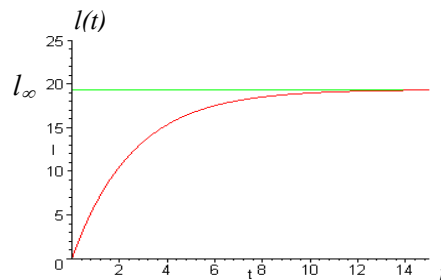
Portanto o modelo procurado é:  $l(t) = 19,3357 (1 - e^{-0,39356 t})$ , cuja representação gráfica é apresentada na Figura 1.

A comparação entre os dados estimados pelo modelo e aos dados experimentais, realizada juntamente com os alunos, permite concluir que o modelo se mostra adequado para descrever o problema em estudo.

Procedimento análogo foi usado para determinar  $p(t)$ .

**Tabela2: Comprimentos**

$l_n$	$l_{n+1}$
4,06	9,41
9,41	12,34
12,34	14,12
14,12	15,70
15,70	16,34
16,34	18,39



**Figura 1:** Comprimento em função do tempo

#### 4. Considerações Finais

Embora o problema a ser investigado tenha sido proposto pela professora, o envolvimento do aluno no sentido de formular as hipóteses e buscar a solução foi muito grande.

No decorrer do processo de modelagem matemática fomos percebendo a possibilidade e necessidade de trabalhar vários conceitos e técnicas de resolução, relativos ao conteúdo e ao problema em estudo.

A análise dos processos desenvolvidos pelos alunos durante a atividade de modelagem fortalece a nossa expectativa de que a aprendizagem se dá de forma mais significativa num ambiente de modelagem matemática com apoio de ferramentas computacionais. No entanto, perceber como se dá processo de aprendizagem e a influência das atividades de modelagem neste processo, é o objetivo de nossa pesquisa que está em fase inicial.

#### Referências Bibliográficas

- ALMEIDA, Lourdes M.W. Modelagem Matemática na sala de aula **Notações de aula**, Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática, UEL, Londrina, 2002.
- ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos**. Tese de Doutorado em Educação Matemática, IGCE, UNESP- Rio Claro, 2002.
- BASSANEZI, Rodney C., FERREIRA JR, Wilson C. **Equações Diferenciais com Aplicações**. São Paulo: Editora Harbra, 1988.
- BATSCHLET Edward. **Introdução à Matemática para Biocientistas**. Trad. Vera Maria Abud Pacífico da Silva e Junia Maria Pentead de Araújo Quitete. Rio de Janeiro: Interciências; São Paulo: Ed. Da Universidade de São Paulo, 1978.
- MEDRI, Vândir, PEREIRA, Geny V., LEONHARDT, Julio H. **Crescimento de Tilápia do Nilo *Oreochromis niloticus* alimentada com diferentes níveis de levedura alcooleira, alocada em tanque-rede**. Boletim do Instituto de Pesca, São Paulo, n 25, p. 51-59, 1998/1999.
- MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.